

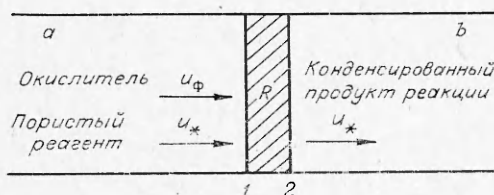
## К ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ

А. Д. Лебедев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

Под фильтрационным горением принято подразумевать процесс, при котором газообразный окислитель к зоне горения в пористом реагенте подводится путем фильтрации через слой исходного материала или продукта реакции.

Закономерности фильтрационного горения рассматривались в работе [1], в которой получено приближенное аналитическое решение задачи о распространении фронта реакции. Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости плоской стационарной волны горения по отношению к двумерным возмущениям в режиме полного превращения, т. е. полного окисления пористого материала.

Стационарный процесс фильтрационного горения может быть практически реализован при принудительной подаче реагирующих компонент в ограниченную область. Принципиальная схема такого процесса показана на рисунке. Пористый материал из области *a* поступает в зону горения *R*, из которой конечный продукт удаляется в область *b*.



Газообразный окислитель может подаваться либо в область *a*, либо в область *b*. Соответственно этому в зоне *R* горение будет протекать в условиях либо встречной или спутной фильтрации. В обоих случаях подвод окислителя к зоне горения осуществляется как за

счет разности давлений, заданной в областях *a* и *b*, так и градиента давления, возникающего при реагировании компонент с образованием конденсированного продукта.

При соответствующем выборе скорости подачи пористого материала и параметров газа в зонах *a* и *b* в реакторе может быть осуществлен режим, при котором скорость распространения фронта горения  $u_*$  будет равна скорости подачи пористого материала.

Характер протекания процесса фильтрационного горения и его устойчивость в значительной степени определяются соотношением между толщиной зоны реакции  $\delta$  и длиной волны возмущения  $\lambda$ . При  $\lambda/\delta \gg 1$  возмущения не влияют на процессы тепло- и массопереноса и кинетику реакций в волне горения. В этом случае можно не рассматривать структуру зоны реакции и представить последнюю в виде фронта. Это позволяет использовать при исследовании устойчивости фильтрационного горения подход, развитый Л. Д. Ландау при решении задачи об устойчивости плоского фронта пламени в гомогенной газовой смеси [2].

В рамках гидродинамического приближения исследование устойчивости фильтрационного горения может быть выполнено на основе анализа уравнений движения и неразрывности. Для описания процесса горения при возмущениях, длина волны которых существенно меньше толщины зоны реакции, необходимо привлекать также уравнение энергии для конденсированной и газообразной компонент и учитывать возмущение температурного поля и соответственно скорости реакции в волне горения.

Рассмотрим устойчивость фильтрационного горения по отношению к длинноволновым возмущениям. В [3] исследовался процесс при наличии возмущений, длина волны которых значительно меньше толщины зоны реакции.

В соответствии с изложенным выше примем, что вне фронта в областях, заполненных исходным веществом или конечным продуктом, скорость реакции равна нулю. Примем также, что интенсивность теплообмена между газообразной и конденсированной компонентами достаточно велика, так что температура реагентов всюду одинакова. Учитывая, что при умеренных давлениях плотность газообразной компоненты на несколько порядков ниже плотности конденсированной фазы, процесс фильтрации в зонах  $a$  и  $b$  будем считать изотермическим как в основном, так и в возмущенном состоянии. При этом плотность окислителя будет изменяться вдоль оси течения. Именно это — наличие вне зоны горения переменного поля плотности, отличает данную постановку от постановки задачи об устойчивости пламени в гомогенной смеси.

Запишем уравнения сохранения массы и уравнение движения (закон Дарси) в системе координат, связанной с фронтом, и найдем распределение параметров в основном состоянии по обе стороны волны горения

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \partial \rho u / \partial x + \partial \rho v / \partial y + \beta \rho_{m1} (\partial \eta / \partial t + u_* \partial \eta / \partial x) &= 0, \\ \partial p / \partial x + (u - u_*) / k_\phi &= 0, \\ \partial p / \partial y + v / k_\phi &= 0, \\ p &= \rho \cdot R_r / m \cdot T, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u_*$  — скорость распространения волны горения;  $\beta$  — стехиометрический коэффициент реакции;  $\eta = (\rho_{m1} - \rho_m) / \rho_{m1}$  — полнота выгорания;  $\rho_{m1}$  — плотность конденсированного реагента в исходном состоянии;  $m$  и  $k_\phi$  — соответственно пористость и коэффициент фильтрации.

Интегрируя первое уравнение системы (1) для невозмущенного состояния ( $\partial / \partial t = \partial / \partial y = 0$ ), получим  $(\rho u)_a - (\rho u)_b = \beta \rho_{m1} u_*$ . Так как  $(\rho u)_a > \beta \rho_{m1} u_*$ , то  $u_* / u_a < \rho_a / \rho_{m1} \beta \ll 1$ ,  $u_b / u_* = \rho_a / \rho_b \cdot u_a / u_* \cdot (\alpha - 1) / \alpha$ , где  $\alpha = (\rho u)_a / \beta \rho_{m1} u_*$  — коэффициент избытка окислителя. При  $\alpha$ , не слишком близких к единице, и  $u_* / u_a \ll 1$  получаем  $u_* / u_b \ll 1$ . Последнее позволяет по обе стороны волны горения (в состояниях 1 и 2) пренебречь скоростью распространения волны горения по сравнению со скоростью фильтрационного движения газа. Учитывая это, найдем из системы уравнений (1) значение параметров в зонах  $a$  и  $b$ :  
при  $x < 0$

$$(\rho u)_a = \rho_1 u_1 = \text{const}, \quad T = T_1 = \text{const}, \quad p = p_1 (1 - 2u_1 / k_{\phi 1} \rho_1 \cdot x)^{1/2},$$

при  $x > 0$

$$(\rho u)_b = \rho_2 u_2 = \text{const}, \quad T = T_2 = \text{const}, \quad p = p_2 (1 - 2u_2 / k_{\phi 2} \rho_2 \cdot x)^{1/2}.$$

Представив возмущенное решение в виде суммы решений основного состояния и малого возмущения, получим из системы (1) следующие уравнения для пульсаций вне волны горения:

$$\begin{aligned} \partial p' / \partial t + u \cdot \partial p' / \partial x + p \cdot \partial v' / \partial y + du / dx \cdot p' + p \cdot \partial u' / \partial x + dp / dx \cdot u' &= 0, \\ \partial p' / \partial x + u' / k_\phi &= 0, \quad \partial p' / \partial y + v' / k_\phi &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Задавая возмущения параметров в виде  $L = L_0 \exp(i\vec{k}r + \Omega t)$  ( $L$  соответственно  $u'$ ,  $v'$ ,  $p'$ ), из системы (2) получим уравнение, связывающее

волновое число и частоту колебаний

$$\varepsilon r^2 - 2ur - (\Omega + \varepsilon k^2 + u/\varepsilon) = 0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = k_\phi p$  — коэффициент пьезопроводности;  $r = ik_x$ ;  $k = k_y$ .

Из уравнения (3) получим

$$r = u/\varepsilon \pm \sqrt{2u^2/\varepsilon^2 + k^2 + \Omega/\varepsilon}. \quad (4)$$

Выбор знака перед радикалом в выражении (4) определяется из условия ограниченности амплитуды пульсаций при  $x \rightarrow \pm\infty$ . Исходя из этого, в зоне  $a$  ( $x < 0$ ) следует выбрать знак плюс, а в зоне  $b$  — минус.

Используя соотношение (4), запишем в окончательном виде выражение для пульсаций в малой окрестности невозмущенного фронта. Пренебрегая квадратами малых величин, получим

$$p'_a = Ae^{iky+\Omega t}, \quad u'_a = -k_{\phi 1} r_1 A e^{iky+\Omega t}, \quad v'_a = -ikk_{\phi 1} A e^{iky+\Omega t}$$

при  $x < 0$  и

$$p'_b = Be^{iky+\Omega t}, \quad u'_b = -k_{\phi 2} r_2 B e^{iky+\Omega t}, \quad v'_b = -ikk_{\phi 2} B e^{iky+\Omega t}$$

при  $x > 0$ . Периодические пульсации параметров газа в свою очередь должны привести к искривлениям плоского фронта волны горения периодического характера. При этом фронт смещается по отношению к своему невозмущенному состоянию на величину  $l = Ce^{iky+\Omega t}$ .

Смещение фронта в области с неоднородным распределением параметров приводит к дополнительным пульсациям характерных величин. Полные значения последних  $\tilde{p}_{1,2}$ ,  $\tilde{u}_{1,2}$ ,  $\tilde{v}_{1,2}$  на фронте могут быть представлены в виде суммы периодических возмущений и возмущений, связанных со смещением фронта

$$\begin{aligned} \tilde{p}'_1 &= \left( A - \frac{u_1}{k_{\phi 1}} C \right) e^{iky+\Omega t}, \\ \tilde{u}'_1 &= \left( -k_{\phi 1} r_1 A + \frac{u_1^2}{\varepsilon_1} C - \Omega C \right) e^{iky+\Omega t}, \\ \tilde{v}'_1 &= ik \left( -k_{\phi 1} A + u_1 C \right) e^{iky+\Omega t}, \end{aligned} \quad (5)$$

и

$$\begin{aligned} \tilde{p}'_2 &= \left( B - \frac{u_2}{k_{\phi 2}} C \right) e^{iky+\Omega t}, \\ \tilde{u}'_2 &= \left( -k_{\phi 2} r_2 B + \frac{u_2^2}{\varepsilon_2} C - \Omega C \right) e^{iky+\Omega t}, \\ \tilde{v}'_2 &= ik \left( -k_{\phi 2} B + u_2 C \right) e^{iky+\Omega t}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A$  и  $B$  соответственно амплитуды пульсаций давления по обе стороны фронта;  $C$  — амплитуда гармонических возмущений фронта.

Для определения условий существования пульсаций используем соотношение, связывающее значения возмущенных параметров по обе стороны волны горения. Интегрируя уравнения движения и сохранения массы, записанные в системе координат, связанных с элементом возмущенного фронта, найдем

$$\begin{aligned} m_1/R_1 T_1 \cdot \tilde{p}_1 \tilde{u}_1 - m_2/R_2 T_2 \cdot \tilde{p}_2 \tilde{u}_2 - \beta \rho_{m1} \tilde{v} &= 0, \\ \tilde{p}_1 = \tilde{p}_2, \quad \tilde{v}_1/k_{\phi 1} = \tilde{v}_2/k_{\phi 2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Исключив из уравнений системы (7) параметры основного состояния,

получим уравнение баланса пульсационных величин

$$\left(u_1 \frac{m_1}{R_r T_1} - u_2 \frac{m_2}{R_r T_2}\right) \tilde{p}' + \frac{m_1}{R_r T_1} p_1 \tilde{u}' - \frac{m_2}{R_r T_2} \tilde{p}' \tilde{u}' - \rho_{m1} u_*' = 0, \quad (8)$$

$$\tilde{p}' = \tilde{p}'_2, \quad \frac{v'_1}{k_{\Phi 1}} = \frac{v'_2}{k_{\Phi 2}},$$

где  $u_*' = -\Omega C e^{iky + \Omega t}$ .

Подставив выражения для пульсаций давления и скорости в уравнения (8), получим систему алгебраических уравнений, связывающих амплитуду пульсаций с частотой  $\Omega$  и волновым числом  $k$ . Из первого уравнения системы (8) следует

$$A W_1 + B W_2 + C W_3 = 0, \quad (9)$$

где  $W_1 = 1/p_1 \cdot (\beta \rho_{m1} u_* - \varepsilon_1 \rho_1 r_1)$ ;  $W_2 = \varepsilon_2 \rho_2 r_2 / p_1$ ,  $W_3 = \rho_2 u_2 / p_1 \cdot W_4 + \Omega (\rho_2 - \rho_1 + \beta \rho_{m1})$ ;  $W_4 = u_1 / k_{\Phi 1} - u_2 / k_{\Phi 2}$ . Второе и третье уравнения системы (8) не являются независимыми и дают единственное соотношение

$$A - B - C W_4 = 0. \quad (10)$$

Таким образом, для определения амплитуд  $A$ ,  $B$ ,  $C$  необходимо использовать еще одно дополнительное условие. Последнее может быть получено, исходя из предположения о невозмущенности структуры волны горения при длинноволновых колебаниях. Это условие эквивалентно допущению о постоянстве выделения энергии на возмущенном и невозмущенном фронте

$$\rho_1 \tilde{u}' + \frac{\rho_1 u_1}{p_1} \tilde{p}' + \frac{c_m}{c_v} \rho_{m1} u_*' = 0, \quad (11)$$

где  $c_m$  и  $c_v$  соответственно удельные теплоемкости твердого реагента и газа. В частном случае, отвечающем равенству теплоемкостей и плотностей компонент и несжимаемости среды, выражение (11) переходит в известное соотношение Ландау для пламени в гомогенной смеси [2].

Подстановка в уравнение (11) выражений для полных пульсаций приводит к соотношению

$$A W_5 - C W_6 = 0, \quad (12)$$

где  $W_5 = u_1 - r_1 \varepsilon_1$ ;  $W_6 = \Omega (1 + c_m / c_v \cdot \rho_{m1} / \rho_1) p_1$ . Условие существования нетривиального решения системы уравнений (9), (10), (12)

$$\Omega \left[ \left( \beta + \frac{c_m}{c_v} \right) \sqrt{2 \frac{u_1^2}{\varepsilon_1^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\varepsilon_1}} + \frac{c_m}{c_v} \frac{k_{\Phi 2}}{k_{\Phi 1}} \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{2 \frac{u_2^2}{\varepsilon_2^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\varepsilon_2}} \right] + \frac{c_v}{\rho_{m1}} \sqrt{2 \frac{u_1^2}{\varepsilon_1^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\varepsilon_1}} \cdot \sqrt{2 \frac{u_2^2}{\varepsilon_2^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\varepsilon_2}} \cdot u_1 \frac{k_{\Phi 2}}{k_{\Phi 1}} \left( 1 - \frac{u_2 k_{\Phi 1}}{u_1 k_{\Phi 2}} \right) = 0. \quad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что при достаточно малых значениях величины  $1 - u_2 / u_1 \cdot k_{\Phi 1} / k_{\Phi 2}$  решение можно представить в следующем виде:

$$\Omega = -\rho_2 / \rho_{m1} \cdot ab (1 - \pi) / F, \quad (14)$$

где  $F = (\beta + c_m / c_v) a + c_m / c_v \cdot k_{\Phi 2} / k_{\Phi 1} \cdot \rho_2 / \rho_1 \cdot b$ ;  $a = 2 \frac{u_1^2}{\varepsilon_1^2} + k^2$ ;  $b = 2 \frac{u_2^2}{\varepsilon_2^2} + k^2$ ,  $\pi = \frac{u_2 k_{\Phi 1}}{u_1 k_{\Phi 2}}$ .

Из соотношения (14) следует, что знак инкримента колебаний определяется величиной отношения градиентов давлений в областях, заполненных соответственно продуктом реакции и исходным реагентом. Это

отношение можно представить в следующем виде:

$$\pi = (\alpha - 1) / \alpha \cdot k_{\phi 1} m_1 T_2 / k_{\phi 2} m_2 T_1. \quad (15)$$

Очевидно, что значениям  $\pi < 1$  отвечает устойчивый фронт горения, а  $\pi > 1$  — неустойчивый. Граница устойчивости определяется условием  $\pi = 1$ .

Так как при фильтрационном горении значения коэффициентов пористости и фильтрации у конечного продукта, как правило, меньше, чем у исходного реагента (следствие спекания материала при высоких температурах), а  $T_2/T_1 \approx 10$ , то при не очень близких к единице значениях  $\alpha$  реализуется неустойчивый режим горения. При прочих равных условиях увеличение коэффициента избытка окислителя способствует развитию неустойчивости. В связи с последним необходимо отметить, что при фиксированных значениях давления в областях течений  $a$  и  $b$  (см. рисунок) величина коэффициента избытка окислителя есть функция коэффициентов пористости и фильтрации исходного вещества и конечного продукта. Уплотнение пористого вещества при реакции приводит к уменьшению коэффициента избытка окислителя. При значительном снижении пористости продукта реакции ( $\alpha \approx 1$ ) фильтрационное горение устойчиво.

В заключение следует отметить, что из-за наличия малого множителя  $\rho_2/\rho_{m1}$  (порядка  $10^{-4}$ — $10^{-5}$ ) в выражении для  $\Omega$  абсолютные значения инкремента колебаний невелики даже на значительном удалении от границы устойчивости. Поэтому в реальных условиях (например, при сжигании в квазистационарном режиме образцов конечной длины) характерное время развития неустойчивости может существенно превышать характерное время процесса горения. Форма фронта горения при этом может сохраниться плоской.

*Ленинградское  
высшее военно-морское училище  
им. В. И. Ленина*

*Поступила в редакцию  
13/VI 1976*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов, Б. И. Хайкин. Докл. АН СССР, 1974, 215, 3.
2. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 1944, 240, 14.
3. А. Д. Лебедев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1976, 12, 6.

### ТРИ ХАРАКТЕРНЫХ РЕЖИМА ГОРЕНИЯ БАЛЛИСТИЧНЫХ ПОРОХОВ ПРИ СПАДЕ ДАВЛЕНИЯ

*В. И. Земских, А. Г. Истратов, О. И. Лейпунский,  
В. Н. Маршаков*

Для теории нестационарного горения пороха принципиальную важность имеет вопрос о погасании пороха, например, при спаде давления. Необходимо знать, какие изменения в волне горения происходят во время погасания, какие зоны в первую очередь ответственны за «выключение» химических реакций, с тем, чтобы сформулировать физическую модель и определить критерий погасания. В развитой к настоящему мо-