ПМТФ, № 6, 1964

ОБ АКУСТИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

С. С. Новиков. Ю. С. Рязанцев

(*Москва*)

В теории горения порохов и ВВ считается установленным, что акустическая неустойчивость горения связана с усилением распространяющихся в газообразных продуктах сгорания волн давления при отражении от горящей поверхности [1−7]. Характеристикой конденсированной системы, указывающей на потенциальную возможность акустически неустойчивого режима горения, является величина акустической проводимости горящей поверхности. В работе [1] впервые было предложено выражение для акустической проводимости, которое, однако, как было показано в [4], не может объяснить усиления волн при отражении. Другое выражение для этой величины, постулированное в статье [2], не приводит к качественному согласию с экспериментом.

Взаимодействие слабых волн давления с протяженной зоной горения подробно исследовалось в работах [3, 5, 6]. В статьях [4, 8] проведено газодинамическое рассмотрение взаимодействия слабых волн давления с фронтом горения и показана необходимость учета возникновения энтропийной волны при отражении волны давления от горящей поверхности, которое не принималось во внимание в работах [1−3, 5, 6]. Полученное в [3] выражение для акустической проводимости горящей поверхности таково, что исследование влияния различных параметров на склонность топлива к усилению или ослаблению акустических колебаний возможно лишь путем проведения большого количества численных расчетов. Сложность развитой авторами [3] теории взаимодействия акустических волн с горящей поверхностью связана с точным учетом нестационарности процессов как в конденсированной, так и в газовой фазах. В то же время в случае акустических волн, период которых велик по сравнению с временем релаксации процессов, протекающих в газе, т. е. акустических волн с частотой

$$2\pi u^2 / \varkappa > \omega > 0 \tag{1}$$

где $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности, u — скорость оттока газа, для получения формулы акустической проводимости горящей поверхности целесообразно воспользоваться развитой в работах Я. Б. Зельдовича [9−11] теорией нестационарного горения пороха, исходные предположения которой содержат, в частности, предположение, что процессы в газе являются быстрыми сравнительно с процессами в конденсированной фазе и акустическими процессами, так что значения термодинамических параметров и скорости в реакционном слое газа, примыкающем к поверхности конденсированной фазы, полностью определяются состоянием поверхностных слоев конденсированной фазы.

Ниже на основе теории Я. Б. Зельдовича получено выражение для акустической проводимости горящей поверхности конденсированной системы, зависящее от трех параметров. Показано, что в зависимости от этих параметров акустические волны при отражении от горящей поверхности могут как усиливаться, так и ослабляться.

Акустическая проводимость произвольной поверхности, записанная в безразмерном виде, равна

$$\zeta = -\rho c \frac{\delta u}{\delta p} \tag{2}$$

Здесь ρ — плотность газа, c — скорость звука, δu, δp — скорость и давление звукового поля на этой поверхности. Из ограничения на область частот (1) следует, что рассматриваются акустические волны с длиной волны, значительно большей ширины зоны горения в газе, так что в данном случае в акустической задаче фронт химической реакции в газе совпадает с поверхностью конденсированной фазы, и для определения акустической проводимости горящей поверхности необходимо определить отношение величины δu к δp на этой поверхности.

Линеаризируя закон сохранения массы на горящей поверхности с учетом неравенства $\rho_1 \gg \rho_2$ (ρ_1 — плотность конденсированной фазы, ρ_2 — плотность газа), получим

$$\rho_1 \delta U = u_2 \delta\rho_2 + \rho_2 \delta u_2 \tag{3}$$

Здесь U — скорость горения конденсированной фазы, u_2 — скорость оттока газов-продуктов сгорания. Из (3) имеем

$$\delta u_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \delta U + u_2 \frac{\delta\rho_2}{\rho_2} \tag{4}$$

При взаимодействии волны давления с горящей поверхностью в газе, кроме падающей волны давления, возникает отраженная волна давления и энтропийная волна [4], так что

$$\delta\rho_2 = \delta\rho_2^- + \delta\rho_2^+ + \delta\rho_2^\circ \tag{5}$$

Здесь верхние индексы соответствуют: минус — падающей волне, плюс — отраженной волне, кружочек — энтропийной волне. Предполагается, что конденсированная фаза занимает область $x < 0$.

Отметим, что в работах [1–3, 5, 6] авторы не учитывали возникновение энтропийной волны, т. е. фактически при нахождении величины акустической проводимости горящей поверхности принимали во внимание лишь первые два слагаемых суммы (5). В статье [12] результаты работ [3, 5] критически пересмотрены с учетом возникновения энтропийной волны и показано существенное влияние этого фактора. Однако в работе [12] ошибочно утверждается, что, в зависимости от способа измерения акустической проводимости горящей поверхности при сравнении теории с экспериментом, следует пользоваться в одних случаях теоретическими формулами для этой величины, найденными с учетом, в других — без учета энтропийной волны. Газ (продукты сгорания) вне зоны горения, ширина которой в статье [12] и в данной работе предполагается малой, сравнительно с длиной волны акустических колебаний, будет однородным газом, и его однородность в принятом линейном приближении не нарушается распространением вниз по потоку энтропийных волн. Величина акустической проводимости горящей поверхности, рассчитанная по результатам измерения акустических характеристик газа на различных расстояниях от горящей поверхности, приведет к одному и тому же результату — к значению, учитывающему возникновение энтропийной волны при взаимодействии слабых волн давления с горящей поверхностью. При таком расчете следует принимать во внимание однородный столб газа, отделяющий точку измерения от горящей поверхности.

Для дальнейшего удобно выразить акустическое изменение плотности $\delta\rho_2$ через акустические изменения давления δp_2 и температуры δT_2 продуктов сгорания

$$\delta p_2 = \delta p_2^- + \delta p_2^+; \qquad \delta T_2 = \delta T_2^- + \delta T_2^+ + \delta T_2^\circ \tag{6}$$

В акустических и энтропийных волнах изменения термодинамических параметров связаны соотношениями

$$\delta\rho_2^\pm = \frac{\delta p_2^\pm}{c_2^2}, \qquad \delta T_2^\pm = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_2}{p_2} \delta p_2^\pm, \qquad \delta\rho_2^\circ = -\frac{c_{p2}\rho_2(\gamma - 1)}{c_2^2} \delta T_2^\circ \tag{7}$$

Здесь γ — адиабатическая постоянная, c_{p2} — теплоемкость при постоянном давлении, c_2 — скорость звука в продуктах горения. Предполагается, что продукты горения — идеальный газ.

Используя формулы (5)—(7), закон сохранения массы и термодинамические соотношения, можно привести формулу (4) к виду

$$\frac{\delta u_2}{u_2} = \frac{\delta U}{U} + \frac{\delta p_2}{p_2} - \frac{\delta T_2}{T_2} \tag{8}$$

Запишем теперь уравнения, которые позволят выразить величины δU и δT_2, входящие в формулу (8), через δp_2 и получить явное выражение для акустической проводимости горящей поверхности. Два необходимых соотношения устанавливаются в теории нестационарного горения порохов в ВВ [10, 11] и могут быть записаны в виде (9)

$$\frac{\delta U}{U}=\frac{\nu}{1-\varepsilon}\frac{\delta p_2}{p_2}-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{\delta\varphi}{\varphi},\qquad \nu=\left(\frac{\partial\ln U}{\partial\ln p}\right)_{T_0},\qquad \varepsilon=\left(\frac{\partial\ln U}{\partial T_0}\right)_p(T_s-T_0)$$

$$\frac{\delta U}{U}-\frac{1}{\tau}\frac{\delta T_2}{T_2}=\frac{\delta\varphi}{\varphi}\qquad\left(\tau=\frac{c_{p_1}(T_s-T_0)}{c_{p_2}T_2}\right)\tag{10}$$

Здесь φ, T_s, T_0 — градиент температуры на поверхности, температура поверхности и начальная температура конденсированной фазы.

Формула (9) получена в предположении, что в нестационарных условиях скорость горения в каждый момент времени определяется мгновенным значением давления и величиной градиента температуры на поверхности конденсированной фазы, а формула (10) есть линеаризированный закон сохранения энергии на фронте горения, записанный с учетом безынерционности процесса горения в газовой фазе.

Еще одно соотношение следует из решения задачи о перестройке теплового слоя в конденсированной фазе при гармонических, с малой амплитудой, изменениях скорости горения [10, 13]

$$\frac{\delta\varphi}{\varphi}=Z(\Omega)\frac{\delta U}{U}\qquad\left(Z(\Omega)=\frac{\sqrt{1+4i\Omega}-1}{2i\Omega},\quad \Omega=\frac{\omega\varkappa_1}{U^2}\right)\tag{11}$$

Здесь ω — частота, $\varkappa_1$ — коэффициент температуропроводности конденсированной фазы.

Из уравнений (8) — (11) нетрудно выразить акустическую скорость δu_2 через акустическое давление δp_2 и далее по формуле (2) найти явное выражение для акустической проводимости горящей поверхности

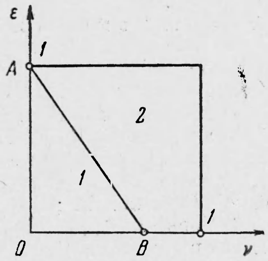
$$\zeta=\gamma\frac{u_2}{c_2}\left\{1-\nu\frac{1+\tau[1-Z(\Omega)]}{1-\varepsilon[1-Z(\Omega)]}\right\}\tag{12}$$

Амплитуда слабых волн давления при отражении от горящей поверхности конденсированной системы увеличивается, если $\operatorname{Re}\zeta<0$, и уменьшается, если $\operatorname{Re}\zeta>0$. Для исследования областей изменения величин ν, ε, τ, Ω, в которых наблюдается усиление волн при отражении, запишем действительную часть акустической проводимости в виде

$$\operatorname{Re}\zeta=-\gamma\frac{u_2}{c_2}\frac{f_1(x,\varepsilon,\nu,\tau)}{f_2(x,\varepsilon)}\tag{13}$$

где

$$f_1(x,\varepsilon,\nu,\tau)=(1-\varepsilon)(\nu+\nu\tau-1-\varepsilon)x^2+$$
$$+(\nu+\nu\varepsilon\tau-1+\varepsilon^2)x-(2\varepsilon+\nu\tau-\varepsilon\nu)$$
$$f_2(x,\varepsilon)=(1-\varepsilon)^2x^2+(1-\varepsilon^2)x+2\varepsilon$$
$$x=[{}^1/_2+{}^1/_2(1+16\Omega^2)^{1/2}]^{1/2}$$



Из формулы (13) следует, что усиление имеет место при $f_1/f_2>0$.

Установим пределы изменения параметров τ, ν, ε. Из определения τ вытекает, что $1>\tau>0$. Параметр τ может принимать значения в интервале $1>\nu>0$, так как известно что при $\nu\geqslant 1$ стационарное горение порохов и ВВ в полузамкнутом объеме невозможно [14]. Согласно теории нестационарного горения порохов [9, 14], величина ε должна находиться в пределах $0<\varepsilon<1$. Следует отметить, что этот вывод теории не всегда согласуется с экспериментальными данными. Это естественно ограничивает применение полученной формулы акустической проводимости.

Величина x связана с частотой и принимает значения $x>1$ $(\omega>0)$, кроме того, ее значения ограничены сверху условием (1).

Анализ показывает, что парабола $f_2(x, \varepsilon)$ при $1 > \varepsilon > 0$ имеет минимум, лежащий в области $x < 0$, и в точке $x = 1$ ординату, равную 2, так что в рассматриваемой области $f_2(x, \varepsilon) > 0$.

С другой стороны, исследование квадратного трехчлена $f_1(x, \varepsilon, \tau, \nu)$ приводит к следующим выводам.

При $\varepsilon < 1 - \nu(1 - \tau)$ парабола $f_1(x)$ имеет максимум, лежащий в области $x < 0$ и в точке $x = 1$ ординату $-2(1 - \nu) < 0$, так что $f_1(x, \varepsilon, \tau, \nu) < 0$ при всех $x > 1$.

При $\varepsilon = 1 - \nu(1 - \tau)$ в исследуемой области изменения x также имеет место $f_2 < 0$.

При $\varepsilon > 1 - \nu(1 - \tau)$ уравнение $f_1(x) = 0$ имеет действительные корни противоположных знаков. Парабола $f_1(x)$ обращена выпуклостью вниз и в точке $x = 1$ имеет ординату $-2(1 - \nu) < 0$. Отсюда следует, что $f_1 > 0$ при $x > x_1 > 1$, где (14)

$$x_1 = \frac{[(\nu + \nu\varepsilon\tau - 1 + \varepsilon^2)^2 + 4(2\varepsilon\nu\tau - \varepsilon\nu)(1-\varepsilon)(\nu + \nu\tau - 1 - \varepsilon)]^{1/2} - (\nu + \varepsilon\tau\nu - 1 + \varepsilon^2)}{2(1 - \varepsilon)(\nu + \nu\tau - 1 - \varepsilon)}$$

Результаты анализа формулы (12) представлены на фигуре. При значениях параметров ν, ε, лежащих внутри области *1*, имеет место акустическая устойчивость горения при любых частотах, удовлетворяющих условию (1). В области *2* при частотах $\Omega > \Omega^*$, где Ω^* определяется из соотношения $x(\Omega^*) = x_1$, имеет место усиление акустических волн при отражении. Линия AB, разделяющая области *1* и *2*, представляет собой прямую $\varepsilon = 1 - \nu(1 + \tau)$. При заданных значениях ε, τ, существует диапазон значений ν от 0 до $\nu^* = (1 - \varepsilon) / (1 + \tau)$, в котором горение акустически устойчиво при любых частотах.

Поступила 9 X 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Grad H. Resonanse burning in rocket motors. Communs Pure and Appl. Math., 1949, vol. 2, p. 79.
2. Чен Синь И. Неустойчивость процесса горения, вызванная высокочастотными колебаниями в ракетах, работающих на твердом топливе. Вопросы ракетн. техн., 1954, № 6.
3. Харт, Макклюр. Неустойчивость горения: взаимодействие акустических волн с поверхностью горения твердого ракетного топлива. Вопросы ракетн. техн., 1960, № 2.
4. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Акустическая проводимость жесткой горящей поверхности. ПМТФ, 1961, № 6.
5. Мак-Клур Ф. Т., Харт Р. В., Берд Дж. Ф. Ракетные двигатели твердого топлива как источники акустических колебаний. Сб. «Исследование ракетных двигателей на твердом топливе», Изд-во иностр. литер., 1963.
6. Williams F. A. Response of a burning solid to small amplitude pressure oscillations. J. Appl. Phys. 1963, vol. 33, 11.
7. Каракозов Г. К., Россихин Г. В. О механизме усиления акустических колебаний поверхностью горения твердого топлива.
8. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Взаимодействие волн давления с фронтом пламени. Докл. АН СССР, 1961, т. 137, № 6.
9. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. Ж. эксперим. и теор. физ., 1942, т. 12, стр. 498.
10. Зельдович Я. Б. Об устойчивости режима горения пороха в полузамкнутом объеме. ПМТФ, 1963, № 1.
11. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
12. Харт, Кантрелл. Усиление и ослабление акустических колебаний горящим ракетным топливом. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 2.
13. Смит Дж. Теория колебательного горения твердых топлив в предположении постоянства температуры поверхности. Сб. Исследование ракетных двигателей на твердом топливе, Изд-во иностр. литер., 1963.
14. Андреев К. К., Беляев А. Ф. Теория взрывчатых веществ. Оборонгиз, 1960.