

## К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ПРОХОЖДЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ ПЛАЗМЫ

*В. Н. Цытович, В. Д. Шапиро*

*(Москва, Харьков)*

Дано решение самосогласованной задачи о прохождении через границу плазмы электромагнитных волн произвольной формы при условии, что длина цуга волн намного превосходит длину волны. Решение найдено как в случае широкого спектра, ширина которого  $\Delta\omega$  намного превосходит плазменную частоту  $\omega_0$ , так и для узкого  $\Delta\omega \ll \omega_0$ . Полученные результаты позволяют судить о временном и пространственном изменении формы импульсов электромагнитных волн в плазме.

Прохождение высокочастотных электромагнитных волн через плазму имеет известную аналогию с прохождением пучков заряженных частиц [1,2]. Связано это с тем, что распадные процессы аналогичны эффектам черенковского излучения. Динамика развития неустойчивостей поперечных волн в однородной изотропной плазме изучалась в [2] в предположении о стохастичности фазы волн. При этом было выяснено, что развитие неустойчивостей происходит существенно различно в случае широкого  $\Delta\omega \gg \omega_0$  спектра частот электромагнитных волн и в случае узкого «монокроматического» спектра. Если в первом случае можно говорить об эффектах диффузии поперечных квантов в «поле» генерируемых продольных квантов, и возникающие эффекты вполне аналогичны квазилинейным эффектам, возникающим при развитии пучковой неустойчивости [3,4], то в случае узкого спектра развитие неустойчивостей приводит к появлению красных сателлитов в спектре поперечных волн, отстоящих от основной частоты  $\omega$  на величину  $v\omega_0$  ( $v = 1, 2, 3, \dots$ ). Развитие неустойчивости в этом случае соответствует тенденции появления плато по сателлитам.

Следует, однако, обратить внимание на то, что динамика развития неустойчивостей в полуграниченной плазме может быть существенно иной. Это связано, во-первых, с различными значениями групповых скоростей поперечных и продольных волн и, что также весьма важно, с эффектом накопления продольных волн в пограничной области, связанным с инжекцией энергии проходящими поперечными волнами, если только длина цуга достаточно велика. Аналогичная задача для пучковых неустойчивостей, рассмотренная в работе [5], показала, что может возникать узкий переходной слой с плотностью энергии продольных волн, намного превышающей плотность энергии инжектируемого пучка.

Ниже исследуется роль граничных эффектов при прохождении импульсов электромагнитных волн через границу плазмы. Рассматриваются случаи как узких, так и широких спектров. Заметим, что в случае узких спектров по необходимости длина цуга должна намного превышать  $(\Delta\omega)^{-1}$ , и эффекты накопления колебаний будут весьма существенны.

Предполагается стохастичность фаз как поперечных волн, так и генерируемых продольных. Рассмотренные граничные эффекты могут иметь приложения как для генерирования продольных волн, необходимого для эффективного ускорения частиц в плазме (см. [6]), так и для целей модуляции и изменения спектра исходных поперечных волн. Следует также подчеркнуть, что рассмотренные эффекты могли бы иметь приложение для диагностики турбулентной плазмы, на что уже указывалось в [2].

**§ 1. Динамика прохождения через границу плазмы «монокроматических» импульсов электромагнитных волн.** 1°. Рассмотрим динамику видоизменения спектра импульса поперечных волн в условиях  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , ограничившись эффектами, связанными с возникновением одного из сателлитов  $\omega \pm \omega_0$ . Такое приближение, строго говоря, оправдано лишь в одномерной модели, поскольку в этом случае продольные волны, генерируемые при возникновении сателлита  $\omega \pm \omega_0$ , не участвуют в дальнейшей перекатке энергии по спектру. Аналогичная ситуация возможна при наличии в плазме сильного магнитного поля, направленного по пучку падающих поперечных волн [7].

В условиях  $\Delta\omega \ll \omega_0$  уравнения работы [2], описывающие динамику появления первого сателлита, могут быть, с учетом изменения интенсивности волн в пространстве, записаны в виде (принимается скорость света  $c = 1$ )

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} + V_0 \frac{\partial N_0}{\partial x} = \alpha N^l (N_0 - N_1) \quad \left( \alpha = \frac{e^2 \omega_0^3}{8\pi m_e^2 k_l^2} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} + V_1 \frac{\partial N_1}{\partial x} = \alpha N^l (N_1 - N_0) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial N^l}{\partial t} = \beta N^l (N_0 - N_1) \quad \left( \beta = \alpha \frac{k_l^3}{\omega_0^3} \right) \quad (1.3)$$

Здесь  $N_0(t, x, k_l)$ ,  $N_1(t, x, k_l)$  — одномерные функции распределения волн основной частоты и первого сателлита  $\omega - \omega_0$ ;  $V_0$  и  $V_1$  — групповые скорости волн  $\omega$  и  $\omega - \omega_0$ ,  $N^l$  — одномерная функция распределения продольных волн,  $k_l$  — здесь и ниже волновое число поперечных волн, а  $k_l$  — волновое число продольных волн. Здесь, по сравнению с уравнением (49)–(51) работы [2], не учитываются члены  $N_0 N_1$ . Это оказывается оправданным при  $\omega \gg \omega_0$  с точностью до членов  $(\omega_0/\omega)^3$ . Кроме того, здесь опущены члены с  $V^l \partial N^l / \partial x$ , где  $V^l$  — групповая скорость продольных волн, так как предполагается, что импульс электромагнитных волн является настолько коротким, что за время прохождения волн через плазму энергия продольных волн не может быть перенесена на заметное расстояние из той области, где они были возбуждены поперечными волнами. Кроме того, в силу  $\omega \gg \omega_0$ , имеет место  $V_1 \approx V_0 \approx V \approx 1$ , т. е. групповые скорости высокочастотных поперечных волн мало отличаются от скорости света. В этом случае из (1.1), (1.2) следует

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) (N_0 + N_1) = 0 \quad (1.4)$$

что дает

$$N_0(t, x) + N_1(t, x) = A(\xi), \quad \xi = x - Vt \quad (1.5)$$

Будем предполагать, что при  $t = 0$  передний край импульса доходит до границы плазмы ( $x = 0$ ). Если интересоваться эффектом, возникающим в относительно спокойной при  $t = 0$  плазме, в которой интенсивность шума достаточно мала, т. е.

$$N^l(0) \ll \frac{\beta}{\alpha} N^l(0), \quad \text{или } W^l(0) \ll \frac{\omega_0}{\omega} W^l(0) \quad (1.6)$$

то развитие неустойчивости сопровождается переходом  $N_0 \rightarrow N_1$ , и за падающую волну следует принять волну  $N_0$ , т. е.

$$A(x) = N_0(0, x) \quad (1.7)$$

Если же интересоваться эффектом, возникшим в возбужденной турбулентной плазме при выполнении неравенства, обратного (1.6), то развитие неустойчивости соответствует переходам  $N_1 \rightarrow N_0$ , и

$$A(x) = N_1(0, x) \quad (1.8)$$

Формальное решение уравнения (1.3) имеет вид

$$N^l(t, x) = N^l(0, x) \exp \left[ \beta \int_0^t (N_0 - N_1) dt' \right]$$

Предположим, что начальный шум является однородным при  $x > 0$ , тогда

$$\begin{aligned} N^l(0, x) &= \theta(x) N_i^l, \\ N_i^l &= \text{const}, \end{aligned} \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \quad (1.9)$$

Исследуем решение при  $x > 0$ . Введем

$$z(t, x) = \int_0^t (N_0(t', x) - N_1(t', x)) dt' \quad (1.10)$$

Из (1.5), (1.10) следует

$$N_0(t, x) = \frac{A(\xi)}{2} + \frac{\partial z}{\partial t}$$

Подставляя (1.11) в (1.4) и учитывая, что  $(\partial/\partial t + V\partial/\partial x)A(\xi) = 0$ , получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial z}{\partial t} + V \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\alpha}{\beta} N_i^l \exp(\beta z) \right\} = 0 \quad (1.12)$$

Константу в законе сохранения (1.12) легко найти, если учесть, что  $z = 0$ ,  $\partial z/\partial t = 0$  при  $x > 0$ ,  $t = 0$ :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + V \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\alpha}{\beta} N_i^l [\exp(\beta z) - 1] = 0 \quad (1.13)$$

Решение (1.13) имеет вид

$$\ln [1 - \exp(-\beta z)] = -2\alpha N_i^l t + \Lambda(\xi) \quad (1.14)$$

Функция  $\Lambda(\xi)$  должна быть определена из граничного условия.

2°. Пусть на плазму с низким уровнем начального продольного шума падает импульс  $N_0$ . Тогда имеем

$$z(t, 0) = -\frac{1}{V} \int_0^{-Vt} A(\xi) d\xi \quad (x=0)$$

Отсюда

$$\Lambda(\xi) = -\frac{2\alpha N_i^l}{V} \xi + \ln [1 - \psi(\xi)] \quad (1.15)$$

$$\psi(\xi) = \exp \frac{\beta}{V} J(\xi), \quad J(\xi) = \int_0^\xi A(\xi') d\xi'$$

Решение будет иметь вид

$$N_0(t, x) = \frac{1/2 A(\xi)(1-s(x)) + A(\xi)\psi(\xi)s(x)}{1-s(x) + \psi(\xi)s(x)} \quad (1.16)$$

$$s(x) = \exp \left( -\frac{2\alpha}{V} N_i^l x \right)$$

Полученный результат (1.16) описывает изменение формы импульса в пространстве и времени. Целесообразно также выписать выражение для изменения интенсивности продольных волн плазмы

$$N^l(t, x) = \frac{N_i^l}{1-s(x) + \psi(\xi)s(x)} \quad (1.17)$$

При не слишком больших  $x$  ( $x \ll Vt$ ),  $x \ll V/\alpha N_i^l$ ) эта формула упрощается и принимает вид

$$N^l(t, x) = \frac{\beta}{2\alpha} A_0 \frac{\Delta_0}{x + \Delta_0 \exp[-\gamma(\tau - \tau^0)]} \quad (1.18)$$

Здесь

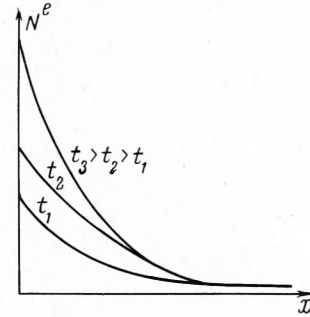
$$\tau = \frac{1}{A_0 V} \int_{-Vt}^0 A(\xi') d\xi' = -\frac{1}{A_0 \beta} \ln \psi(-Vt), \quad \gamma = \beta A_0, \quad \tau^0 = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{\beta A_0}{2\alpha N_i^l}$$

Здесь  $\tau^\circ$  — время релаксации импульса поперечных волн в неограниченной плазме,  $A_0$  — максимальное значение  $A$  в импульсе. Распределение энергии плазменных колебаний с  $x$  и  $t$  при  $t > \tau^\circ$  показано на фиг. 1;  $N^l$  максимально в узком слое  $\Delta$  вблизи границы плазмы

$$\Delta = \Delta_0 \exp[-\gamma(\tau - \tau^\circ)]$$

Этот слой для  $t > \tau^\circ$  перемещается с течением времени к левой границе плазмы по экспоненциальному закону. Величина  $N^l$  в этом слое растет со временем также экспоненциально. Полученные формулы для  $N^l$  применимы при не слишком больших  $t$

$$\exp[-\gamma(\tau - \tau^\circ)] \gg \frac{V^l}{V}$$



Фиг. 1. Изменение со временем пространственного распределения продольных шумов в плазме в случае, когда падающей волной является  $N_0$

При больших  $t$  становится существенным перенос энергии плазменными колебаниями, который приводит к насыщению при

$$N^l \approx A^* \frac{V}{V^l} \gg A^* \quad \left( A^* = \frac{3A_0}{2\alpha} \right)$$

Здесь  $A^*$  — максимальное значение  $N^l$  при развитии неустойчивости в неограниченной плазме. В рассматриваемом случае максимальная энергия продольных колебаний имеет порядок <sup>1</sup>

$$W^l \approx W^t \frac{\omega_0}{\omega} \frac{V}{V^l}$$

Если плазма ограничена размером  $L$ , то на выходе из плазмы импульс будет иметь вид

$$N_0^-(\xi) = A(\xi) \frac{1/2 [1 - s(L)] + \psi(\xi) s(L)}{1 - s(L) + s(L) \psi(\xi)} \quad (1.19)$$

Отметим, что изменение формы импульса будет различным в двух случаях:

$$\frac{2\alpha N_i^l L}{V} \gg 1, \quad \frac{2\alpha N_i^l L}{V} \ll 1$$

В первом случае имеет место пропорциональное уменьшение интенсивности с незначительным изменением формы

$$N_0^-(\xi) \approx \frac{1}{2} A(\xi) \quad \text{при} \quad \frac{2\alpha N_i^l L}{V} \gg 1$$

Во втором — возможно весьма существенное изменение формы импульса

$$N_0^-(\xi) = A(\xi) \frac{\alpha N_i^l L / V + \psi(\xi)}{2\alpha N_i^l L / V + \psi(\xi)} \quad \text{при} \quad \frac{2\alpha N_i^l L}{V} \ll 1 \quad (1.20)$$

<sup>1</sup> Следует отметить, что в некоторых случаях насыщение энергии продольных колебаний может быть связано с нелинейным взаимодействием волн и, в первую очередь, — с индуцированным рассеянием продольных колебаний на частицах плазмы, приводящим к перекачке энергии этих колебаний в нерезонансную часть спектра. В этих случаях насыщение будет происходить при меньших  $N^l$ .

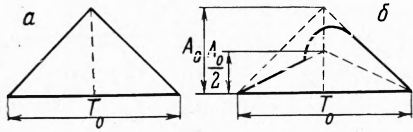
В качестве примера рассмотрим треугольную форму импульса длительности  $T_0$ , когда  $A(\xi)$  может быть записано в виде

$$A(\xi) = \begin{cases} 0 & (\xi < -VT_0) \\ 2A_0(\xi + VT_0)/VT_0 & (-VT_0 < \xi < -1/2VT_0) \\ -2A_0\xi/VT_0 & (-1/2VT_0 < \xi < 0) \\ 0 & (\xi > 0) \end{cases} \quad (1.21)$$

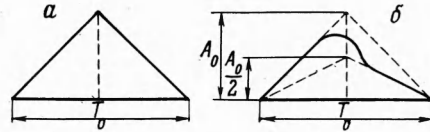
Тогда выражение (1.15) для  $J(\xi)$  есть

$$-J(\xi) = \begin{cases} 0 & (\xi > 0) \\ A_0\xi^2/VT_0 & (-1/2VT_0 < \xi < 0) \\ A_0V^{-1}T_0^{-1} [1/2(VT_0)^2 - (\xi + VT_0)^2] & (-VT_0 < \xi < -1/2VT_0) \\ 1/2A_0VT_0 & (\xi < -VT_0) \end{cases} \quad (1.22)$$

Из (1.20), (1.22) следует, что в области вблизи  $\xi = 0$  форма импульса всегда остается неизменной, тогда как в случае, если длина импульса достаточно велика, с уменьшением  $\xi$  происходит уменьшение импульса от  $A$  до  $1/2 A$  (см. фиг. 2).



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Изменение формы импульса  $N_0$  при прохождении через плазму: а) форма импульса на входе в плазму, б) форма импульса на выходе из плазмы

Фиг. 3. Изменение формы импульса  $N_1$  при прохождении через плазму: а) форма импульса на входе в плазму, б) форма импульса на выходе из плазмы

Используя (1.22) и (1.17), получим следующую формулу для распределения плазменных волн, возникающего после того, как импульс прошел через плазму

$$N^l(x) = \frac{N_i^l}{1 - s(x) + s(x) \exp(-1/2\beta A_0 T_0)} \quad (1.23)$$

3°. Рассмотрим эффекты, возникающие, когда падающей волной является  $N_1$ . В этом случае, согласно (1.7), (1.15), получим

$$z(t, 0) = \frac{1}{V} \int_0^{-Vt} A(\xi) d\xi, \quad N_1^-(\xi) = A(\xi) \frac{1/2 [1 - s(L)] + s(L) \psi^{-1}(\xi)}{1 - s(L) + s(L) \psi^{-1}(\xi)}$$

Легко видеть, что в этом случае возникающая картина в некотором смысле противоположна полученной выше. А именно, при низком уровне начальных шумов, т. е. при

$$\frac{2\alpha N_i^l}{V} L \ll 1 \quad (1.24)$$

изменения интенсивности и формы импульса являются пренебрежимо малыми. Однако при неравенстве, обратном (1.24),

$$N_1^-(\xi) = A(\xi) \frac{1/2 + s(L) \psi^{-1}(\xi)}{1 + s(L) \psi^{-1}(\xi)} \quad (1.25)$$

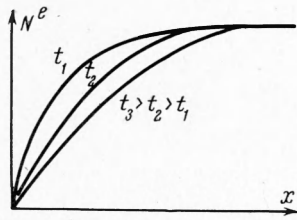
При  $\xi = 0$  изменение импульса максимально  $N_1^-(\xi) \approx 1/2 A(\xi)$ , а при  $\xi$ , удовлетворяющих соотношению

$$\frac{\beta}{V} \int_{\xi}^0 A(\xi') d\xi' \approx \frac{2\alpha N_i^l}{V} L \quad (1.26)$$

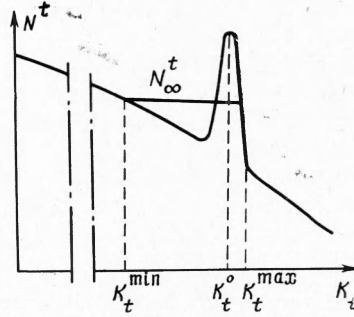
форма импульса приближается к первоначальной (схема на фиг. 3).

Следует подчеркнуть, что в данном случае характерное  $\xi$ , для которого возникает изменение спектра, зависит от начальной энергии плазменных колебаний степенным образом, т. е. достаточно сильно, тогда как в первом случае зависимость была логарифмической (ср. (1.25) и (1.20)). Наконец, для изменения интенсивности плазменных волн в рассматриваемом случае после прохождения импульса (1.27)

$$N^l(x) = \frac{N_i^l}{1 - s(x) + s(x) \exp(1/2 \beta A_0 T_0)}$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Пространственное распределение продольных шумов в плазме при различных значениях  $t$  в случае, когда падающей волной является  $N_1$

Фиг. 5. Функция распределения поперечных «шумов»,  $N_\infty^t$  — устойчивое распределение с «плато»  $k_t^{\min}, k_t^{\max} = K_t^{\min} + \Delta k_t$  — границы «плато»

В данном случае происходит уменьшение интенсивности колебаний, причем максимальный эффект будет при  $x = 0$

$$N^l(0) = N_i^l \exp(-1/2 \beta A_0 T_0)$$

Если

$$1/2 \beta A_0 T_0 < 2\alpha N_i^l L / V \tag{1.28}$$

то уменьшение происходит до значения

$$x = \frac{\beta}{4\alpha} A_0 V T_0 (N_i^l)^{-1}$$

Если же выполнено неравенство, обратное (1.28), то интенсивность колебаний пропорционально уменьшется вдоль всей длины плазмы. Следует подчеркнуть, что распределение продольных волн внутри плазмы во времени ведет себя также противоположно рассмотренному в п. 2 случаю низкого уровня начального шума продольных колебаний. А именно (см. фиг. 4), область, в которой поле плазменных колебаний значительно уменьшилось, расположена вблизи границы  $x = 0$  и по линейному закону

$$x = \frac{\beta A_0}{\beta A_0 + 2\alpha N_i^l} V t$$

перемещается ко второй границе плазмы. Это объясняется тем, что пучок поперечных волн, заходя в плазму, приводит к поглощению энергии плазменных колебаний сначала при малых  $x$ , а последующие части импульса пучка беспрепятственно проходят области малых  $x$  и приводят к затуханию волн при больших  $x$ . Заметим, что перемещение по линейному закону имеет место при  $x$ , для которых  $A(\xi) = \text{const}$  ( $A = A_0$ ).

§ 2. Прохождение через границу раздела плазмы размытых импульсов электромагнитных волн. 1°. В случае широкого спектра частот в падающем импульсе ( $\Delta\omega \gg \omega_0$ ) следует использовать диффузионное приближение для описания изменения числа поперечных волн  $N^l(k_t)$  и продольных

волн  $N^l(k_l)$ . Система уравнений в этом случае аналогична квазилинейной

$$\frac{\partial N^l}{\partial t} + V \frac{\partial N^l}{\partial x} = \frac{e^2 \omega_0^5}{8\pi m_e^2} \frac{\partial}{\partial k_l} \left( \frac{N^l}{k_l^2} \frac{\partial N^l}{\partial k_l} \right), \quad \frac{\partial N^l}{\partial t} = \frac{e^2 \omega_0 k_l}{8\pi m_e^2} \frac{N^l}{k_l} \frac{\partial N^l}{\partial k_l} \quad (2.1)$$

Так же как и в предыдущем параграфе, в (2.1) пренебрежено членами, пропорциональными  $N^l N^l$  и  $V^l \partial N^l / \partial x$ ,  $k_t$  и  $k_l$  в (2.1), связаны между собой законом сохранения энергии при распаде

$$k_l V = \omega_0, \quad \left( V = \frac{k_l}{\sqrt{k_l^2 + \omega_0^2}} \right) \quad (2.2)$$

Уравнения (2.1), сходны с уравнениями, исследованными в работе [5]. Поэтому ограничимся лишь кратким изложением результатов, которые могут быть получены аналогично [5]. Пусть спектр поперечных волн, падающих на плазму, имеет максимум при  $k_t \gg k_l^* \gg T/\hbar$  (фиг. 5).

Используя интеграл энергии системы (2.1), и считая, что падающий импульс имеет форму прямоугольника длительностью  $t_0$

$$N^l(t, 0) = N_0^l [\theta(t_0 - t) - \theta(-t)] \quad (2.3)$$

получим при достаточно больших  $t$  ( $t > \tau_0$ ) следующее соотношение для энергии колебаний, сосредоточенных в слое  $0 < x < \Delta_0$

$$\int_0^{\Delta_0} N^l dx = \frac{k_l^3}{\omega_0^4} \int_{k_l^{\min}}^{k_l} (N_{\infty}^l - N_0^l) dk_l' [t_0 + (t - t_0) \theta(t_0 - t)] \quad (2.4)$$

$$\gamma = \frac{e^2 \omega_0 k_l W_0^l}{8\pi m_e^2 \Delta k_l}, \quad \Delta_0 = V \tau_0, \quad \tau_0 = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{W_{\infty}^l}{W_0^l}, \quad W_{\infty}^l = \frac{\Delta k_l}{k_l} W_0^l$$

Здесь  $\tau_0$  — время релаксации импульса в неограниченной плазме,  $\gamma$  — инкремент,  $W_0^l$  и  $W_{\infty}^l$  — начальная и конечная энергии плазменных волн при развитии неустойчивости в неограниченной плазме,  $N_{\infty}^l$  — устойчивое распределение поперечных волн с плато (фиг. 5).

Таким образом, средняя энергия плазменных волн при  $t < t_0$  растет линейно с  $t$  и при  $t > \tau_0$  в  $t/\tau_0$  раз превышает величину

$$N^l = \frac{k_l^3}{\omega_0^4} \int_{k_l^{\min}}^{k_l} (N_{\infty}^l - N_0^l) dk_l'$$

соответствующую уровню продольных шумов, которые генерируются в неограниченной плазме. С ростом энергии плазменных колебаний должна уменьшаться длина  $\Delta$ , на которой происходит релаксация импульса, причем так же, как и в [5] и в случае, рассмотренном в § 1, изменение  $\Delta$  со временем определяется приближенной формулой

$$\Delta = \Delta_0 \exp[-\gamma(t - \tau_0)] \quad (t < t_0) \quad (2.5)$$

Следует подчеркнуть, что так же, как и в случае дискретного спектра, функция распределения  $N^l$ , монотонно убывающая с  $k_l$ , может стать неустойчивой при наличии интенсивных продольных шумов. Развитие неустойчивости приводит к возникновению плато в области  $k_l$ , в которой существовал интенсивный продольный шум.

2°. В случае, когда интервал  $k_l$ , в котором происходит изменение спектра поперечных волн, достаточно мал ( $\Delta k_l \ll k_l$ ), можно получить аналитическое решение задачи. Ищем решение (2.1) в виде

$$N^l = N_{\infty}^l + B(t, x) (k_l - k_l^0) \\ N^l = 1/2 C(t, x) [\Delta k_l^2 - (k_l - k_l^0)^2] \quad (2.6)$$

Получаемая система уравнения для  $B$  и  $C$  имеет вид

$$\frac{\partial B}{\partial t} + V_0 \frac{\partial B}{\partial x} = -\alpha_1 BC, \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \beta_1 BC \quad (2.7)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{e^2 \omega_0^5}{8\pi m_e^2 k_t^2}, \quad \beta_1 = \frac{e^2 \omega_0 k_t^2}{8\pi m_e^2}, \quad V_0 = V(k_t^0)$$

Эта система может быть решена как и в § 1, путем введения переменной

$$\tau = \int_0^t B(t', x) dt'$$

Ограничимся приведением окончательных результатов

$$\begin{aligned} B(t, x) &= B_0(\xi) \frac{s_1(x) \psi_1(\xi)}{1 - s_1(x) + s_1(x) \psi_1(\xi)} \\ C(t, x) &= C_0 (1 - s_1(x) + s_1(x) \psi_1(\xi))^{-1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\xi = x - V_0 t; \quad s_1(x) = \exp(-2\alpha_1 C_0 x), \quad \psi_1(\xi) = \exp\left(\frac{\beta_1}{V_0} \int_0^\xi B_0(\xi') d\xi'\right) \quad (2.9)$$

В этих формулах  $B_0(\xi)$  определяет форму импульса, падающего на границу плазмы, т. е.

$$B(0, x) = B_0(x) \quad (x \leq 0, t = 0), \quad C(0, x) = C_0 \theta(x)$$

Здесь  $C_0$  — начальный уровень продольных шумов.

3°. Наконец, следует рассмотреть случай прохождения через плазму достаточно длинных импульсов, когда перенос энергии плазменных колебаний является заметным. Не касаясь общего решения в этом случае, отметим лишь, что при длительной инжекции, например  $N_0$ , если  $t_0 > L/V_l$  ( $L$  — ширина плазменного слоя,  $t_0$  — время инжекции), в плазме устанавливается стационарное распределение продольных волн. На расстоянии  $V^l/\gamma$ , где  $\gamma$  — временной инкремент, полученный в [2],  $N^l$  возрастает от минимального значения на границе плазмы до максимального значения, при котором происходит насыщение. При этом максимальное значение  $N^l$  в  $V/V^l \approx 1/V_T^2$  раз больше, нежели для временной задачи, рассмотренной в работе [2].

Авторы благодарят Я. Б. Файнберга, М. С. Рабиновича, И. С. Данилкина, М. Д. Райзера за интерес к работе и ценные замечания.

Поступила 9 III 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коврижных Л. М., Цытович В. Н. О взаимодействии интенсивного высокочастотного излучения с плазмой. Докл. АН СССР, 1964, т. 158, стр. 1306.
2. Цытович В. Н. Нелинейная генерация плазменных волн пучком поперечных волн. 1965, Ж. техн. физ. т. 35, № 5.
3. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Нелинейные колебания разреженной плазмы. Ядерный синтез. 1961, т. 1, № 2, стр. 82.
4. D z i m m o n d W. E., P i n e s D. Nonlinear stability of plasma oscillations. Ядерный синтез. 1962, Прилож., ч. III, стр. 1049.
5. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д. Квазилинейная теория возбуждения колебаний при инжекции электронного пучка в плазменное полупространство. Ж. эксперим и теор. физ. 1964, т. 47, стр. 1389.
6. Файнберг Я. Б. Ускорение заряженных частиц с помощью света. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза. 1963, Изд. АН СССР, т. 3, стр. 300.
7. Цытович В. Н., Шварцбург А. Б. Нелинейное взаимодействие волн в плазме, находящейся в сильном магнитном поле. Ж. эксперим и теор. физ. 1965, т. 49, стр. 797.