

Для нейтральных кривых третьего типа неустойчивость вызывается как инерционными, так и вязкими эффектами. У таких кривых существует невязкая асимптота, но наибольшее  $\alpha$  достигается вблизи критического числа Рейнольдса. Примерами таких кривых могут служить кривые  $a$  на фиг. 2.

Применяя предложенную классификацию к нейтральным кривым, определяющим устойчивость сверхзвукового пограничного слоя, можно видеть, что первая нейтральная кривая 1 всегда относится к первому типу, т. е. обусловлена вязкостью. Вторая нейтральная кривая 2 относится к первому типу при малых числах Маха. С увеличением  $M$  при температурах выше температур полной невязкой стабилизации (штрих-пунктирная кривая на фиг. 1) у нее появляется невязкая асимптота, т. е. она относится к третьему типу, а в области  $\varepsilon$  — ко второму.

При увеличении числа Маха меняется и роль нейтральных кривых в устойчивости пограничного слоя. При малых числах Маха определяющую роль в устойчивости играет первая кривая 1. На фиг. 4 приведены значения критических чисел Рейнольдса  $R^*$  в зависимости от температуры поверхности  $T_w$ . Для  $M = 2.2$  (пунктирные кривые) критические числа Рейнольдса первой кривой 1 всегда меньше, чем второй 2. При увеличении  $M$  и по мере того как у второй нейтральной кривой начинают преобладать невязкие эффекты, она начинает играть ведущую роль в устойчивости. Уже для  $M = 3.0$  в зависимости от  $T_w$  устойчивость определяется либо первой, либо второй нейтральной кривой (фиг. 4, сплошные линии), а при  $M > 3.3$  — только второй нейтральной кривой.

Таким образом, с увеличением числа Маха дестабилизирующее действие вязкости в устойчивости пограничного слоя исчезает. Это проявляется как в том, что уменьшается роль первой, чисто «вязкой» нейтральной кривой, так и в том, что у второй нейтральной кривой начинают преобладать инерционные эффекты.

Автор благодарит С. А. Гапонова за постоянное внимание, помощь в работе и полезные обсуждения.

Поступила 29 II 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Численное решение задачи о полной стабилизации сверхзвукового пограничного слоя. ПМТФ, 1972, № 2.
2. Reshotko E. Stability theory as a guide to the evaluation of transition data. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 6. (Рус. перев.: Применение теории устойчивости для анализа данных по переходу. Ракетная техника и космонавтика, 1969, т. 7, № 6).
3. Vetchov R., Criminale W. O. Stability of parallel flows. New York — London, Acad. Press., 1967. (Рус. перев.: Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1971.)
4. Mack L. M. Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. In: Methods Computat. Phys., vol. 4, New York — London, Acad. Press., 1965.
5. Гапонов С. А., Маслов А. А. Устойчивость сжимаемого пограничного слоя при дозвуковых скоростях. Изв. СО АН СССР, 1971, № 3, вып. 1.
6. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Усп. матем. н., 1961, т. 16, вып. 3.

УДК 622.235.5

#### О ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЗРЫВЕ

Э. А. Кошелев

(Новосибирск)

Диссипация энергии взрыва в грунте рассматривалась ранее А. Я. Сагомоняном [1, 2] и автором [3]. В [1] обсуждался вопрос о характере диссипативных процессов, происходящих при расширении камуфлетной полости в грунте. В [2] в плоском случае в модели «пластического газа» найдено распределение температуры грунта непосредственно за распространяющейся ударной волной. В [3] описаны эксперименты по определению температурного поля взрыва в грунте. Экспериментальные данные хорошо совпадают с теоретическими, полученными при решении задачи о нестационарном распространении тепла в математической постановке, близко соответствующей эксперименту.

В данной статье анализируется начальное поле температур, возникающее после прекращения движения. Находятся соотношения между долей всей энергии ВВ, расходуемой на нагрев грунта при необратимом сжатии на фронте ударной волны, долей, диссипируемой при пластическом течении за фронтом, и долей, оставшейся в продуктах детонации после прекращения движения границы полости.

Наиболее полная модель мягкого грунта была предложена С. С. Григоряном<sup>1</sup>, но для аналитических расчетов эта модель очень сложна. Поскольку, как показали эксперименты, основная часть энергии взрыва рассеивается в слое грунта, близко прилегающем к границе полости, воспользуемся более простой схемой движения.

Будем решать задачу в рамках модели А. С. Компанейца [4], тем более что уравнение состояния грунта, используемое в [4], если считать, что «паковка» наступает при давлениях  $\sim 5-10$  кг/см<sup>2</sup>, довольно близко соответствует экспериментальным кривым, характерным для суглинков.

Согласно [4] в случае сферической симметрии имеем следующую постановку задачи:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r}, \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 U) = 0 \quad (1)$$

при условии пластичности

$$\sigma_r - \sigma_\theta = k + m(\sigma_r + 2\sigma_\theta) \quad (2)$$

и с условиями на границе полости и на фронте ударной волны

$$\begin{aligned} \sigma_r(a) &= -P(a) \\ \sigma_r(R) &= -\rho_0 \xi \dot{R}^2 - P_* \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $R$  — радиус фронта ударной волны,  $a$  — радиус полости,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$  — компоненты тензора напряжений,  $r$  — координата,  $u$  — массовая скорость частиц,  $P(a)$  — давление в полости,  $P_*$  — давление, с которого начинается необратимое сжатие.

Связь между радиусом полости и радиусом фронта ударной волны находится из закона сохранения массы

$$a = [\xi + (1 - \xi)(a_0/R)^3]^{1/3} R = \varepsilon R \quad (4)$$

где  $\xi = 1 - \rho_0/\rho$  — упаковка.

Из уравнений (1), используя условия (2) — (4), получим уравнение для координаты фронта  $R$

$$R\ddot{R} + A(R)\dot{R}^2 = B(R)[P(a) + C(R)] \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A(R) &= 2 - \frac{(1-\xi)(\alpha-1)}{\varepsilon^{\alpha-1}-1} - \frac{2\xi(\alpha-1)(1-\varepsilon^{\alpha-4})}{(\alpha-4)(1-\varepsilon^{\alpha-1})} \\ B(R) &= \frac{(\alpha-1)\varepsilon^\alpha}{\rho\varepsilon(1-\varepsilon^{\alpha-1})}, \quad C(R) = \frac{k}{3m}(\varepsilon^{-\alpha}-1) - P_*\varepsilon^{-\alpha}, \quad \alpha = \frac{6m}{1+2m} \end{aligned}$$

Точками сверху обозначено дифференцирование по времени.

В уравнении (5) функция  $P(a)$  определяется следующими соотношениями [5]:

$$P(a) = \begin{cases} P_0(a/a_0)^{-3\gamma_1}, & \text{если } a_0 \leq a \leq a_* \\ P_0(a_*/a_0)^{-3\gamma_1}(a/a_*)^{-3\gamma_2}, & \text{если } a_* < a \end{cases}$$

$$a_* = 1.53 a_0, \quad \gamma_1 = 3, \quad \gamma_2 = 1.27$$

Приведем уравнение (5) к безразмерному виду

$$\begin{aligned} x \frac{dy}{dx} + 2Ay &= 2B(\beta x^{-3\gamma} \varepsilon^{-3\gamma} + C) \\ x &= R/R_0, \quad y = \dot{R}^2 \xi \rho_0 / P_0 \end{aligned}$$

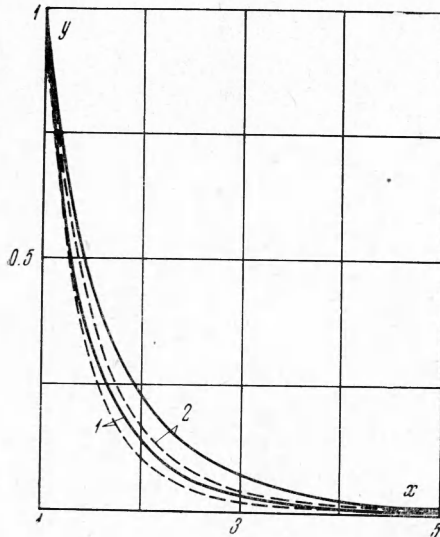
<sup>1</sup> Г р и г о р я н С. С. Исследования по механике грунтов. Докт. дисс., МГУ, 1965.

Здесь

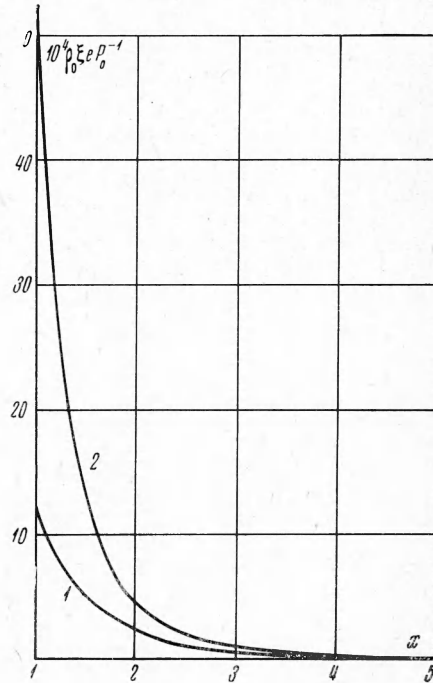
$$\beta = \begin{cases} 1, & \text{если } a_0 \leq a \leq a_* \\ (a_0/a_*)^{3(\gamma_1 - \gamma_2)}, & \text{если } a_* < a \end{cases}$$

$R_0 = a_0$  — начальный радиус полости,  $\rho_0$  — начальная плотность грунта.

\* Это уравнение интегрировалось при помощи ЭВМ при значениях  $P_0 = 7.97 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2$ ,  $P_* = 6 \text{ кг/см}^2$ ,  $k = 1.41 \text{ кг/см}^2$ . На фиг. 1 изображены для примера кривые



Фиг. 1



Фиг. 2

зависимости  $y$  от  $x$  для различных  $\xi$  и  $m$ . Цифрой 1 на фиг. 1 обозначены кривые, соответствующие значениям  $m = 0.7$ ,  $\xi = 0.05$  (сплошная линия) и  $m = 0.7$ ,  $\xi = 0.1$  (штриховая линия), цифрой 2 обозначены кривые при значениях  $m = 0.1$ ,  $\xi = 0.05$  (сплошная линия) и  $m = 0.1$ ,  $\xi = 0.1$  (штриховая линия). Для  $x > 5$  кривые не продолжены, так как при выбранном масштабе они трудно различимы и сливаются в одну линию. В таблице указаны величины конечного радиуса полости для различных значений  $\xi$  и  $m$ .

$\xi$	$m$	$a_k/a_0$	$E_1, \%$	$E_2, \%$	$E_3, \%$
0.05	0.1	9.58	46.7	44.6	8.7
	0.233	7.7	31.5	58.1	10.4
	0.5	6.15	21.6	65.9	12.5
	0.7	5.6	18.2	68.4	13.4
0.1	0.1	9.44	55.7	35.5	8.8
	0.233	7.97	41.2	48.7	10.1
	0.5	6.67	30.4	57.8	11.8
	0.7	6.21	26.6	61.1	12.3

Выражение для энергии ударного сжатия, отнесенной к единице массы, имеет вид

$$e_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) (P + P_*) = \frac{\xi P_0}{2\rho_0} \left( y + \frac{2P_*}{P_0} \right) \quad (6)$$

Изменение энергии пластического деформирования, отнесенной к единице массы

$$\frac{de_2}{dt} = \frac{2u}{\rho r} (\sigma_\theta - \sigma_r)$$

Используя условие пластичности, это выражение запишем в виде

$$e_2 = -\frac{\alpha}{\rho} \int_{t_0}^{t_*} \left( \sigma_r + \frac{k}{3m} \right) \frac{u}{r} dt \quad (7)$$

Здесь  $t_0$  — момент прихода ударной волны в точку с координатой  $r_0$ ,  $t_k$  — момент остановки всего движения.

Из решения уравнений движения имеем для  $\sigma_r$

$$\sigma_r + \frac{k}{3m} = \frac{\rho_0 \xi}{\alpha - 1} (2\dot{R}^2 + R\ddot{R}) \left[ \frac{R}{r} - \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha \right] - \frac{2\rho_0 \xi^2}{\alpha - 4} \dot{R}^2 \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^4 - \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha \right] - \rho_0 \xi \dot{R}^2 \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha + \left( \frac{k}{3m} - P_* \right) \left( \frac{R}{r} \right)^\alpha \quad (8)$$

Из закона сохранения массы нетрудно получить связь между  $R$  и  $r$ ,  $U$  и  $\dot{R}$

$$r = [\xi R^3 + (1 - \xi) r_0^3]^{1/3}, \quad U = \xi (R/r)^2 \dot{R} \quad (9)$$

Подставляя (8) и (9) в (7) и переходя к интегрированию по  $R$ , по формуле  $dR = \dot{R} dt$  имеем после преобразований

$$e_2 = \frac{6\alpha\xi^3}{(\alpha - 4)(\alpha - 1)} \int_{r_0}^{R_k} \left( \frac{R}{r} \right)^7 \dot{R}^2 \frac{dR}{R} + \frac{d\xi^3 (3 + \alpha)}{2(\alpha - 1)} \int_{r_0}^{R_k} \left( \frac{R}{r} \right)^{6+\alpha} \dot{R}^2 \frac{dR}{R} - \frac{\alpha\xi^2 (2\alpha\xi - \alpha - 4\xi + 4)}{2(\alpha - 4)} \int_{r_0}^{R_k} \left( \frac{R}{r} \right)^{3+\alpha} \dot{R}^2 \frac{dR}{R} - \frac{\alpha\xi}{\rho} \left( \frac{k}{3m} - P_* \right) \int_{r_0}^{R_k} \left( \frac{R}{r} \right)^{\alpha+3} \frac{dR}{R} \quad (10)$$

Выражение (10) легко обезразмерить, умножив его на  $\rho_0 \xi P_0^{-1}$ . Все интегралы в (10) вычислялись при помощи ЭВМ. Для примера на фиг. 2 приведено распределение безразмерных величин  $e_1$  и  $e_2$  в зависимости от  $x$  при  $\xi = 0.05$  и  $m = 0.233$ . Цифрами 1 и 2 обозначены соответственно зависимости  $e_1(x)$  и  $e_2(x)$ . Как можно заключить из поведения кривых на фиг. 2, большая часть энергии взрыва рассеивается на расстоянии  $\sim 5 R_0$ . После прекращения всего движения этот слой грунта имеет размеры  $\sim (0.05 - 0.15) a_k$  (конечного радиуса полости).

Полные доли энергии взрыва, приходящиеся на ударное сжатие и пластическое течение, вычисляются по формулам

$$E_1 = \int_{R_0}^{R_k} 4\pi e_1 \rho_0 r^2 dr, \quad E_2 = \int_{R_0}^{R_k} 4\pi e_2 \rho r^2 dr$$

Часть полной энергии взрыва, равная  $E_3$ , содержится в продуктах детонации. Количественные соотношения между различными долями энергии взрыва для различных характеристик грунтов представлены в таблице.

Как видно из приведенных данных, большая часть энергии взрыва приходится на пластическое течение за фронтом ударной волны, и неучет этой части энергии взрыва может привести к большой ошибке при определении начального температурного поля взрыва. Можно заключить, что начальное температурное поле в грунте после взрыва носит ярко выраженный  $\delta$ -образный характер — максимум температуры на границе полости и очень быстрое уменьшение ее с расстоянием до нуля.

Поступила 21 II 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сагомонян А. Я. Рассеяние энергии взрыва в грунтах. Вестн. МГУ, Сер. матем. механ., 1966, № 5.
2. Сагомонян А. Я. Нагревание грунта взрывом. Вестн. МГУ, Сер. матем., механ., 1969, № 1.
3. Кошелев Э. А. Тепловое поле подземного взрыва. В сб. «Использование взрыва в народном хозяйстве», ч. 3, Киев, «Наукова думка», 1970.
4. Комианец А. С. Ударные волны в пластической уплотняющейся среде. Докл. АН СССР, 1956, т. 109, № 1.
5. Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г. Механика глубинных подземных взрывов. «Мир», М., 1966.