

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ПОДВЕРГНУТОГО ЛОКАЛЬНОМУ ВЗРЫВНОМУ НАГРУЖЕНИЮ

УДК 539.89

В. Г. Петушков, А. И. Гришаенко

Институт электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины, 252650 Киев

*Рассматривается методика расчета остаточного напряженно-деформированного состояния металла, нагруженного взрывом, при неоднородной геометрии ударно-волновых течений с использованием достаточно реалистической вязкоупругопластической модели среды. Получены соотношения, позволяющие описать конфигурацию и определить параметры «напряженно-деформированного следа», создаваемого в металле взрывным нагружением. Результаты расчетов для пластин из низкоуглеродистой стали сравниваются с данными эксперимента. Получено удовлетворительное совпадение. Намечены пути усовершенствования предлагаемой расчетной методики, прежде всего путем учета в постановке задачи существующей зависимости вязкости металла от скорости деформации.*

К числу наиболее существенных и неизбежных недостатков технологии сварки плавлением относится появление в зоне сварного соединения сварочных остаточных напряжений. Они, как правило, ухудшают статическую прочность конструкций, предел выносливости (сопротивление усталостным разрушениям) [1], коррозионную стойкость [2], сопротивляемость хрупким разрушениям при низких температурах [3] и т. д.

Для снижения или полного устранения остаточных напряжений используются различные методы, достоинства и недостатки которых обсуждаются в [4, 5]. Обработка сварных соединений взрывом относится к числу наиболее эффективных и универсальных технологий снятия остаточных напряжений. Она была разработана в начале 70-х годов в ИЭС им. Е. О. Патона [5]. Одномерный анализ нагружения в рамках упругопластической теории изложен в общих чертах в [6, 7]. На его основе удается удовлетворительно прогнозировать результаты взрывного воздействия на напряженный металл и определять параметры зарядов взрывчатых веществ, необходимых для достижения полезного эффекта. В то же время выполненный анализ, так же как и накопленные экспериментальные данные, свидетельствует о настоятельной необходимости разработки достаточно простой и удобной модели процессов в целях их более детального изучения и оптимизации эмпирически созданных приемов управления остаточными напряжениями в сварных соединениях. Такая модель может оказаться полезной также и при изучении особенностей упрочнения металлов взрывом. В данной работе предлагается метод определения остаточного напряженно-деформированного состояния твердого тела после локального ударно-волнового нагружения.

Первые попытки оценок размеров зоны пластической деформации в результате подобного нагружения были предприняты авторами в 1988–1989 гг. на основе модели упругого

тела [8]. Были получены обнадеживающие результаты, которые, тем не менее, выявили необходимость поиска более совершенной модели. В работе [9] сопоставлены результаты численных расчетов в рамках моделей упругопластического, вязкоупругого и вязкоупругопластического тел и экспериментальные данные; сделан вывод о перспективности использования модели вязкоупругопластического тела для исследования процессов распространения и затухания ударных волн в твердом теле (применительно к решению сформулированной задачи).

В настоящей работе описана явная разностная схема первого порядка точности для модели вязкоупругопластической среды, сконструированная на основе методики С. К. Годунова [10] решения газодинамических задач в произвольных криволинейных координатах. Уравнения законов сохранения массы, импульса и энергии записываются в виде, предложенном в [11]. В отличие от схемы [11] используется более простое уравнение состояния, требующее меньшего количества экспериментальных данных при расчете ударно-волновых процессов в малоизученном материале, и применяется алгоритм построения разностной криволинейной сетки, с помощью которого фиксируется положение точек сетки на границах. Последнее позволяет для задач со сложной геометрией разрезать рассматриваемое тело на несколько более простых областей и в каждой из них рассчитывать сетку независимо. Кроме того, использование упрощенной модели среды дает возможность обходиться меньшим количеством параметров для описания каждой точки в конечно-разностной модели. В результате снижаются требования к емкости оперативной памяти, применяемой для расчетов вычислительной техники.

Выпишем уравнения законов сохранения массы, импульса и энергии в декартовой системе координат  $x^i, i = 1, 2, 3$ , сразу разделяя ковариантные и контравариантные компоненты векторов и тензоров (поскольку для записи системы уравнений в криволинейных координатах достаточно производные по  $x^i$  заменить ковариантными производными):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^i}{\partial x^i} = 0, \quad \frac{\partial \rho u^i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^i u^j - \sigma^{ij})}{\partial x^i} = 0, \quad \frac{\partial \rho (E + u_i u^i / 2)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^j (E + u_i u^i / 2) - \sigma_k^j u^k}{\partial x^j} = 0,$$

где  $\rho$  — массовая плотность,  $u^i$  — вектор скорости,  $\sigma^{ij}$  — тензор напряжений,  $E$  — плотность внутренней энергии.

Зададим движение точек сетки [11]:

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial \xi^j} + u^i dt = \frac{\partial x^i}{\partial \xi^j} (\partial \xi^j + \tilde{\mu}^j dt),$$

где  $\xi^i$  — криволинейные координаты,  $\tilde{u}^i$  — декартовы скорости точек сетки,  $\tilde{\mu}^j$  — скорости точек сетки в криволинейной системе координат. С криволинейной системой координат связан метрический тензор

$$g_{ij} = \delta_{kn} \frac{\partial x^k}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^n}{\partial \xi^j},$$

где  $\delta_{kn}$  — символ Кронекера. Тогда полученные в [11] выражения для законов сохранения в движущейся криволинейной системе координат будут иметь вид

$$\frac{\partial g \rho}{\partial t} + \frac{\partial g \rho (\mu^i - \tilde{\mu}^i)}{\partial \xi^i} = 0, \quad \frac{\partial g \rho \mu^i}{\partial t} + \frac{\partial g [\rho (\mu^i - \tilde{\mu}^i) \mu^j - \sigma^{ji}]}{\partial \xi^i} + g \rho \mu^k \frac{\partial \tilde{\mu}^i}{\partial \xi^k} + g (\rho \mu^j - \sigma^{jk}) \Gamma_{jk}^i = 0,$$

$$\frac{\partial g \rho(E + \mu_i \mu^i / 2)}{\partial t} + \frac{\partial g[\rho(\mu^j - \tilde{\mu}^j)(E + \mu_i \mu^i / 2) - \sigma_k^j \mu^k]}{\partial \xi^i} = 0,$$

где  $g = \sqrt{\det ||g_{ij}||}$ ;  $\mu_i$  и  $\mu^i$  — соответственно контравариантные и ковариантные компоненты вектора скоростей частиц среды в системе  $\xi^i$ ;  $\sigma^{ij}$  — ковариантные компоненты тензора деформаций;  $\Gamma_{jk}^i$  — символы Кристоффеля криволинейной системы координат  $\xi^i$ .

Используя [12], сконструируем уравнение связи напряжений с деформациями в криволинейной системе координат:

$$\sigma^{ij} = -p g^{ij} + 2G g^{ik} g^{jn} \varepsilon_{kn} + 2\nu_1 g^{ik} g^{jn} e_{kn}.$$

Здесь  $G$  — модуль сдвига среды,  $\nu_1$  — динамический коэффициент вязкости среды,  $\varepsilon_{kn}$  — тензор деформации,  $e_{kn}$  — тензор скоростей деформации,  $p = p(\rho, E)$  — гидростатическое давление.

Из [13] возьмем уравнение зависимости компонентов тензора скоростей деформации от вектора массовой скорости в криволинейной системе координат:

$$e_{ij} = \frac{\partial_i u_j + \partial_j u_i - 2\Gamma_{ij}^k u_k}{2}.$$

Тензор деформации связан с тензором скоростей деформации соотношением

$$\varepsilon_{ij} = \int e_{ij} dt.$$

Для определения гидростатического давления возьмем уравнение состояния, предложенное в [14]:

$$p = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3 + \gamma_0 E,$$

где  $k_1, k_2, k_3$  — эмпирические коэффициенты, полученные из экспериментов по высокоскоростному деформированию материалов [15, 16];  $x = 1 - \rho_0/\rho$ ;  $\gamma_0$  — коэффициент Грюнайзена. Пронормируем компоненты векторов и тензоров:

$$\mu_*^k = \sqrt{g_{kk}} \mu^k, \quad \sigma_{j*}^i = \sqrt{g_{ii}} \sqrt{g^{jj}} \sigma_j^i \quad \text{и т. п.}$$

При переходе к двумерному плоскому варианту сформулированной системы уравнений для удобства выкладок введем следующие обозначения:  $x, y$  — декартовы координаты,  $\xi, \eta$  — криволинейные координаты. Для матрицы Якобиана согласно [11] примем следующие обозначения:

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = A \cos \varphi, \quad \frac{\partial x}{\partial \eta} = -B \sin \psi, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = A \sin \varphi, \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = B \cos \psi,$$

где  $A, B, \varphi$  и  $\psi$  — параметры криволинейной полярной системы координат. Тогда метрический тензор будет иметь вид

$$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A^2 & AB \sin \omega \\ AB \sin \omega & B^2 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\omega = \varphi - \psi(\pi/2 - \varphi + \psi)$  — угол между осями  $\xi$  и  $\eta$ . Из (1) получаем, что  $g = AB \cos \omega$

и  $g^{ij}$  — тензор, обратный тензору  $g_{ij}$ :

$$\begin{vmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{A^2 \cos^2 \omega} & -\frac{\sin \omega}{AB \cos^2 \omega} \\ -\frac{\sin \omega}{AB \cos^2 \omega} & A^2 \cos^2 \omega B^2 \end{vmatrix}.$$

Используя введенные обозначения, получаем выражения для символов Кристоффеля [11]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{\partial \ln A}{\partial \xi} - \operatorname{tg}^2 \omega \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} - \operatorname{tg} \omega \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \frac{A}{B} \frac{\operatorname{tg} \omega}{\cos \omega} \frac{\partial \ln A}{\partial \xi}, \\ \Gamma_{12}^1 &= -\frac{A}{B} \frac{\operatorname{tg} \omega}{\cos \omega} \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} + \frac{1}{\cos^2 \omega} \operatorname{tg}^2 \omega \frac{\partial \ln A}{\partial \xi}, \\ \Gamma_{22}^1 &= -\frac{B^2}{A^2 \cos^2 \omega} \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} + \frac{B \sin \omega}{A \cos^2 \omega} \frac{\partial \ln A}{\partial \xi} + \frac{B}{A \cos \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \eta}, \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{A}{B \cos \omega} \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} + \frac{A \sin \omega}{B \cos \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \frac{\partial \ln A}{\partial \xi} - \frac{A^2}{B^2 \cos^2 \omega} \frac{\partial \ln A}{\partial \eta}, \\ \Gamma_{12}^2 &= \frac{1}{\cos^2 \omega} \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} - \frac{A}{B} \frac{\operatorname{tg} \omega}{\cos \omega} \frac{\partial \ln A}{\partial \eta}, \\ \Gamma_{22}^2 &= -\frac{B}{A} \frac{\operatorname{tg} \omega}{\cos \omega} \frac{\partial \ln B}{\partial \xi} + \frac{1}{\cos^2 \omega} \operatorname{tg}^2 \omega \frac{\partial \ln A}{\partial \eta} - \frac{\partial \ln B}{\partial \eta}, \quad \operatorname{tg} \omega \frac{\partial \omega}{\partial \eta}. \end{aligned}$$

С учетом (1) нормируем компоненты векторов  $\mu^i$  и тензоров  $\sigma_j^i$ :

$$\mu_*^1 = A\mu^1, \quad \mu_*^2 = B\mu^2, \quad \begin{vmatrix} \sigma_1^1 & \sigma_2^1 \\ \sigma_1^2 & \sigma_2^2 \end{vmatrix}_* = \begin{vmatrix} \frac{\sigma_1^1}{\cos \omega} & \frac{A\sigma_1^1}{B \cos \omega} \\ \frac{A\sigma_1^1}{B \cos \omega} & \frac{\sigma_1^1}{\cos \omega} \end{vmatrix} \quad \text{и т. п.}$$

Аналогично нормируются остальные векторы и тензоры.

Вводя новые обозначения для векторов скоростей частиц среды и точек сетки

$$u = \mu_*^1, \quad v = \mu_*^2, \quad \mu = \tilde{\mu}_*^1, \quad \nu = \tilde{\mu}_*^2,$$

выпишем двумерную систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (AB\rho \cos \omega) + \frac{\partial}{\partial \xi} p_1 + \frac{\partial}{\partial \eta} Q_1 = 0, \\ &\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (B\rho u \cos \omega) + \frac{\partial}{\partial \xi} p_2 + \frac{\partial}{\partial \eta} Q_2 = F_2, \\ \frac{\partial}{\partial t} (A\rho v \cos \omega) + \frac{\partial}{\partial \xi} p_3 + \frac{\partial}{\partial \eta} Q_3 = F_3, \end{cases} \\ &\frac{\partial}{\partial t} (AB\rho e \cos \omega) + \frac{\partial}{\partial \xi} p_4 + \frac{\partial}{\partial \eta} Q_4 = 0, \\ e_{11} &= \frac{\partial u}{\partial \xi} - \Gamma_{11}^1 u - \Gamma_{11}^2 v, \quad e_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) - \Gamma_{12}^1 u - \Gamma_{12}^2 v, \quad e_{22} = \frac{\partial v}{\partial \eta} - \Gamma_{22}^1 u - \Gamma_{22}^2 v, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 p_1 &= B\rho(u - \mu) \cos \omega, \quad Q_1 = A\rho(v - \nu), \quad p_2 = \frac{B}{A} [\rho u(u - \mu) \cos \omega - \sigma_1^1 + \sigma_2^1 \sin \omega], \\
 Q_2 &= A\rho(v - \nu) \cos \omega + \sigma_1^1 \sin \omega - \sigma_2^1, \quad F_2 = -B\rho u \left( \frac{\mu}{A} \right) \cos \omega - A\rho v \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\mu}{A} \right) \cos \omega - \\
 &\quad - \frac{B}{A} [\rho u^2 \cos \omega - \sigma_1^1 + \sigma_2^1 \sin \omega] \Gamma_{12}^1 - \frac{A}{B} [\rho v^2 \cos \omega + \sigma_1^2 \sin \omega + \sigma_2^2] \Gamma_{22}^1, \\
 p_3 &= \rho v(u - \mu) \cos \omega - \sigma_1^1 + \sigma_2^2 \sin \omega, \quad Q_3 = \frac{A}{B} [\rho v(v - \nu) \cos \omega - \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \sin \omega], \\
 F_3 &= -B\rho u \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\nu}{A} \right) \cos \omega - A\rho v \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\nu}{A} \right) \cos \omega - \frac{B}{A} [\rho u^2 \cos \omega - \sigma_1^1 + \sigma_2^1 \sin \omega] \Gamma_{11}^2 - \\
 &\quad - 2[\rho uv \cos \omega + \sigma_1^1 \sin \omega + \sigma_2^1] \Gamma_{12}^2 - \frac{A}{B} [\rho v^2 \cos \omega + \sigma_1^2 \sin \omega - \sigma_2^2] \Gamma_{22}^2, \\
 e &= E + \frac{u^2 + v^2}{2} + uv \sin \omega, \quad p_4 = B \cos \omega [\rho(u - \mu)e - u\sigma_1^1 \cos \omega + v\sigma_2^1 \cos \omega], \\
 Q_4 &= A \cos \omega [\rho(v - \nu)e - u\sigma_1^2 \cos \omega + v\sigma_2^2 \cos \omega].
 \end{aligned}$$

На основе полученных уравнений с использованием алгоритма построения разностной криволинейной сетки, предложенного в [17] и подробно описанного в [10] строится разностная расчетная схема.

Система криволинейных координат  $\xi, \eta$  позволяет использовать на плоскости  $\xi, \eta$  прямоугольную разностную сетку. Расчетная область на плоскости  $x, y$  является образом прямоугольника на плоскости  $\xi, \eta$ . Предполагается равномерная расстановка точек  $j = 1, \dots, J$  по координате  $\xi$  и точек  $k = 1, \dots, R$  — по  $\eta$ . Аналогично [10] все неизвестные функции будем относить к точкам разностной сетки. Пусть в некий момент времени  $t_n$  известны все функции  $\rho_{j,k}^n, u_{j,k}^n, v_{j,k}^n, (\sigma_\beta^\alpha)_{j,k}^n, (\varepsilon_{\alpha\beta})_{j,k}^n$ , координаты узлов сетки  $x_{j,k}^n, y_{j,k}^n$  и, следовательно, ее метрические параметры  $A_{j,k}^n, B_{j,k}^n, \omega_{j,k}^n$  и скорости движения  $\mu_{j,k}^n, \nu_{j,k}^n$  всех узлов сетки.

Координаты узлов сетки  $x_{j,k}^{n+1}, y_{j,k}^{n+1}$  на верхнем временном слое (в момент времени  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ ) вычисляем с использованием известных скоростей точек сетки  $\mu_{j,k}^n, \nu_{j,k}^n$ :

$$x_{j,k}^{n+1} = x_{j,k}^n + (\mu_{j,k}^n \cos \omega_{j,k}^n - \nu_{j,k}^n \sin \psi_{j,k}^n) \Delta t, \quad y_{j,k}^{n+1} = y_{j,k}^n + (\mu_{j,k}^n \sin \omega_{j,k}^n + \nu_{j,k}^n \cos \psi_{j,k}^n) \Delta t,$$

причем углы  $\varphi$  и  $\psi$  определяются из полученных ранее соотношений

$$\sin \varphi = \frac{1}{A} \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad \sin \psi = \frac{1}{B} \frac{\partial x}{\partial \eta}.$$

Определим функции  $\rho_{j,k}^n, u_{j,k}^n, v_{j,k}^n, E_{j,k}^{n+1}, (\sigma_\beta^\alpha)_{j,k}^n, (\varepsilon_{\alpha\beta})_{j,k}^{n+1}, (e_{\alpha\beta})_{j,k}^{n+1}$ . Поскольку сетка параллелепипедная, заменим частные производные разностными соотношениями

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = Z_{j,k}^{n+1} - Z_{j,k}^n, \quad \frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{1}{\Delta \xi} [Z_{(j+1)/2,k}^n - Z_{(j-1)/2,k}^n],$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \eta} = \frac{1}{\Delta \eta} [Z_{j,(k+1)/2}^n - Z_{j,(k-1)/2}^n].$$

Полагая далее известными метрические параметры  $A, B, \omega$  на верхнем и нижнем вре-

менных слоях и скорости всех точек сетки  $\mu_{j,k}^n, \nu_{j,k}^n$ , для уравнений неразрывности, закона сохранения импульса и энергии получаем

$$\begin{aligned} (AB \cos \omega)_{j,k}^{n+1} \rho_{j,k}^{n+1} &= (AB \cos \omega)_{j,k}^n \rho_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} [(p_1)_{(j+1)/2,k}^n - (p_1)_{(j-1)/2,k}^n] - \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(Q_1)_{j,(k+1)/2}^n - (Q_1)_{j,(k-1)/2}^n], \\ (B \cos \omega)_{j,k}^{n+1} \rho_{j,k}^{n+1} u_{j,k}^{n+1} &= (B \cos \omega)_{j,k}^n \rho_{j,k}^n u_{j,k}^n + (F_2)_{j,k}^n \Delta t - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} [(p_2)_{(j+1)/2,k}^n - (p_2)_{(j-1)/2,k}^n] - \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(Q_2)_{j,(k+1)/2}^n - (Q_2)_{j,(k-1)/2}^n], \\ (A \cos \omega)_{j,k}^{n+1} \rho_{j,k}^{n+1} v_{j,k}^{n+1} &= (B \cos \omega)_{j,k}^n \rho_{j,k}^n v_{j,k}^n + (F_3)_{j,k}^n \Delta t - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} [(p_3)_{(j+1)/2,k}^n - (p_3)_{(j-1)/2,k}^n] - \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(Q_3)_{j,(k+1)/2}^n - (Q_3)_{j,(k-1)/2}^n], \\ (AB \cos \omega)_{j,k}^{n+1} \rho_{j,k}^{n+1} e_{j,k}^{n+1} &= (AB \cos \omega)_{j,k}^n \rho_{j,k}^n e_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} [(p_4)_{(j+1)/2,k}^n - (p_4)_{(j-1)/2,k}^n] - \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} [(Q_4)_{j,(k+1)/2}^n - (Q_4)_{j,(k-1)/2}^n]. \end{aligned}$$

Система уравнений для каждой точки решается следующим образом. Вначале из уравнений определяем  $\rho_{j,k}^{n+1}, u_{j,k}^{n+1}, v_{j,k}^{n+1}, e_{j,k}^{n+1}$ :

$$E_{j,k}^{n+1} = \rho_{j,k}^{n+1} - 1/2[(u_{j,k}^{n+1})^2 + (v_{j,k}^{n+1})^2] + u_{j,k}^{n+1} v_{j,k}^{n+1} \sin \omega_{j,k}^{n+1}.$$

Затем, используя известные значения функций на верхнем временном слое, находим компоненты тензоров деформаций и скоростей деформаций:

$$\begin{aligned} (e_{11})_{j,k}^{n+1} &= \frac{1}{\Delta \xi} (u_{(j+1)/2,k}^{n+1} - u_{(j-1)/2,k}^{n+1}) - (\Gamma_{11}^1)_{j,k}^{n+1} u_{j,k}^{n+1} - (\Gamma_{11}^2)_{j,k}^{n+1} v_{j,k}^{n+1}, \\ (e_{12})_{j,k}^{n+1} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta \eta} (u_{j,(k+1)/2}^{n+1} - u_{j,(k-1)/2}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta \xi} (v_{(j+1)/2,k}^{n+1} - v_{(j-1)/2,k}^{n+1}) - \\ &\quad - (\Gamma_{12}^1)_{j,k}^{n+1} u_{j,k}^{n+1} - (\Gamma_{12}^2)_{j,k}^{n+1} v_{j,k}^{n+1}, \\ (e_{22})_{j,k}^{n+1} &= \frac{1}{\Delta \eta} (v_{j,(k+1)/2}^{n+1} - v_{j,(k-1)/2}^{n+1}) - (\Gamma_{22}^1)_{j,k}^{n+1} v_{j,k}^{n+1} - (\Gamma_{22}^2)_{j,k}^{n+1} u_{j,k}^{n+1}, \\ (e_{1m})_{j,k}^{n+1} &= (e_{1m})_{j,k}^n + (e_{1m})_{j,k}^{n+1} \Delta t. \end{aligned}$$

По известным значениям  $(e_{1m})_{j,k}^{n+1}, (\varepsilon_{1m})_{j,k}^{n+1}, (\rho_{1m})_{j,k}^{n+1}, (E_{1m})_{j,k}^{n+1}$  определяем  $p_{j,k}^{n+1}, ((\sigma^{lm})_{j,k}^{n+1})^*$ . Звездочкой обозначены упругие компоненты тензора напряжений (без учета пластичности).

Для учета пластичности используем предложенный в [14] критерий текучести Мизеса

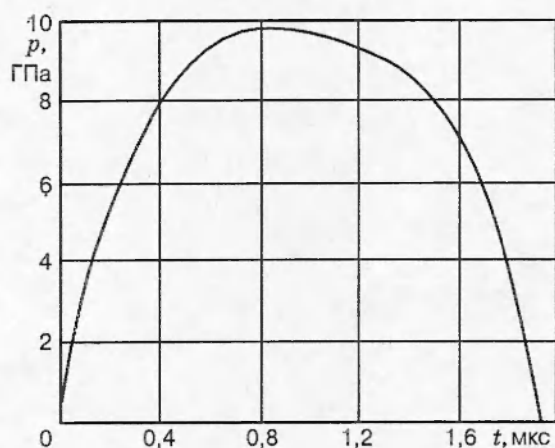


Рис. 1. Экспериментальный профиль давления в металле, нагруженном взрывом одной нитки детонирующего шнура

в следующей форме:

$$\begin{aligned} \text{при } \sqrt{3J_2} \leq Y_0 \quad (s^{lm})_{j,k}^{n+1} &= ((s^{lm})_{j,k}^{n+1})^*, \\ \text{при } \sqrt{3J_2} > Y_0 \quad (s^{lm})_{j,k}^{n+1} &= \frac{Y_0}{\sqrt{3J_2}} ((s^{lm})_{j,k}^{n+1})^*, \end{aligned}$$

где  $Y_0$  — предел текучести,  $J_2$  — второй инвариант девиатора тензора напряжений:

$$2J_2 = (\sigma_{lm} - \delta_{lm}p)(\sigma_{lm} - \delta_{lm}p) \quad \text{и} \quad (\sigma_m^l)_{j,k}^{n+1} = (g_{l\alpha})_{j,k}^{n+1} (\sigma^{\alpha m})_{j,k}^{n+1}.$$

Полученные формулы позволяют определить все необходимые величины на следующем временном слое.

Для иллюстрации расчетной схемы рассмотрим задачу о приложении импульса давления к поверхности металлической пластины, находящейся на абсолютно жестком основании. Материалом пластины выбрана мягкая сталь типа Ст.20 или же стали Ст.3. Использовались следующие константы:  $\rho_0 = 7,87 \cdot 10^3$  Па,  $G = 7,874 \cdot 10^{10}$  Па,  $k_1 = 1,648 \cdot 10^{12}$  Па,  $k_2 = 3,124 \cdot 10^{12}$  Па,  $k_3 = 5,649 \cdot 10^{12}$  Па,  $\gamma_0 = 2,17 \cdot 10^{12}$  Па/Дж,  $Y_0 = 3,4 \cdot 10^8$  Па (все значения взяты из [14]),  $\nu_1 = 2,1 \cdot 10^4$  Па · с [14, 16].

Пластина длиной 0,160 м и толщиной 0,012 м занимала область  $(x, y) \in [0; 0,16] \times [0; 0,012]$ . К «верхней» поверхности пластины прикладывали импульс давления, профиль и амплитуда которого моделировали взрыв одной, двух и трех уложенных вплотную ниток детонирующего шнура ДШ-А. На рис. 1 изображен экспериментально полученный и использованный в настоящей работе профиль импульса давления от взрыва одиночной нитки ДШ-А (эти данные предоставлены авторам В. В. Прохоровым). Предполагалось, что нижняя поверхность пластины лежит на абсолютно жесткой поверхности, т. е. жестко выполняется условие  $y \geq 0$ .

Сразу же после окончания действия импульса давления напряжение  $\sigma_1^1$  у верхней поверхности пластины сжимающее и совершает мелкие осцилляции около предела текучести, а у нижней поверхности напряжение растягивающее и также колеблется вблизи предела текучести. Колебательный процесс, происходящий в результате реверберации волн напряжений и деформаций, приводит к выравниванию напряжений. Пластина изгибается выпуклостью вверх, что обуславливает уменьшение интенсивности результирующего напряженно-деформированного следа. Ниже приведено сравнение расчетных и экспериментальных стрелок прогиба пластины (мм) после нагружения взрывом:



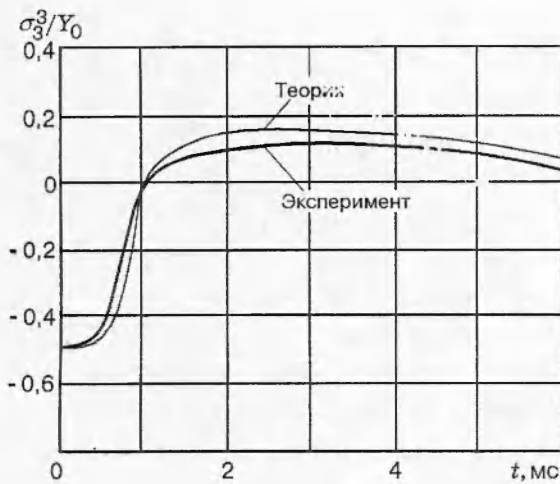


Рис. 2

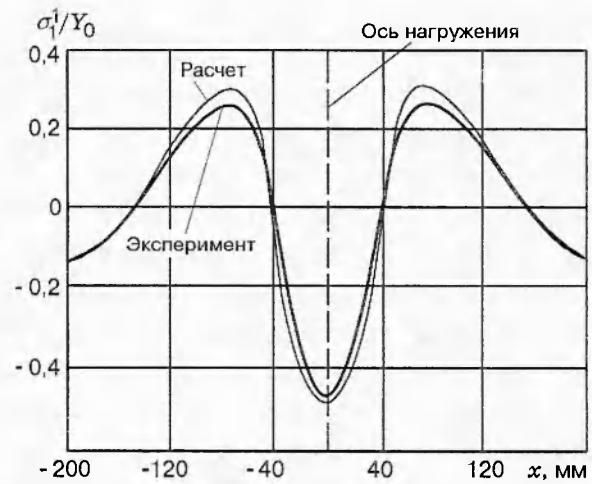


Рис. 3

Рис. 2. Конфигурация напряженно-деформированного следа в стальной пластине после нагружения плоским ударом пластины

Рис. 3. Конфигурация напряженно-деформированного следа в стальной пластине, нагруженной с двух сторон отрезками детонирующего шнура

Количество ниток детонирующего шнура	Расчет	Эксперимент
1	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$7,0 \cdot 10^{-3}$
2	$12,3 \cdot 10^{-3}$	$11,0 \cdot 10^{-3}$
3	$14,7 \cdot 10^{-3}$	$13,0 \cdot 10^{-3}$

Было рассмотрено также несколько экспериментов по ударно-волновому нагружению металлических пластин, и проведено сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов, моделирующих данные конкретные условия нагружения:

1. Отожженные пластины из стали Ст.3 размером  $200 \times 300 \times 6$  мм нагружали плоским ударом двух стальных пластин толщиной 1 мм, метавшихся слоем низкоимпульсного листового взрывчатого вещества (толщина  $\delta_0 = 5$  мм, плотность  $\rho_0 = 0,53$  г/см<sup>3</sup>) в режиме скользящей детонации. В исходном состоянии метаемые пластины устанавливали под отрицательным углом, величину которого определяли по соотношению скоростей метания и детонации [18]. В данном случае формируется одноосный напряженно-деформированный след, поскольку под действием напряжения  $\sigma_3^3$  пластина удлиняется вдоль оси  $z$  и соответственно укорачивается вдоль оси  $x$  на величину  $\nu\sigma_3^3/E$ , что уменьшает интенсивность напряженно-деформированного следа. Поскольку при данной схеме нагружения существенные деформации удлинения в направлении оси  $x$  (а также деформации изгиба) отсутствуют, ответственной за образование напряженно-деформированного следа является релаксация напряжений в ударной волне, облегченная возможностью поперечного (в направлении оси  $z$ ) растекания металла. На рис. 2 приведены экспериментальная и расчетная конфигурации образовавшегося напряженно-деформированного следа.

2. Конфигурация напряженно-деформированного следа (измеренная и расчетная), созданного в пластине из стали Ст.3 размерами  $400 \times 200$  мм при толщине 6 мм детонаци-



ей отрезков ДШ-А (размещенных с обеих сторон пластины), показана на рис. 3. Нагружение пластины на части ее длины создавало условия для взаимодействия напряженно-деформированного следа с ненапряженным металлом в двух направлениях. Для следа характерна выраженная градиентность поля напряжений и деформаций вдоль оси  $z$ ; максимальные напряжения  $\sigma_1^1$  достигают половины предела текучести.

Сравнивая экспериментальные и расчетные данные, можно сделать вывод о приемлемости сконструированной методики расчета параметров напряженно-деформированного следа для решения практических задач обработки металлов и их сварных соединений взрывом. Однако расчет дает, как правило, более высокие значения напряжений и деформаций, чем измеренные в экспериментах. Возможно, это связано с недостаточно полным учетом свойств материала (например, с предположением о постоянной вязкости металла, не зависящей от величины и скорости его деформации). Тем не менее наблюдается достаточно полное соответствие (с погрешностью 6...25 %) эксперимента и расчета. Для получения более точного их совпадения данная методика нуждается в некотором усовершенствовании, связанном, прежде всего, с введением зависимости вязкости металла от величины и скорости деформации, температуры и т. п.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Труфяков В. И. Усталость сварных соединений. Киев: Наук. думка, 1973.
2. Гутман Э. М. Механохимия металлов и защита от коррозии. М.: Металлургия, 1981.
3. Повышение прочности сварных конструкций для Севера / О. И. Слепцов, В. Е. Михайлов, В. Г. Петушков и др. Новосибирск: Наука, 1989.
4. Petushkov V. G. Explosion treatment of welded joints // *Welding and Surfacing Reviews*. V. 3, pt 1.
5. Петушков В. Г., Кудинов В. М. Обработка взрывом сварных соединений металлоконструкций. М.: Металлургия, 1993.
6. Петушков В. Г. О механизме снижения остаточных напряжений обработкой взрывом // *Автомат. сварка*. 1982. № 4.
7. Петушков В. Г. Методы определения режимов обработки взрывом соединений металлоконструкций // *Физика горения и взрыва*. 1988. Т. 24, № 1. С. 107–114.
8. Гришаенко А. И. Напряжения в упругом слое под действием стационарной подвижной локальной нагрузки // *Proc. X Intern. Conf. «High Energy Rate Fabrication»*, Sept. 18–22 1989, Ljubljana, Yugoslavia.
9. Гришаенко А. И. Выбор модели среды для численного моделирования взрывной обработки металлов // *Моделирование динамики деформируемых сред*. Киев: Наук. думка, 1993.
10. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов и др. М.: Наука, 1976.
11. Роменский Е. И. Метод расчета двумерных динамических уравнений нелинейной упругопластической среды Максвелла. Новосибирск, 1988. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т математики; № 36).
12. Седов Л. И. Механика сплошной среды: В 2 т. М.: Наука, 1973. Т. 1.
13. Кильчевский Н. А. Основы тензорного исчисления с приложениями к механике. Киев: Наук. думка, 1972.

14. Wilkins M. L. Modeling the behavior of materials // Structural Impact and Crashworthiness: Conference Papers. London; New York: Elsevier Appl. Sci. Publ., 1984. V. 2.
15. Петушков В. Г. Исследование характеристик прочности и пластичности некоторых материалов при высокоскоростном растяжении: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев: ИПП АН УССР, 1969.
16. Писаренко Г. С., Петушков В. Г. и др. Механические свойства некоторых материалов при высокоскоростном растяжении // Проблемы прочности. 1970. № 7.
17. Белинский П. П., Годунов С. К., Иванов Ю. Б., Яненко И. К. Применение одного класса квазиконформных отображений для построения разностных сеток в областях с криволинейными границами // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1975. Т. 15, № 6.
18. Дерibas А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск: Наука, 1980.

*Поступила в редакцию 26/III 1996 г.,  
в окончательном варианте — 9/VIII 1996 г.*

---