

духа сразу после проскока пламени. Однако сопоставление расчетных кривых с экспериментальными точками, показанное на рис. 4 и 5, свидетельствует о ее пригодности к употреблению.

Амплитуда колебаний высоты внешнего пламени определяется количеством и степенью расширения продуктов сгорания, образующихся внутри горелки после проскока пламени, а также временем диффузионного горения газа в оторвавшейся части внешнего пламени. Эксперимент действительно показывает, что СО, реакция горения которого совершается с уменьшением числа молей, имеет амплитуду колебаний всегда меньшую, чем  $C_3H_8$ , сгорающий с увеличением числа молей. (Температуры сгорания у СО и  $C_3H_8$  близкие). Но у СО и  $H_2$  амплитуды одинаковые. Увеличение пути смешения также способствует росту амплитуды, поскольку пропорционально увеличивает количество способной к воспламенению смеси (см. рис. 4). На время существования оторвавшейся части пламени влияет расход газа, так как с увеличением расхода газа увеличивается его количество в отрывающейся части. Кроме того, имеет значение индивидуальная потребность в воздухе каждого газа. У пропана, например, она гораздо больше, чем у окиси углерода, а это значит, что при одинаковой интенсивности диффузионного смешения объем  $C_3H_8$  будет сгорать дольше такого же объема СО. Следовательно, этот фактор тоже способствует увеличению амплитуды колебаний.

*Поступила в редакцию  
10/VIII 1968*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Основы горения углеводородных топлив. М., ИЛ, 1960.
2. И. Ф. Чучалии, В. Н. Подымов. Матер. VII межвузовской конф. по вопросам испарения, горения и газовой динамике дисперсных систем. ОГУ. Одесса, 1967.
3. А. И. Маклаков. Канд. дисс. Казань, КГУ, 1955.
4. Л. Н. Хитрин. Физика горения и взрыва. М., МГУ, 1957.
5. Е. С. Щетников. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.

УДК 536.46

### КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ СОВОКУПНОСТИ ЧАСТИЦ

*Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин  
(Москва)*

Газ, в котором взвешены мелкие твердые частицы или жидкие капли, можно рассматривать как некоторую однородную среду, если характерные размеры задачи много больше, чем среднее расстояние между частицами. Точно так же обыкновенный газ рассматривают как непрерывную среду на расстояниях, намного превосходящих расстояния между молекулами. Как и в обычной гидродинамике, эта среда характеризуется (средней) плотностью  $\rho$ , скоростью  $v$  и т. д. Существенно.

однако, что между частицами и газом может не быть равновесия. Например, скорость частиц может отличаться от скорости газа, или частицы и газ имеют различную температуру; при неравновесной концентрации паров взвешенные капли испаряются в газ; между частицами и газом идет химическая реакция и т. д. Поэтому при различных вычислениях надо учитывать, что энергия зависит не только от средней плотности и давления, но и от дополнительных переменных, характеризующих отклонение от равновесия, — разности скоростей частиц и газа, разности температур и т. д. Соответственно к уравнениям динамики (дифференциальным законам сохранения) добавляются уравнения кинетики, описывающие процессы установления равновесия. В этом отношении рассматриваемая «среда» (газ+частицы) не отличается от обычных однородных неравновесных жидкостей и газов, что особенно ясно можно увидеть из сравнения с описанием динамики неравновесного газа в [1] (см. также [2]). Разница лишь в конкретных типах неравновесных процессов и соответственно в дополнительных переменных, описывающих отклонение от равновесия.

Выбор этих дополнительных переменных и выражения для энергии неравновесной среды в общем виде произвести не удастся, так как возможные кинетические явления могут быть достаточно сложными, а число их — большим. С этой точки зрения задача о самовоспламенении взвешенных частиц — простейшая, так как можно ограничиться расчетом только одного процесса теплопередачи.

Пусть в объеме каждой взвешенной частицы или на ее поверхности идет сильно экзотермическая реакция. Выделяющееся тепло через окружающий частицы газ передается за пределы системы (к стенкам). Изменение плотности газа за счет реакции и другие явления, которые могут возникать в такой системе, рассматривать не будем<sup>1</sup>. В каждой «точке» среды (т. е. в объеме, малом по сравнению с размерами системы, но содержащем достаточно много частиц) введем среднюю температуру  $T$  (среднюю по этому малому объему). Если  $nd^3 \ll 1$ , где  $n$  — число частиц в единице объема,  $d$  — средний размер частиц, то температура  $T$  мало отличается от минимальной температуры газа между частицами. Будем считать все частицы одинаковыми и обозначим их температуру в данной точке  $T_k$ . Благодаря экзотермической реакции частицы являются источником тепла в среде. Тепловыделение в единице объема есть

$$n\alpha\sigma(T_k - T), \quad (1)$$

где  $\sigma$  — площадь поверхности частицы;  $\alpha$  — коэффициент теплопередачи от частицы к газу. Таким образом, для температуры  $T$  имеем обычное уравнение теплопроводности с объемным источником тепла (1).

Что касается второго уравнения (в задаче две переменные —  $T$  и  $T_k$ ), то это, очевидно, уравнение теплового баланса для одной частицы, известное в теории теплового взрыва

$$mc \frac{dT_k}{dt} = Q(T_k) - \alpha\sigma(T_k - T), \quad (2)$$

где  $m$  — масса частицы;  $c$  — теплоемкость;  $Q(T_k)$  — тепловыделение за счет химической реакции. Критические условия самовоспламенения должны определять предельные значения параметров системы, при ко-

<sup>1</sup> Однако учитываем, что диффузионное сопротивление ограничивает при высоких температурах скорость гетерогенной реакции, а следовательно, и тепловыделения.

торых стационарное решение хотя бы одного из этих двух уравнений становится невозможным.

Для получения критических условий рассмотрим сначала случай сильного перемешивания (искусственного или — при быстром течении по трубе — турбулентного). Тогда  $T$  можно считать постоянной почти по всей взвеси, а теплоотдача из среды пропорциональна разности  $T$  и температуры стенок  $T_0$ .

Тепловой баланс в системе определяется уравнением

$$M c \frac{dT}{dt} = \alpha \sigma N (T_k - T) - \alpha_1 S (T - T_0), \quad (3)$$

где  $M$ ,  $N$  и  $S$  — масса газа, число частиц и площадь поверхности стенок соответственно;  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи в стенку<sup>1</sup>. В замкнутом сосуде без вынужденной конвекции теплопередача осуществляется чаще всего теплопроводностью [4]. При этом  $T$  и  $T_k$  являются функциями координат, и, в принципе, вместо (3) нужно решать уравнение теплопроводности с градиентами температуры. Исследование критических условий с учетом распределения температуры в пространстве, приведенное ниже, показывает, как и следовало ожидать, что результат, с точностью до численного множителя  $\sim 1$ , совпадает с результатом, полученным с помощью (3). Особенности возникают лишь для систем, у которых температура воспламенения близка к температуре воспламенения одиночной частицы (мала концентрация частиц или очень мал размер сосуда).

#### ЭФФЕКТИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОТДАЧИ

Запишем стационарные решения системы (2), (3). Температура газа  $T$  при этом сразу исключается, и для  $T_k$  получаем уравнение

$$Q(T_k) = \alpha_{\text{эфф}} \sigma (T_k - T_0), \quad (4)$$

где

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha \cdot \frac{\alpha_1 \cdot S}{\alpha_1 S + N \alpha \sigma}. \quad (5)$$

Таким образом, стационарные решения и критические условия для совокупности определяются таким же уравнением теории теплового взрыва, что и для одиночной частицы, только коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  заменяется, согласно (5), новой величиной  $\alpha_{\text{эфф}}$ . Из (5) видно, что сопротивления при теплопередаче от частиц к газу и от газа к стенке складываются.

На рис. 1 построена диаграмма Н. Н. Семенова для одиночной частицы с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$  и для совокупности с  $\alpha_{\text{эфф}}$ . Согласно (5),  $\alpha_{\text{эфф}}$  всегда меньше  $\alpha$ , угол наклона к оси  $T$  линии теплоотвода для совокупности меньше угла наклона этой линии для одиночной частицы. Поэтому точка касания линий тепловыделения и теплоотвода для совокупности

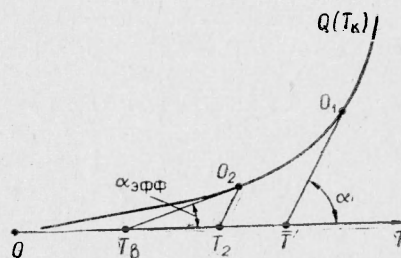


Рис. 1.

<sup>1</sup> Л. А. Клячко [3] решал систему (2), (3) с  $\alpha_1=0$  для определения периода индукции теплоизолированной взвеси.

$O_2$  всегда левее точки  $O_1$ , в которой линии тепловыделения касается линия теплоотвода одиночной частицы. Это значит, что не только температура воспламенения совокупности  $T_v$ , но и температура газа в критических условиях  $T_2$  всегда меньше  $T$  — температуры воспламенения одиночной частицы. Если выполнено условие стационарности для теплоотдачи из системы, то теплоотдача от отдельных частиц (в газ) также стационарна и условие касания линий  $Q(T_k)$  и  $\alpha_{эфф} \sigma (T_k - T_0)$  в точке  $O_2$  всегда является критическим.

Эффективный коэффициент теплоотдачи можно вместо (5) записать в виде

$$\alpha_{эфф} = \frac{\alpha}{1+A}, \quad A = N \cdot \frac{\alpha \sigma}{\alpha_1 S}. \quad (6)$$

С точностью до численного множителя  $\sim 1$ , зависящего от формы частиц,

$$A \sim \frac{\rho}{\rho_k} \cdot \frac{\eta}{1-\eta} \cdot \frac{Nu_k}{Nu} \left( \frac{L}{d} \right)^2. \quad (7)$$

Здесь  $\rho$  — плотность газа;  $\rho_k$  — плотность вещества частиц;  $\eta$  — массовая концентрация частиц (отношение массы частиц к полной массе взвеси);  $Nu_k$  — число Нуссельта для теплопередачи от частицы к газу;  $Nu$  — число Нуссельта для теплопередачи от газа к стенкам;  $L$  — размер системы (диаметр трубы, сосуда и т. п.).

Очевидно, что именно от величины параметра  $A$  зависит существование «коллективного эффекта» взвеси. Если  $A \ll 1$ ,  $\alpha_{эфф} \approx \alpha$ , взаимного влияния частиц нет (температура газа практически равна температуре стенки). В этом случае нет смысла рассматривать совокупность частиц, температура воспламенения совокупности совпадает с температурой воспламенения одиночной частицы. Заметное различие этих температур появляется при  $A \sim 1$ . В противоположном предельном случае,  $A \gg 1$ , температура газа близка к температуре частиц. Иначе говоря, имеет место тепловая гомогенизация взвеси.

### МАКСИМАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА

Максимальную температуру стационарного режима  $T_v$  обычно называют температурой воспламенения. Как будет показано в следующем разделе, для некоторой области параметров воспламенение может наблюдаться только при существенно более высокой температуре, чем  $T_v$ . Вне этой области  $T_v$  — температура воспламенения.

Задавая конкретное выражение для  $Q(T_k)$ , можно найти зависимость  $T_v$  от размера частиц, их концентрации и других параметров системы. Обычно при записи критических условий используют параметр  $\delta$  [4], который для одиночной частицы имеет вид

$$\delta_k = \frac{E}{RT_0^2} \frac{qK}{\alpha \sigma} \exp(-E/RT_0) \quad (8)$$

( $q$  — тепловой эффект реакции,  $K$  пропорционально объему частицы, если реакция гомогенная, а для гетерогенной реакции — поверхности).

Согласно (4) и (6), в критических условиях для совокупности роль  $\delta$  играет величина  $\delta_k (1+A)$ .

Для гомогенной реакции  $K \sim d^3$ , и при  $A \gg 1$   $T_v$  совокупности не зависит от размера частиц, так как теплоотдача из системы в расчете на одну частицу в этом случае также  $\sim d^3$ . Для гетерогенной реакции

$K \sim d^2$ , и  $T_v$  уменьшается при уменьшении размера частиц, когда  $A \gg 1$  (тепловая гомогенизация).

Зависимость  $T_v$  от концентрации для гетерогенной реакции показана на рис. 2. Кривые построены для частиц с размерами  $d_1$  и  $d_2 > d_1$ . Температура воспламенения одиночной частицы с размером  $d_1$  выше, чем у частицы с размером  $d_2$  (начальные точки кривых при  $\eta = 0$ ). Но с ростом концентрации кривая  $d_1$  падает быстрее и пересекается с кривой  $d_2$  (в критические условия  $\eta$  входит только в составе  $A$ ). При концентрациях правее точки пересечения температура воспламенения мелких частиц  $d_1$  ниже температуры воспламенения более крупных частиц  $d_2$ . В работе [5] измерены  $T_v(\eta)$  при разных  $d$  для частиц Mg и сплава Mg — Al. Эти линии имеют пересечения такого же типа, как на рис. 2.

### ХОД НАДКРИТИЧЕСКОГО РАЗОГРЕВА И ТЕМПЕРАТУРА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

Температура  $T_v$  отделяет область стационарного режима от области, в которой должен происходить нестационарный разогрев взвеси. Во время такого разогрева температуры частиц и газа сначала растут, оставаясь близкими (тепловая гомогенизация сохраняется). Но когда температура газа поднимается до  $\bar{T}$  — температуры воспламенения одиночной частицы<sup>1</sup>, теплоотдача в газ становится малой по сравнению с тепловыделением и температура частиц  $T_k$  «отрывается» на некоторое время от температуры газа, которая остается  $\sim \bar{T}$ . Именно этот момент в эксперименте обычно считают воспламенением, так как резкое повышение температуры частиц сопровождается их свечением.

Если концентрация частиц  $\eta$  мала, а число  $A$  велико (так что  $T_v$  существенно ниже  $\bar{T}$ ), тепла реакции может не хватить на нагрев взвеси от  $T \sim T_v$  до  $\bar{T}$ . Реакция идет до конца при температуре ниже  $\bar{T}$ , и свечение не наблюдается, хотя обычное условие самовоспламенения (условие Семенова) для взвеси выполнено.

Найдем минимальную температуру  $T_0$ , с которой должен начаться разогрев, чтобы взвесь могла достичь температуры  $\bar{T}$ . Если  $T_0$  значительно выше  $T_v$ , теплопотери в стенках можно пренебречь. Кроме того, будем считать  $T_k = T$ , что приближенно справедливо при температурах ниже  $\bar{T}$ , которые и рассматриваются. Температура взвеси  $T$  и объем частицы  $v$  в момент времени  $t$  связаны соотношением

$$T - T_0 = \frac{q\eta}{c} \left(1 - \frac{v}{v_0}\right), \quad (9)$$

где  $v_0$  — объем частицы при  $t=0$ . Температура  $\bar{T}(v)$  определяется из условия  $\delta_k(\bar{T}, v) = \frac{1}{e}$ ,  $\delta_k$  задано согласно (8). Записывая условия касания линий  $T(v)$  и  $\bar{T}(v)$  и проводя разложение по величине  $R\bar{T}(v_0)/E$ , получим

$$T_0 = \bar{T} - \frac{q\eta}{c} + \frac{R\bar{T}^2}{sE} \ln \left( \frac{sE}{R\bar{T}} \cdot \frac{q\eta}{c\bar{T}} \right). \quad (10)$$

<sup>1</sup> По мере разогрева из-за выгорания размер частицы  $d$  уменьшается, и температура  $\bar{T}$  повышается.

Здесь  $\bar{T} = \bar{T}(v_0)$ ,  $s=3$  для гомогенной реакции и  $3/2$  — для гетерогенной. Так как свечение может наблюдаться только при разогреве от начальной температуры  $T > T_0$ , а сам нестационарный разогрев возможен только при  $T > T_b$ , то с точки зрения эксперимента по воспламенению, температурой воспламенения является та из величин  $T_b$  или  $T_0$ , которая для данного набора параметров взвеси выше.

На рис. 3 показаны в зависимости от размера частиц  $d$  температуры  $T_b$  (линия  $CBDE$ ) и  $T_0$  (линия  $FB$ ). Штриховая линия — температура воспламенения одиночной частицы. Линия  $T_b$  построена для гетерогенной реакции. На участке  $BD$  температура воспламенения уменьшается с уменьшением  $d$  («коллективный эффект»,  $A \gg 1$ ). В области  $FBC$  надкритический разогрев не приводит к высоким температурам ( $T_{\max} \leq \bar{T}$ ). Построенная по данным [5] зависимость температуры воспламенения от  $d$  (при постоянной концентрации  $\eta$ ) имеет форму линии  $FBDE$ .

\*\*

Рассмотрим теплоотдачу теплопроводностью из плоского слоя взвеси толщиной  $2L$ . С учетом (1) имеем уравнение ( $\lambda$  — коэффициент теплопроводности)

$$\lambda T'' + n\sigma\alpha(T_k - T) = 0 \quad (11)$$

с условиями

$$T'(x=0) = 0, \quad T(x=L) = T_0. \quad (12)$$

$T_k$  связана с  $T$  уравнением (2).

Решение имеет вид

$$L = \int_{T_0}^{T_m} \left[ 2 \int_{T_0}^{T_m} \frac{n\sigma\alpha}{\lambda} (T_k - T_1) dT_1 \right]^{-1/2} dT = I(T_m), \quad (13)$$

$T_m$  — температура в середине слоя при  $x=0$ .

Как известно, критическим условиям отвечает значение  $T_m$ , при котором  $I(T_m)$  проходит через максимум. Легко убедиться, что при  $T_0$ , достаточно близких к  $\bar{T}$  (в этом случае  $T_k - T \approx \bar{T}_k - \bar{T} = \text{const}$ ,  $T_k$  — абсцисса точки  $O_1$  на рис. 1),  $I(T_m)$  монотонно возрастает при изменении  $T_m$  от  $T_0$  до  $\bar{T}$ .

При анализе системы (2), (3) было видно, что в критических условиях температура газа всегда ниже  $\bar{T}$ . Учет распределения температуры  $T$  (и  $T_k$ ) в слое от стенки к центру показывает, что при  $T_0$ , близких к  $\bar{T}$ , возможность стационарной теплоотдачи от отдельных частиц исчезает раньше, чем возможность стационарной теплоотдачи из системы в целом. При этом критическое условие самовоспламенения есть, очевидно,  $T_m = \bar{T}$ . При некотором значении  $T_0 = T_0^*$   $dI/dT_m = 0$  в точке  $T_m = \bar{T}$  и при  $T_0 < T_0^*$  критическим условием самовоспламенения является условие максимума  $I(T_m)$ , как в обычной стационарной теории теплового взрыва.

В этой теории фигурирует один параметр  $\delta = \frac{E}{RT_0^2} \cdot \frac{q_1}{\lambda} \times$   
 $\times L^2 z e^{-E/RT_0}$  ( $q_1$  — тепловой эффект в единице объема). Используя переменные  $\theta = (E/RT_0^2)(T - T_0)$ ,  $\theta_k = (E/RT_0^2)(T_k - T_0)$  и для  $Q(T_k)$

в (2) выражение  $q \rho_k K \exp(-E/RT_0)$ , получим с помощью метода разложения экспонента вместо (2) и (11) систему

$$\delta_k e^{\theta_k} = \theta_k - \theta, \quad (14)$$

$$d^2 \theta / d \xi^2 = -A (\theta_k - \theta), \quad (15)$$

$$\xi = 0, \quad d\theta/d\xi = 0; \quad \xi = 1, \quad \theta = 0,$$

содержащую два параметра:  $\delta_k$  из (8) и

$$A = \frac{\pi \varepsilon \alpha}{\lambda} L^2 \sim \frac{\rho}{\rho_k} \frac{\tau_1}{1 - \tau_1} \text{Nu}_k \left( \frac{L}{d} \right)^2. \quad (16)$$

Выражение (16) совпадает с выражением для параметра  $A$  в формуле (7), если в (6) положить  $\alpha_1^{-1} \sim L/\lambda$ .

Если  $T_b$  заметно ниже  $\bar{T}$ ,  $\delta_k \ll 1$  и критические условия принимают вид

$$\delta_k A = \text{const} \quad (17)$$

т. е. остается только один параметр  $\delta_k A$ . Эта величина есть не что иное, как параметр  $\delta$ . Так как константа в (17) порядка 1, этот случай соответствует  $A \gg 1$ . Действительно, как было показано, при  $A \gg 1$  «коллективный эффект» выражен и  $T_b$  существенно отличается от  $\bar{T}$ .

На рис. 4 показана зависимость  $T_b$  от  $A$ . Штрихами проведена кривая, вычисленная без учета распределения температуры в пространстве, т. е. с помощью (2), (3). Сплошная линия — точное решение задачи о критических условиях, которое имеет излом при температуре  $T^*$ , которой отвечает значение  $A^* \sim 1$ .

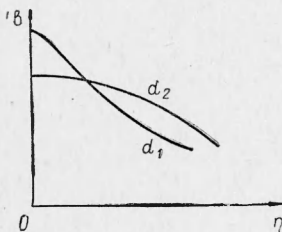


Рис. 2.

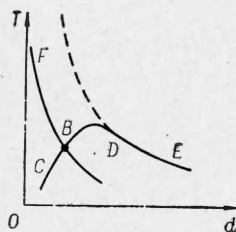


Рис. 3.

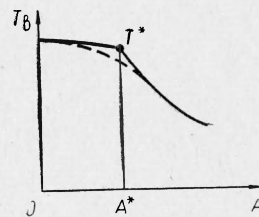


Рис. 4.

При  $A \ll 1$  из условия  $T_m = \bar{T}$  получаем

$$\bar{T} - T_b \approx \frac{A}{2} \cdot \frac{R \bar{T}^2}{E}, \quad \delta_k = \frac{1}{e} - \frac{A}{2}.$$

Отметим, что без учета распределения температуры при  $A \ll 1$

$$\bar{T} - T_b \approx A \cdot \frac{R \bar{T}^2}{E}.$$

\*\*\*

Из изложенного выше сделаем следующие выводы.

1. Критические условия самовоспламенения совокупности частиц имеют такой же вид, как и критические условия для одиночной части-

цы, но место коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  занимает коэффициент  $\alpha_{\text{эф}}$ , для которого найдено явное выражение.

2. Взаимное влияние частиц определяется величиной параметра  $A$ , обратно пропорционального квадрату среднего размера частиц.

3. Рассмотренная простая модель с эффективным коэффициентом теплоотдачи объясняет качественные особенности измеренной в работе [5] зависимости температуры воспламенения от концентрации для частиц разного размера, а также — с учетом замечаний относительно надкритического разогрева — сложную (с максимумом и минимумом) зависимость температуры воспламенения от размера частиц.

*Поступила в редакцию  
12/VIII 1968*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГИИТ, 1954.
3. Л. А. Клячко. Теплоэнергетика, 1966, 8.
4. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
5. H. M. Cassel, L. Liebman. Combustion and Flame, 1959, 3, 4.