

грешность приведенной оценки в невырожденных случаях не превышает 5 %, что намного перекрывается погрешностями постановки. С приближением к области вырождения ошибка растет, оставаясь тем не менее в пределах 20 %. Это позволяет говорить о достаточно широких границах применимости сделанного приближения.

Параметр  $\Omega_*$  входит в обе части уравнения (12), и в качестве начального приближения для итерационного процесса удобно пользоваться формулой

$$\frac{\Omega_*}{\Omega_0} = \frac{l/z_3\beta}{1 + A_6 R_3 l},$$

которая следует из (12) при  $v_2 = v_3 = 0$ .

В заключение отметим, что все расчеты проводились с использованием шести различных критериев выбора  $\Omega_*$ . Первый критерий — «классический», когда закритические режимы связываются с появлением точки перегиба на термограмме нагрева (см. рис. 3, 2). Второй, приведенный ранее, предполагает, что  $\Omega_*$  соответствует перегибу диаграммы зависимости  $\Theta_{\max}(\Omega)$  (см. рис. 4):  $d^2\Theta_{\max}/d\Omega^2 = 0$ . Согласно третьему,  $\Omega_*$  определяется из условия  $\Theta_{\max} = \alpha\Theta_a$ , где  $\alpha$  варьировалась от 0,1 до 0,5. И наконец, последние три критерия аналогичны первым с той разницей, что вместо температуры использовалась величина перегрева  $\Theta - \Theta_p$  в надежде «отфильтровать» режимы вырождения, обусловленного уменьшением эффективной поверхности теплоотдачи в ходе реакции. Сравнительный анализ показал, что все эти критерии дают близкие значения  $\Omega_*$ , одинаково хорошо соответствующие предсказаниям формулы (12) в невырожденных режимах. Однако в вырожденных и близких к вырожденным условиям они дают большое расхождение с указанной оценкой, что не позволяет отдать предпочтение ни одному из перечисленных критериев.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Некрасов Е. А., Иванов И. А. О влиянии массовых потоков вещества и объемных изменений в процессах реакционной диффузии // Изв. АН СССР. Металлы.— 1988.— № 1.— С. 45—50.
2. Вадченко С. Г., Григорьев Ю. М., Мержанов А. Г. Исследование механизма воспламенения и горения систем титан — углерод, цирконий — углерод электротермографическим способом // ФГВ.— 1976.— 12, № 5.— С. 676—682.
3. Хайкин Б. И., Блощенко В. Н., Мержанов А. Г. О воспламенении частиц металлов // Там же.— 1970.— 5, № 4.— С. 474—488.

г. Томск

Поступила в редакцию 25/VII 1991

УДК 536.46

В. Н. Лихачев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

#### К ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕД

Рассмотрены закономерности распространения волны горения в пузырьковых средах с учетом теплового расширения пузырьков и связанного с этим движения жидкой и газообразной фаз. На основе принятой модели, согласно которой волна горения представляется в виде совокупности трех характерных зон, отвечающих соответственно процессам прогрева парогазовой смеси, протекания химической реакции и теплоотдачи от продуктов сгорания, получена система уравнений, связывающая конечные и начальные параметры процесса. Проведен сравнительный анализ основных характеристик процесса распространения горения для моделей с расширяющимися и замороженными пузырьками.

Закономерности горения пузырьковых сред представляют значительный интерес в связи с изучением волновых процессов в гетерогенных реагирующих системах. Они существенны также для ряда приложений в различных отраслях современной техники и технологии, например в вос-

становительной металлургии титана, гафния, циркония [1, 2], при получении углеводородных соединений методом погружного горения [3, 4] и др.

Впервые на принципиальную возможность существования волн горения в пузырьковых средах указано в работах [5—7], где асимптотическими методами теории горения исследованы закономерности самоподдерживающегося волнового процесса с химической реакцией, распространяющегося по активной жидкости, содержащей пузырьки газообразного окислителя. В цитированных работах анализ процесса проведен при допущении о вмороженности газовых пузырьков в жидкость, т. е. без учета гидродинамики течения, обусловленной изменением размера пузырьков в периоды их прогрева, горения и тепловой релаксации. В настоящей статье рассмотрены закономерности распространения волн горения в пузырьковых средах с учетом гидродинамики течения при наличии динамического и теплового взаимодействия фаз.

### Основные уравнения

Рассмотрим реагирующую пузырьковую среду в виде жидкости с равномерно распределенными в ней пузырьками одинакового размера, заполненными смесью газообразного окислителя и паров жидкости. Механизм горения такой среды отличается сложным, многоступенчатым характером теплопередачи от горячих продуктов реакции в пузырьках к холодной смеси (через межфазную поверхность газ — жидкость, по жидкости и снова через межфазную поверхность жидкость — газ), а также сильной температурной неравновесностью, обусловленной преобладанием нагрева газовой фазы за счет химической реакции над теплоотдачей в жидкость [8].

При описании рассматриваемого процесса воспользуемся аналогично [5—8] феноменологическим подходом [9], согласно которому жидкая и газообразная фазы представляются в виде условных континуумов с эффективной плотностью вещества  $\rho$ , связанной с физической плотностью  $\rho_i^0$  соотношением  $\rho_i = m_i \rho_i^0$ , где  $m_i$  — объемное содержание газообразной ( $i = 1$ ) и жидкой ( $i = 2$ ) фаз. Считая коэффициенты переноса постоянными, запишем уравнения сохранения массы, импульса и энергии для фаз и компонентов газовой фазы, а также уравнение состояния газа и макрокINETический закон реакции. В лабораторной системе координат эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t'} + \frac{\partial (\rho_1 u_1')}{\partial x'} &= W_{\text{п}}, \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t'} + \frac{\partial (\rho_2 u_2')}{\partial x'} &= -W + W_{\text{п}}, \\ \frac{\partial \rho_c}{\partial t'} + \frac{\partial (\rho_c u_1')}{\partial x'} &= -\mu W, \\ \rho_2^0 \frac{\partial (1-m)}{\partial t'} + \rho_2^c \frac{\partial}{\partial x'} [(1-m) u_2'] &= -W_{\text{п}}, \\ \rho_1 \frac{\partial u_1'}{\partial t'} + \rho_1 u_1' \frac{\partial u_1'}{\partial x'} &= -k(u_1' - u_2'), \\ \rho_2^0 (1-m) \frac{\partial u_2'}{\partial t'} + \rho_2^0 (1-m) u_2' \frac{\partial u_2'}{\partial x'} &= \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \rho_2^0 v (1-m) \frac{\partial u_2'}{\partial x'} \right] + k(u_1' - u_2') - \frac{\partial p}{\partial x'}, \\ c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t'} + c_1 \rho_1 u_1' \frac{\partial T_1}{\partial x'} &= q_{\text{T}} W - \alpha S (T_1 - T_2) + W_{\text{п}} (q_{\text{п}} - c_1 T_1), \\ c_2 \rho_2^c (1-m) \frac{\partial T_2}{\partial t'} + c_2 \rho_2^0 (1-m) u_2' \frac{\partial T_2}{\partial x'} &= \frac{\partial}{\partial x'} \left[ \lambda (1-m) \frac{\partial T_2}{\partial x'} \right] + \\ &+ \alpha S (T_1 - T_2) - W_{\text{п}} (q_{\text{п}} - c_2 T_2), \end{aligned} \quad (1)$$

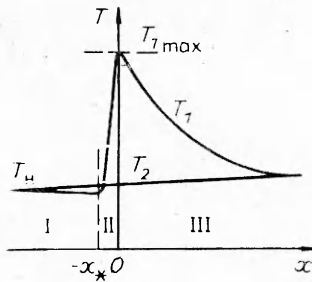


Рис. 1. Изменение температур фаз в волне горения. Зоны: I — прогрева, II — реакции, III — тепловой релаксации.

$$mp = \rho_1 R T_1, \quad S = (36\pi N)^{1/3} \cdot m^{2/3},$$

$$W = mzf(\eta) \exp(-E/RT_1),$$

где  $m_1 = m$  — объемное содержание газовой фазы;  $\alpha$  — коэффициент межфазного теплообмена;  $S$  — удельная межфазная поверхность;  $N$  — концентрация пузырьков;  $c$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $q_T$ ,  $W$  — тепловой эффект и скорость химической реакции;  $\eta = (\rho_{\text{ан}} - \rho_a)/\rho_{\text{ан}}$  — полнота выгорания газообразного окислителя;  $W_{\text{п}}$  — объемная скорость фазового перехода;  $q_{\text{п}}$  — удельная теплота парообразования;  $\nu$ ,  $\lambda$  — соответственно коэффициенты кинематической вязкости и теплопроводности жидкости;  $\mu$  — стехиометрическое число;  $R_r$ ,  $R$  — газовая и универсальная газовая постоянная;  $z$ ,  $E$  — кинетические константы реакции;  $f(\eta) = 1$  при  $\eta < 1$ ,  $f(1) = 0$  — функция выгорания;  $p$  — давление;  $k$  — коэффициент межфазного взаимодействия;  $u_{1,2}$  — скорости движения фаз; индексы 1 и 2 соответствуют газообразной и жидкой фазам; индексы  $a$ ,  $b$ ,  $\text{п}$  отвечают окислителю, парам жидкости и продуктам сгорания, а и — начальному состоянию.

Следует отметить, что в уравнении движения в силу малой интенсивности парообразования опущен член, отражающий изменение импульса за счет переноса массы через межфазную поверхность, а в уравнении энергии из-за малой скорости движения — член, отражающий диссипацию механической энергии. Силы Архимеда и присоединенных масс также не учитываются. При написании уравнения энергии не учтена работа расширения в газовой фазе ввиду ее малости.

Переходя к подвижной системе координат  $x$ ,  $t$ , в которой начало отсчета связано с пиком температуры в пузырьках (рис. 1):

$$t = t', \quad x = x' + \int_0^{t'} u_r dt,$$

$$u_{1,2} = u'_{1,2} - u_r, \quad \frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial x}$$

( $u_r$  — скорость распространения волны горения), и полагая процесс стационарным ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ), преобразуем дифференциальные уравнения системы (1) к виду

$$\frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} - \frac{d(\rho_b u_1)}{dx} = W, \quad (2)$$

$$\rho_{\text{ан}} \frac{d}{dx} [(1 - \eta) u_1] = -\mu W, \quad (3)$$

$$\rho_2^0 \frac{d}{dx} [(1 - m) u_2] + \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} = 0, \quad (4)$$

$$\rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} = -k(u_1 - u_2), \quad (5)$$

$$\rho_2^0 (1 - m) u_2 \frac{du_2}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \rho_2^0 \nu (1 - m) \frac{du_2}{dx} \right] + k(u_1 - u_2) - \frac{dp}{dx}, \quad (6)$$

$$c_1 \rho_1 u_1 \frac{dT_1}{dx} = q_T W - \alpha S (T_1 - T_2) + (q_{\text{п}} - c_1 T_1) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx}, \quad (7)$$

$$c_2 \rho_2^0 (1 - m) u_2 \frac{dT_2}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \lambda (1 - m) \frac{dT_2}{dx} \right] + \alpha S (T_1 - T_2) - (q_{\text{п}} - c_2 T_2) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx}. \quad (8)$$

Граничные условия, отвечающие рассматриваемой задаче, имеют вид:

$$\begin{aligned} x = -\infty, T_1 = T_2 = T_n, u_1 = u_2 = u_r, m = m_n, p = p_n, \\ \rho_a = \rho_{an}, \rho_b = \rho_{bn}, \rho_1 = \rho_n, \eta = 0, W = 0; \\ x = +\infty, T_1 = T_2 = T_k, u_1 = u_2 = u_k, m = m_k, \\ p = p_k, \eta = 1, \end{aligned}$$

где параметры начального состояния определяются по заданным внешнему давлению  $p_n$ , начальной температуре  $T_n$  и газосодержанию  $m_n$ :

$$\begin{aligned} \rho_{bn} = \frac{m_n p_{bn}}{R_b T_n}, \quad \rho_{an} = \frac{m_n p_{an}}{R_a T_n}, \quad p_{an} = p_n - p_{bn}, \\ \rho_{1n} = \rho_{an} + \rho_{bn}, \quad p_{bn} = z_n \exp(-q_n/R_b T_n). \end{aligned}$$

Здесь  $z_n$  — предэкспоненциальный множитель в уравнении Клапейрона — Клаузиуса.

### Параметры конечного состояния

В дальнейшем при анализе пузырькового горения воспользуемся предложенной в работах [5, 6] моделью, согласно которой волна горения представляется в виде совокупности трех характерных зон, отвечающих соответственно процессам прогрева парогазовой смеси, протеканию в ней интенсивной химической реакции, а также теплоотдачи от продуктов сгорания к жидкому реагенту при практическом отсутствии химической реакции. В соответствии с этой моделью найдем зависимости параметров конечного состояния от начальных параметров, преобразуя уравнения (2) — (8) с учетом граничных условий. Умножив (4) на  $c_2 T_2$  и сгруппировав полученное равенство с уравнениями (3), (7) и (8), получим

$$c_1 \frac{d(\rho_1 u_1 T_1)}{dx} + c_2 \rho_2^0 \frac{d}{dx} [(1-m) u_2 T_2] + \frac{\rho_{an} q_T}{\mu} \frac{d}{dx} [(1-\eta) u_1] = \lambda \frac{d}{dx} [(1-m) \frac{dT_2}{dx}]. \quad (9)$$

Интегрирование уравнений (9) и (4) от начального до конечного (индекс к) состояния дает выражения для значения конечной температуры

$$T_k = \frac{u_r q_T \rho_{an} / \mu + c_1 \rho_{1n} T_n + c_2 \rho_2^0 (1-m_n) T_n}{\frac{u_k}{c_1 \rho_{1k}} + c_2 \rho_2^0 (1-m_k)} \quad (10)$$

и газосодержания

$$m_k = 1 + \rho_{1k} / \rho_2^0 - [(1-m_n) + \rho_{1n} / \rho_2^0] u_r / u_k. \quad (11)$$

Комбинируя уравнения (5), (6) с уравнением (4), умноженным на  $u_2$ , а также учитывая, что

$$\rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} + u_2 \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} = \frac{d(\rho_1 u_1^2)}{dx} + (u_2 - u_1) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx},$$

получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d(\rho_1 u_1^2)}{dx} + (u_2 - u_1) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} + \rho_2^0 \frac{d}{dx} [(1-m) u_2^2] = \\ = \frac{d}{dx} [\rho_2^0 v (1-m) \frac{du_2}{dx}] - \frac{dp}{dx}, \end{aligned}$$

интегрирование которого по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  дает

$$\begin{aligned} \rho_{1k} u_k^2 - \rho_{1n} u_r^2 + \rho_2^c (1-m_k) u_k^2 - \rho_2^c (1-m_n) u_r^2 + \\ + p_k - p_n = \int_{-\infty}^{+\infty} (u_1 - u_2) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} dx. \quad (12) \end{aligned}$$

Для оценки интеграла в правой части (12) определим значения характерных параметров в зоне прогрева и тепловой релаксации. Так как в зоне прогрева  $\eta = 0$  и  $W = 0$ , то из уравнения (3) следует, что  $\rho_{ан} u_1 = \rho_{ан} u_r = \text{const}$ , т. е.  $u_1 - u_r = \text{const}$ . Соответственно из (5) получаем  $u_2 = u_1 = \text{const}$ .

Интегрируя выражение (2) по зоне тепловой релаксации и полагая в ней, согласно принятой модели,  $W = 0$ ,  $\eta = 0$ , приходим к соотношению

$$u_1(\rho_1 - \rho_b) = u_r(\rho_{1к} - \rho_{bk}) = \text{const},$$

которое с учетом  $\rho_a = 0$ ,  $\rho_1 = \rho_b + \rho_{п}$  можно переписать

$$\rho_{п} u_1 = \rho_{п,к} u_{к}. \quad (13)$$

В рассматриваемом случае  $\rho_{п} = \rho_{п,к}$ , тогда  $u_1 = u_{к} = \text{const}$  и в соответствии с этим из (5) имеем  $u_2 = u_{к} = \text{const}$ . Таким образом, на интервалах от  $-\infty$  до  $-x_*$  и от 0 до  $+\infty$  разность  $u_1 - u_2 = 0$  и интеграл в правой части (12) равен

$$\int_{-x_*}^0 (u_1 - u_2) \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} dx.$$

В случае активированных реакций, когда толщина зоны реакции достаточно мала, этот интеграл можно принять равным нулю<sup>1</sup>. Тогда (12) примет вид

$$\rho_{1к} u_{к}^2 - \rho_{1н} u_{г}^2 + \rho_2^{\epsilon} (1 - m_{к}) u_{к}^2 - \rho_2^{\epsilon} (1 - m_{н}) u_{г}^2 + p_{к} - p_{н} = 0. \quad (14)$$

Разрешая последнее соотношение относительно  $u_{к}$ , запишем

$$\left( \frac{u_{к}}{u_{г}} \right)^2 = \frac{\rho_{1н} + \rho_2^{\epsilon} (1 - m_{н}) - (p_{к} - p_{н}) / u_{г}^2}{\rho_{1к} - \rho_2^{\epsilon} (1 - m_{к})}. \quad (15)$$

Для определения параметров конечного состояния используем также уравнение состояния (девятое уравнение системы (1)), которое в приближении  $R_{г,н} = R_{г,к}$  имеет вид

$$\frac{m_{к}}{m_{н}} = \frac{\rho_{1к} T_{к} p_{н}}{\rho_{1н} T_{н} p_{к}}. \quad (16)$$

Соотношения (10), (11), (15), (16) определяют конечные значения параметров  $T$ ,  $m$ ,  $u$ ,  $\rho$  как функций параметров начального состояния и неизвестной априори скорости горения  $u_{г}$ . Для нахождения последней используем в дальнейшем балансовое соотношение в точке воспламенения, полученное в [6].

### Скорость распространения горения

Начнем с определения максимальной температуры газовой фазы. Следуя подходу, развитому в [5, 6], воспользуемся моделью, согласно которой зона реакции представляется в виде узкого слоя, в котором интенсивно выгорают реагенты в условиях, близких к адиабатическим. Опустив в связи с последним в (7) член, учитывающий теплоотдачу в жидкость, проинтегрируем это уравнение по толщине зоны реакции. С учетом (3) получим следующее соотношение, определяющее температуры в конце зоны горения

$$T_{1м} = \frac{u_{г} \rho_{1н}}{u_{к} \rho_{1к}} \left[ T_{н} + \frac{\rho_{ан} q_{г}}{c_1 \mu \rho_{1н}} - \frac{q_{п}}{c_1} \left( \frac{\rho_{1к}''_{к}}{\rho_{1н}''_{г}} - 1 \right) \right]. \quad (17)$$

В этом соотношении сумма первых двух членов, стоящих в квадратных

<sup>1</sup> Таким образом, эффекты двухскоростной модели проявляются только при конечной толщине зоны реагирования, т. е. для слабо активированных реакций.

скобках, характеризует максимальную температуру газа в нерасширяющихся пузырьках, третий член и множитель перед скобками учитывают деформацию пузырьков вследствие термического расширения газа.

Скорость распространения волны горения находится из уравнения теплового баланса в точке воспламенения

$$q_{Tz} m \exp(-E/RT_{1*}) = \alpha S_* (T_{2*} - T_{1*}) \quad (18)$$

после определения входящих в это уравнение температур фаз  $T_{1*}$  и  $T_{2*}$ . Здесь  $S_*$  — межфазная поверхность в точке воспламенения. С этой целью рассмотрим изменение характерных величин в зонах прогрева и тепловой релаксации.

**Зона прогрева.** Интегрируя уравнения (4) от  $-\infty$  до  $x$ , получим выражение

$$\rho_2^0 (1 - m) u_2 + \rho_1 u_1 = \rho_2^0 (1 - m_n) u_n + \rho_{1n} u_n, \quad (19)$$

из которого, учитывая приведенные выше оценки скоростей движения фаз в зоне прогрева ( $u_1 = u_2 = u_n$ ), получим формулу для величины газосодержания

$$m = m_n \frac{1 - \rho_{1n}^0 \rho_2^0}{1 - \rho_1^0 / \rho_2^0}. \quad (20)$$

При умеренных давлениях ( $\rho_{1n}^0 \ll \rho_2^0$  и  $\rho_1^0 \ll \rho_2^0$ ) можно принять  $m \approx m_n$  и соответственно  $S_* \approx S_n$ . Интегрирование уравнения (9) от  $-\infty$  до  $x$  приводит при сделанных допущениях к выражению

$$u_n [c_1 \rho_1 T_1 + c_2 \rho_2^0 (1 - m_n) T_2] = \lambda (1 - m_n) \frac{dT_1}{dx} + [c_1 \rho_{1n} T_n + c_2 \rho_2^0 (1 - m_n) T_n] u_n. \quad (21)$$

Поскольку в зоне прогрева  $T_1 \approx T_2$  и  $c_1 \rho_1 \ll c_2 \rho_2^0$ , то (21) можно преобразовать следующим образом:

$$l_* \frac{dT_2}{dx} = T_2 - T_n, \quad (22)$$

$$l_* = \lambda / (c_2 \rho_2^0 u_n).$$

Интегрирование уравнения (22) с учетом условия  $x = -x_*$ ,  $T_2 = T_{2*}$  дает выражение для температуры жидкой фазы

$$T_2 = T_n + (T_{2*} - T_n) \exp[(x + x_*)/l_*],$$

которое в случае тонкой зоны реакции примет вид

$$T_2 = T_n + (T_{2*} - T_n) \exp(x/l_*). \quad (23)$$

С учетом (23) проинтегрируем уравнение теплового баланса газовой фазы. Предварительно заметим, что из  $m = m_n$ ,  $u_2 = \text{const}$  и уравнения (4) следует, что в зоне прогрева  $d(\rho_1 u_1)/dx = 0$ . Соответственно этому выражение (7) записывается иначе:

$$c_1 \rho_{1n} u_n \frac{dT_1}{dx} = -\alpha S_n (T_1 - T_2), \quad (24)$$

$$S_n = (36\pi N)^{1/3} m_n^{2/3}.$$

После интегрирования уравнения (24) с учетом соотношения (23) получим выражение для температуры газовой фазы в зоне прогрева

$$T_1 = T_n + \frac{\alpha S_n (T_{2*} - T_n)}{c_1 \rho_{1n} u_n} \left( \frac{1}{l_*} + \frac{\alpha S_n}{c_1 \rho_{1n} u_n} \right)^{-1} \exp(x/l_*). \quad (25)$$

Полагая протяженность зоны реакции достаточно малой ( $x_* \approx 0$ ), из (25)

находим для температуры газовой фазы в точке воспламенения

$$T_{1*} = \bar{T}_H + \frac{\alpha S_H (T_{2*} - T_H)}{c_1 \rho_{1H} u_H} \left( \frac{1}{t_*} + \frac{\alpha S_H}{c_1 \rho_{1H} u_H} \right)^{-1}. \quad (26)$$

**Зона тепловой релаксации.** Интегрируя уравнение (4) от  $x$  до  $+\infty$ , получим соотношение

$$\rho_2^c (1 - m_K) u_K - \rho_2^c (1 - m) u_2 + \rho_{1K} u_K - \rho_1 u_1 = 0, \quad (27)$$

из которого с учетом равенства скоростей движения фаз в зоне релаксации ( $u_1 = u_2 = u_K$ ) следует

$$m = m_K \frac{1 - \rho_{1K}^0 / \rho_2^0}{1 - \rho_1^0 / \rho_2^0} \approx m_K.$$

В силу равенств  $m \approx m_K$  и  $u_1 = u_2 = u_K$  производная  $d(\rho_1/u_1)/dx = 0$  и  $\rho_1 u_1 = \rho_{1K} u_K$  (см. (4)). С учетом этого (7) примет вид

$$c_1 \rho_{1K} u_K \frac{dT_1}{dx} = -\alpha S_K (T_1 - T_2), \quad (28)$$

$$S_K = (36\pi N)^{1/3} m_K^{2/3}.$$

Так как в зоне тепловой релаксации температура газовой фазы изменяется резко, а жидкой фазы слабо, то при решении уравнения (28) можно приближенно считать  $T_2 \approx T_K$ . В этом случае интегрирование (28) с учетом условия  $x=0, T_1 = T_{1m}$  дает

$$T_1 = T_K + (T_{1m} - T_K) \exp\left(-\frac{\alpha S_K}{c_1 \rho_{1K} u_K} x\right). \quad (29)$$

Используя (29), запишем уравнение (8) в виде

$$\frac{d^2 T_2}{dx^2} - \frac{c_2 \rho_2^0 u_K}{\lambda} \frac{dT_2}{dx} + \frac{\alpha S_K}{\lambda (1 - m_K)} (T_{1m} - T_K) \exp\left(-\frac{\alpha S_K}{c_1 \rho_{1K} u_K} x\right) = 0.$$

Интегрирование этого уравнения приводит к следующим выражениям для температуры жидкого реагента в произвольной точке зоны тепловой релаксации и в точке воспламенения:

$$T_2 = T_K - \frac{(T_{1m} - T_K) c_1 \rho_{1K} u_K}{(1 - m_K) [c_2 \rho_2^0 u_K + \lambda r_*]} \exp(-r_* x), \quad (30)$$

$$T_{2*} = T_K - \frac{(T_{1m} - T_K) c_1 \rho_{1K} u_K}{(1 - m_K) [c_2 \rho_2^0 u_K + \lambda r_*]}, \quad (31)$$

где  $r_* = \alpha S_K / c_1 \rho_{1K} u_K$ . Разрешая систему уравнений (26) и (31) относительно  $\bar{T}_{1*}$  и  $T_{2*}$  с использованием (17), получим окончательно

$$T_{1*} = [(1 - a) T_H + a(1 + b) T_K - aQ] / (1 + \bar{u}ba), \quad (32)$$

$$T_{2*} [(1 + b) T_K - \bar{b}u(1 - a) T_H - Q] / (1 + \bar{u}ba), \quad (33)$$

$$a = \frac{\alpha S_H}{c_1 \rho_{1H} u_H} \left( \frac{1}{t_*} + \frac{\alpha S_H}{c_1 \rho_{1H} u_H} \right), \quad b = \frac{c_1 \rho_{1K} u_K}{(1 - m_K) [c_2 \rho_2^0 u_K + \lambda r_*]},$$

$$\bar{u} = \frac{\rho_{1H} u_H}{\rho_{1K} u_K}, \quad Q = \bar{b}u \left[ \frac{\rho_{aH} q_T}{c_1 \mu \rho_{1H}} + \frac{q_H}{c_1} \left( \frac{1}{u} - 1 \right) \right].$$

Уравнение (18) для подстановки в него соотношений (32) и (33) непосредственно используется для определения скорости распространения горения.

Дополним полученные интегралы еще одним соотношением. Его получим, комбинируя (2) и (3):

$$\frac{d}{dx} [\rho_1 u_1 - \rho_b u_1 + \rho_{aH} (1 - \eta) u_1 / \mu] = 0.$$

Интегрируя это уравнение от начального до конечного состояния и учтя, что  $\eta_{\text{H}} = 0$ ,  $\eta_{\text{K}} = 1$ , имеем

$$\frac{u_{\text{K}}}{u_{\text{Г}}} = \frac{\rho_{1\text{H}} - \rho_{\text{bH}} + \rho_{\text{aH}}/\mu}{\rho_{1\text{K}} - \rho_{\text{bK}}},$$

или с учетом того, что  $p_{\text{b}} = z_{\text{H}} \exp(-q_{\text{H}}/R_{\text{b}}T_{\text{H}})$ ,

$$\frac{u_{\text{K}}}{u_{\text{Г}}} = \frac{1 + \frac{\rho_{\text{aH}}}{\rho_{1\text{H}}} - \frac{m_{\text{H}}}{\rho_{1\text{H}}} \frac{z_{\text{H}}}{R_{\text{b}}T_{\text{H}}} \exp(-q_{\text{H}}/R_{\text{b}}T_{\text{H}})}{\frac{\rho_{1\text{K}}}{\rho_{1\text{H}}} - \frac{m_{\text{K}}z_{\text{H}}}{\rho_{1\text{H}}R_{\text{b}}T_{\text{K}}} \exp(-q_{\text{H}}/R_{\text{b}}T_{\text{K}})}. \quad (34)$$

Полученная система уравнений (10), (11), (15), (16), (18), (34) служит для определения шести заранее неизвестных характеристик волны пузырькового горения  $m_{\text{K}}$ ,  $T_{\text{K}}$ ,  $p_{\text{K}}$ ,  $\rho_{1\text{K}}$ ,  $u_{\text{Г}}$ ,  $u_{\text{K}}$ . В безразмерных переменных она имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{T_{\text{K}}}{T_{\text{H}}} &= \frac{u_{\text{Г}}}{u_{\text{K}}} \frac{\beta\varepsilon/\gamma\mu + (1 + \delta)/\delta}{\rho_{1\text{K}}/\rho_{1\text{H}} + (1 - m_{\text{K}})/[\delta(1 - m_{\text{H}})]}, \\ m_{\text{K}} &= 1 + \frac{\rho_{1\text{K}}\delta}{\rho_{1\text{H}}^2} (1 - m_{\text{H}}) - \frac{u_{\text{Г}}}{u_{\text{K}}} (1 + \delta/c_{12})(1 - m_{\text{H}}), \\ \left(\frac{u_{\text{Г}}}{u_{\text{K}}}\right)^2 &= \frac{1 + c_{12}/\delta - \xi_{\text{K}}/(\delta U^2)}{\rho_{1\text{K}}/\rho_{1\text{H}} + c_{12}(1 - m_{\text{K}})/[\delta(1 - m_{\text{H}})]}, \\ \frac{\rho_{1\text{K}}}{\rho_{1\text{H}}} &= \frac{m_{\text{K}}T_{\text{H}}}{m_{\text{H}}T_{\text{K}}} \left( \frac{\xi_{\text{K}}}{\xi_{\text{H}}} + 1 \right), \\ \text{Se} \exp\left(\frac{A\bar{q}}{1 + \bar{u}ab}\right) &= \delta U^2 \left( \frac{A\bar{q}}{1 + \bar{u}ab} \right), \\ \frac{u_{\text{K}}}{u_{\text{Г}}} &= \frac{1 + \varepsilon/\mu - \varkappa}{\rho_{1\text{K}}/\rho_{1\text{H}} - \varkappa \exp[-\Psi(T_{\text{H}}/T_{\text{K}} - 1)] m_{\text{K}}T_{\text{H}}/(m_{\text{H}}T_{\text{K}})}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta &= RT_{\text{H}}/E, \quad \varepsilon = \rho_{\text{aH}}/\rho_{1\text{H}}, \\ \delta &= \frac{c_1\rho_{1\text{H}}}{c_2\rho_2^0(1 - m_{\text{H}})}, \quad \gamma = \frac{c_1RT_{\text{H}}^2}{q_{\text{T}}E}, \\ \xi_{\text{K}} &= \frac{(p_{\text{K}} - p_{\text{H}})c_1c_2\rho_2^0(1 - m_{\text{H}})}{\alpha S_{\text{H}}\lambda}, \quad \bar{q} = \frac{q_{\text{H}}}{q_c}, \\ \xi_{\text{H}} &= \frac{p_{\text{H}}c_1c_2\rho_2^0(1 - m_{\text{H}})}{\alpha S_{\text{H}}\lambda}, \quad U = c_2\rho_2^0 u_{\text{Г}} \sqrt{\frac{1 - m_{\text{H}}}{\alpha S_{\text{H}}\lambda}}, \\ \text{Se} &= \frac{zm_{\text{H}}q_{\text{T}}E}{\alpha S_{\text{H}}RT_{\text{H}}^2} \exp(-E/RT_{\text{H}}), \quad \Psi = \frac{q_{\text{H}}}{R_{\text{b}}T_{\text{H}}}, \\ c_{12} &= \frac{c_1}{c_2}, \quad a = \frac{1}{\delta U^2 + 1}, \quad \varkappa = \frac{m_{\text{H}}z_{\text{H}}}{\rho_{1\text{H}}R_{\text{b}}T_{\text{H}}} \exp\left(-\frac{q_{\text{H}}}{R_{\text{b}}T_{\text{H}}}\right), \\ b &= \delta \frac{\rho_{1\text{K}}(1 - m_{\text{H}})}{\rho_{1\text{H}}(1 - m_{\text{H}})} \left( 1 + \frac{\rho_{1\text{H}}S_{\text{K}}u_{\text{Г}}^2}{\delta U^2\rho_{1\text{K}}S_{\text{H}}u_{\text{K}}^2} \right), \\ A &= \frac{(T_{\text{K}}/T_{\text{H}})(1 + b) - 1 - b\bar{u}}{\beta} - \frac{b\bar{u} \left( \frac{\varepsilon}{\mu} + \frac{\bar{q}(1 - \bar{u})}{\bar{u}} \right)}{\gamma}. \end{aligned}$$



## Анализ процесса

На рис. 2—6 приведены результаты численных расчетов процесса распространения волны горения в пузырьковой среде, выполненных при таких же значениях физико-химических констант и режимных параметров, что и в работе [6].

На рис. 2 показаны зависимости конечных параметров  $m_k$ ,  $T_k$ ,  $p_k$  от начального значения газосодержания и параметра  $\beta$  (безразмерная начальная температура). Из графика видно, что рост  $m_k$  сопровождается монотонным, практически линейным увеличением конечной температуры пузырьковой среды. Это связано, во-первых, с ростом суммарного тепловыделения из-за увеличения содержания окислителя в пузырьковой среде и, соответственно этому, увеличения массы реагирующего вещества и, во-вторых, с уменьшением теплоемкости системы.

Повышение начального газосодержания приводит также к росту  $m_k$ . При этом темп изменения  $m_k$  оказывается значительно большим, чем темп изменения  $T_k$ . Это объясняется зависимостью величины  $m_k$  не только от термического расширения газа, обусловленного ростом температуры, но и от интенсивности испарения жидкого реагента, резко нарастающей с увеличением  $T_k$ .

Что касается влияния начальной температуры  $T_n$  на  $T_k$ ,  $m_k$  и  $p_k$ , то, как видно из соответствующих графиков, рост параметра  $\beta$  ведет к увеличению значений  $m$  и  $T_k$  и к снижению  $p_k$ .

На рис. 3 сопоставлены зависимости пиковой температуры газовой фазы  $\Theta_{\max} - RT_{1\max}/E$  от начальной температуры и газосодержания, относящиеся к двум различным моделям пузырьковых сред — с замороженными или расширяющимися пузырьками. Из графиков видно, что характер зависимостей  $\Theta_{\max}(\beta)$  и  $\Theta_{\max}(m_n)$  в этих средах существенно различен. Это связано с тем, что в среде с замороженными пузырьками выделяющаяся при горении теплота затрачивается только на изменение внутренней энергии газовой фазы. В модели среды с расширяющимися пузырьками относительное понижение пиковой температуры  $\Theta_{\max}$  связано с учетом дополнительного уноса теплоты из зоны реакции со скоростью  $u_k > u_r$  (см. формулы (7) и (17)).

Влияние термического расширения газа на скорость распространения горения отражает рис. 4, на котором представлены зависимости  $U(\text{Se})$ ,  $U(\delta)$  и  $U(\epsilon)$ , относящиеся к средам с замороженными и расширяющимися пузырьками. В обоих случаях характер этих зависимостей сохраняется одним и тем же. Вместе с тем, имеет место значительное расхождение абсолютных значений скорости горения, рассчитанной в разных приближениях.

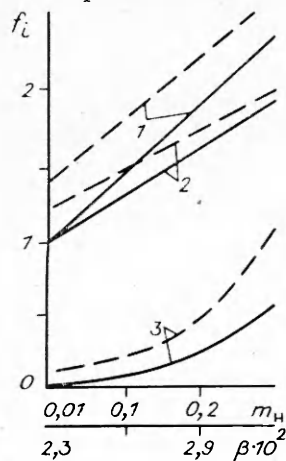


Рис. 2. Зависимость конечных параметров от газосодержания (—) и температуры (----).

$$1 - m_k/m_n; 2 - T_k/T_n; 3 - (1 - p_k/p_n) \cdot 10^{10}.$$

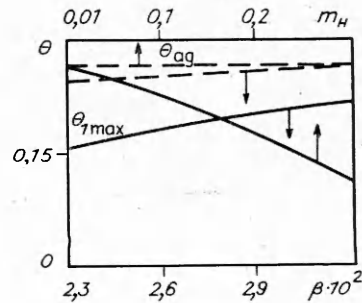
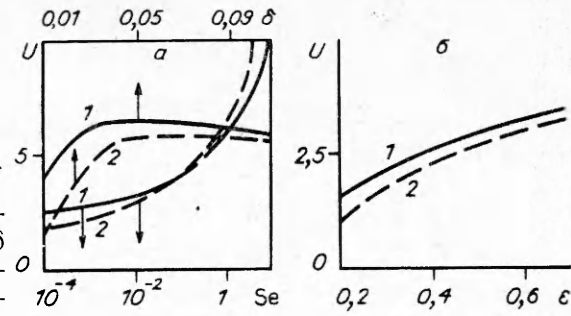


Рис. 3. Зависимость максимальной температуры  $\Theta_{\max}$  от начальной температуры и начального газосодержания. ---- — среда с замороженными пузырьками; — с расширяющимися пузырьками.

Рис. 4. Зависимость скорости распространения волны горения от параметров  $Se$ ,  $\delta$  (а) и  $\varepsilon$  (б).

1 — расширяющиеся пузырьки;  
2 — замороженные пузырьки.



На рис. 5 для ряда значений параметров  $\varepsilon$ ,  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  приведены данные о зависимости скорости распространения волны горения от числа Семенова. Расчеты показывают, что при вариации названных параметров в достаточно широком диапазоне значений вид зависимости  $U(Se)$  не меняется. Он сохраняется возрастающим и при  $Se > Se_{кр}$  характеризуется отсутствием стационарных решений для  $\dot{U}$ . Последнее указывает на то, что при  $Se > Se_{кр}$  стационарные режимы горения не могут быть реализованы.

Местоположение расчетной кривой зависимости  $Se_{кр}(\delta)$ , а также других кривых, определяющих области реализации различных режимов горения, иллюстрирует рис. 6, на котором в параметрической плоскости  $Se - \delta$  нанесены характерные граничные линии. Из графика следует, что учет гидродинамики течения приводит к расширению области существования стационарных режимов распространения горения.

Таким образом, данные расчетов свидетельствуют о заметном количественном расхождении результатов, относящихся к моделям среды с замороженными и расширяющимися пузырьками. Вместе с тем, сохраняется идентичность в характере основных зависимостей, что позволяет при качественном исследовании сложного процесса ограничиться более простой моделью пузырьковой среды.

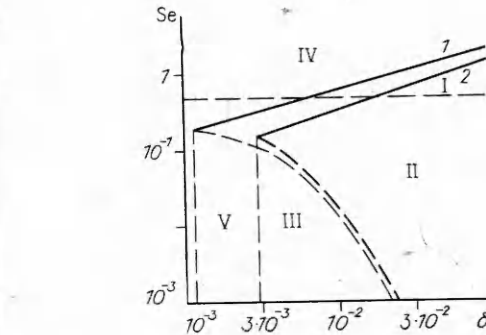
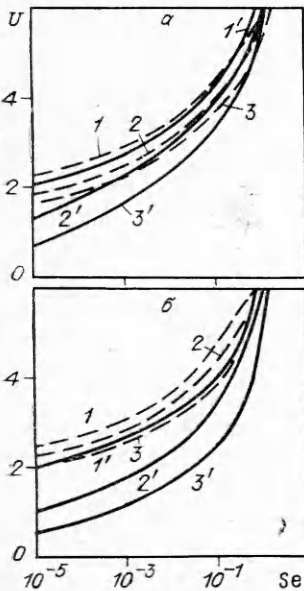


Рис. 6. Области существования различных режимов протекания химической реакции.

1 —  $Se_{кр}(\delta)$  для расширяющихся пузырьков; 2 —  $Se_{кр}(\delta)$  для замороженных пузырьков; I, II — области существования стационарной волны горения; III — режим медленного превращения; IV, V — нестационарный высокотемпературный и низкотемпературный процессы.

Рис. 5. Зависимость  $U(Se)$ .

$a - \varepsilon = 0,7$  (1'),  $0,5$  (2'),  $0,3$  (3'),  $\gamma = 5,3 \cdot 10^{-4}$  (1),  $2 \cdot 10^{-4}$  (2),  $10^{-4}$  (3);  $b - \kappa = 10^{-3}$  (1'),  $10^{-2}$  (2'),  $2 \cdot 10^{-2}$  (3'),  $\delta = 0,03$  (1),  $0,05$  (2),  $0,08$  (3).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Барышников Н. В., Гагер В. Э., Денисов Н. Д. и др. *Металлургия циркония и гафния*.— М.: Metallurgia, 1979.
2. Гармата В. А., Гуляницкий Б. С. *Металлургия титана*.— М.: Metallurgia, 1968.
3. Кордыш Е. И., Кузнецова А. Ф., Часовских В. И. Получение ацетилена и этилена методом погружного горения // *Химическая промышленность*.— 1973.— № 5.— С. 330—333.
4. Фридман Н. Б., Китанин М. М., Штейнберг А. С. и др. К механизму пузырькового воспламенения // *Докл. АН СССР*.— 1981.— 258, № 4.— С. 961—965.
5. Сухов Г. С., Ярин Л. П. Волны горения в пузырьковых средах // *Там же*.— 1981.— 256, № 2.— С. 376—380.
6. Сухов Г. С., Ярин Л. П. Закономерности горения пузырьковых сред // *ФГВ*.— 1981.— 17, № 3.— С. 10—18.
7. Лихачев В. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. // *Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных систем/Под ред. Б. В. Новожилова*.— Черно-голова: ОИХФ АН СССР, 1986.— С. 120—122.
8. Ярин Л. П., Сухов Г. С. *Основы теории горения двухфазных сред*.— Л.: Энергоатомиздат, 1987.
9. Нигматуллин Р. И. *Основы механики гетерогенных сред*.— М.: Наука, 1978.

г. Ленинград

Поступила в редакцию 9/1 1990,  
после доработки — 16/X 1991

УДК 536.46

В. Н. Лихачев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

### К ТЕОРИИ ПУЗЫРЬКОВЫХ РЕАКТОРОВ ГОРЕНИЯ (реактор вытеснения)

Рассмотрен тепловой режим реактора вытеснения, в котором реагирует монодисперсная пузырьковая среда. Предложена модель тепловых процессов, происходящих в реакторе, существенно отличающаяся от известных моделей гомогенных однотемпературных реакторов.

Классификация режимов работы реактора основывается на методе динамического баланса, который состоит в сопоставлении вычисленных по длине канала в квазистационарном приближении, локальных значений скорости волны горения  $u(x)$  с характерной скоростью  $u_0$ . На основе решения системы уравнений, связывающей значения скорости распространения волны горения, положения фронта в канале реактора, начальной и конечной температур фаз, полноты выгорания в параметрической плоскости, определены области существования стационарных решений, проведена классификация устойчивых и неустойчивых состояний.

Исследование закономерностей горения пузырьковых сред представляет двоякий интерес. Он связан, во-первых, с широким применением таких сред в различных отраслях современной техники и технологии [1—3] и, во-вторых, в связи с изучением особенностей горения гетерогенных газожидкостных систем [4, 5].

В настоящее время достаточно подробно изучен механизм распространения волн горения в пузырьковых средах с замороженными и расширяющимися пузырьками [5, 6]. Получены данные о скорости горения и влияния на нее различных параметров. В нуль-мерной модели рассмотрен тепловой режим горения пузырьковых сред и определены области реализации стационарных состояний пузырьковых реакторов идеального смешения [7]. В настоящей работе на основе метода динамического баланса [5] исследуются стационарные режимы пузырькового реактора вытеснения.

#### Система уравнений

Рассмотрим адиабатический реактор в виде трубы конечного размера, в который поступает пузырьковая реагирующая среда — активная жидкость, насыщенная монодисперсными пузырьками (рис. 1). При поджигании такой смеси в канале реактора формируется волна горения,