зырька. Степень сжатия (отношение R/r) в жидком азоте мала и не превышает 6 (при избыточном давлении 2 атм и температуре 65 K), вследствие чего сжатие пузырька не имеет резкого характера (коллапса), приводящего к излучению акустического импульса, сравнимого по величине с импульсом при пробое. Для повышения степени сжатия необходимо уменьшить значение параметра газосодержания, чего можно добиться путем повышения внешнего давления.

Поступила 10 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бузуков А. А., Тесленко В. С.** Сонолюминесценция при фокусировке лазерного излучения в жидкость.— «Письма в ЖЭТФ», 1971, т. 14, № 5.
2. **Бузуков А. А., Попов Ю. А., Тесленко В. С.** Экспериментальное исследование взрывного процесса, вызванного фокусировкой моноимпульсного излучения лазера в воду.— ПМТФ, 1969, № 5.
3. **Акманов А. Г., Беньковский В. Г., Голубничий П. И., Масленников С. И., Шеманин В. Г.** Исследование лазерной сонолюминесценции в жидкости.— «Акуст. журнал», 1973, т. 19, № 5.
4. **Наугольных К. А., Рой Н. А.** Электрические разряды в воде. М., «Наука», 1971.
5. **Сиротюк М. Г.** Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации.— В кн.: Мощные ультразвуковые поля. М., «Наука», 1968.

УДК 534.222.2

СТРУКТУРА ФРОНТА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ТВЕРДОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

С. З. Дунин, В. В. Сурков

(*Москва*)

Исследование характера распространения волн в веществах с нарушенной сплошностью представляет интерес по нескольким причинам: изучение ударного разогрева пористого вещества в волнах большой интенсивности позволяет восстановить уравнение состояния сплошного вещества в аномальных условиях (мегабарные давления и температуры порядка температуры плавления) [1]; большинство материалов в естественных условиях не являются сплошными, и характер распространения волн во многом определяется самой структурой твердого тела.

При изучении ударных волн в твердых средах с нарушенной сплошностью следует учитывать следующие обстоятельства. Во-первых, аналогично рассмотрению фронта ударной волны в газах с замедленным возбуждением некоторых степеней свободы [1] исследование структуры ударного перехода в твердых пористых средах необходимо проводить с учетом инерционных свойств среды [2—4]. Так, при ударном нагружении пористого вещества до давлений в десятки килобар (когда влиянием нагрева вещества можно пренебречь) на структуру фронта волны оказывает влияние динамика выборки пор [2—4]. Такое рассмотрение приводит к тому, что давление в веществе оказывается зависящим не только от плотности вещества, но и от ее производных. Во-вторых, теоретические и экспериментальные работы ряда авторов [3—8] указывают на существенное влияние вязких свойств пористого вещества на характер распространения и затухания ударных волн. В-третьих, оценки [2—4,9] показывают, что заметное изменение пористости происходит только тогда, когда вся масса твердого вещества переходит в состояние пластического течения.

В данной работе рассматриваются особенности распространения ударных волн слабой интенсивности, когда влиянием нагрева вещества можно пренебречь (десятки килобар), но сам характер распространения волны во многом определяется поведением пористого тела в пластическом состоянии: заметное влияние на структуру волны оказывает динамика выборки пор.

1. Профиль ударной волны изучается на примере плоской стационарной волны, распространяющейся со скоростью D. В этом случае все величины (плотность, массовая скорость и т. п.) оказываются зависящими только от одной переменной $\zeta = x - Dt$ и уравнения сохранения массы и импульса легко интегрируются. Рассматривая среды с малой пористостью, можно пренебречь зависимостью девиатора напряжений от коэффициента пористости [10] и считать его постоянным, близким по величине к пределу текучести твердого вещества. Тогда в системе координат, связанной с волной, уравнения запишутся в виде

$$\rho_0 D = \rho(D - v),\ p - p_0 = \rho_0 v D, \tag{1.1}$$

где p, v и ρ — давление, массовая скорость и плотность пористой среды соответственно, зависящие от одной переменной ζ (давление p содержит вязкий член, пропорциональный $dv/d\zeta$); p_0 — давление в упругой среде; начальную плотность ρ_0 считаем равной ее значению в невозмущенной среде. Для получения связи давления и плотности в пластической волне необходимо рассмотреть динамику пластического затекания пор.

В начальном состоянии среда однородна. Разобьем все вещество на одинаковые элементарные ячейки, содержащие по одной поре, считая, что все поры сферические радиуса a_0. В качестве такой эквивалентной ячейки удобно выбрать сферу. Величина начального радиуса ячейки b_0 должна быть такой, чтобы суммарная масса всех ячеек в единице массы равнялась 1, т. е. $4\pi N\rho_т (b_0^3 - a_0^3)/3 = 1$, где N — число ячеек в единице массы; $\rho_т$ — плотность твердого вещества. Объемные изменения выделенной ячейки во фронте волны будут характеризовать изменение пористости среды.

Рассмотрим ударные волны, ширина фронта которых Δ много больше характерного размера ячеек λ. Тогда относительное изменение макроскопических параметров среды (таких как средняя плотность или массовая скорость) на длине выделенного элемента λ порядка $(\lambda/\Delta) \ll 1$. В таком приближении можно считать, что рассматриваемая ячейка во фронте волны участвует в двух независимых движениях: как целое с массовой скоростью среды v, а также сжимается под действием давления в волне.

Макроскопический параметр пористости α определим как отношение полного объема выделенной элементарной ячейки с координатами x, t к объему твердого вещества, заключенного внутри ячейки. Предполагая, что в процессе деформирования распределение напряжений вблизи центра поры остается сферически-симметричным и ячейка сохраняет форму, близкую к полой сфере, находим

$$\alpha = b^3/(b^3 - a^3), \tag{1.2}$$

где b и a — внешний и внутренний радиусы эквивалентной сферы в точке x в момент времени t. При этом в системе координат, связанной с центром поры, уравнение движения среды, описывающее сжатие ячейки, запишется в виде

$$\rho_т du/dt = \partial\sigma_r/\partial r + 2(\sigma_r - \sigma_\theta)/r, \tag{1.3}$$

где u — массовая скорость движения вещества к центру поры, σ_r и $\sigma_\theta = \sigma_\varphi$ — радиальная и тангенциальные составляющие локального тензора напряжений. На поверхности поры выполняется условие

$$\sigma_r|_{r=a} = 0.$$

Плотность твердого вещества $\rho_т$ в рассматриваемом диапазоне давлений постоянна. Тогда изменение плотности среды ρ происходит только за счет изменения пористости. Как следует из (1.2),

$$\rho = \rho_т/\alpha. \tag{1.4}$$

Связь между начальным положением точки r_0 и ее координатой r в момент времени t можно получить из условий сохранения массы ячейки и несжимаемости твердой компоненты среды

$$r^3 - r_0^3 = a^3 - a_0^3, \quad b^3 - a^3 = b_0^3 - a_0^3. \tag{1.5}$$

Дифференцируя по времени первое соотношение в (1.5), находим из (1.2), (1.5) массовую скорость.

$$u = \dot{r} = \frac{a_0^3\dot{\alpha}}{3(\alpha_0 - 1)r^2}. \tag{1.6}$$

Твердотельная фаза вещества подчиняется условию течения вязкопластических сред [11]

$$\sigma_r - \sigma_\theta = Y + 2\eta(\partial u/\partial r - u/r), \tag{1.7}$$

где Y и η — предел текучести и коэффициент вязкости твердого вещества. Используя формулы (1.6), (1.7) и учитывая, что давление в твердой компоненте среды $p_т$ выражается формулой

$$p_т = -(\sigma_r + 2\sigma_\theta)/3,$$

перепишем уравнение (1.3) в виде

$$\rho_т du/dt = -\partial p_т/\partial r + 2Y/r. \tag{1.8}$$

Коэффициент вязкости при этом войдет только в граничные условия

$$p_т = \frac{2Y}{3} + \frac{4\eta}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r}\right)\Big|_{r=a}. \tag{1.9}$$

Проинтегрируем уравнение (1.8) по радиусу от a до r с учетом формул (1.4), (1.6) и условия (1.9). В результате получим

$$p_т(r, t) = \frac{2Y}{3} + 2Y\ln\frac{r}{a} + \frac{4\eta\rho_т\dot{\rho}}{3\rho(\rho_т - \rho)} - \tag{1.10}$$

$$- \frac{\rho_т^2 a_0^2}{3(\alpha_0 - 1)\rho^2}\left[\left(-\ddot{\rho} + \frac{2\dot{\rho}^2}{\rho}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right) - \frac{a_0^3\rho_т\dot{\rho}^2}{6(\alpha_0 - 1)\rho^2}\left(\frac{1}{a^4} - \frac{1}{r^4}\right)\right].$$

Усредняя распределение давлений (1.10) в окрестности поры по объему элементарной ячейки и используя соотношения (1.2) и условие несжимаемости твердого вещества, находим

$$p = p_s(\rho) + p_v(\rho, \dot{\rho}) + p_d(\rho, \dot{\rho}, \ddot{\rho}), \tag{1.11}$$

где
$$p_s(\rho) = \frac{2Y}{3}\ln\frac{\rho_т}{\rho_т - \rho}; \quad p_v(\rho, \dot{\rho}) = \frac{4\eta\dot{\rho}}{3(\rho_т - \rho)};$$

$$p_d(\rho, \dot{\rho}, \ddot{\rho}) = \frac{\rho_т a_0^2}{(\alpha_0 - 1)^{2/3}\rho^{8/3}}\left[\left\{\frac{\rho_т^{2/3} - (\rho_т - \rho)^{2/3}}{2} - \frac{\rho}{3(\rho_т - \rho)^{1/3}}\right\}\times\right.$$

$$\times(-\rho\ddot{\rho}+2\dot{\rho}^2)+\left\{\frac{1}{\rho_{\text{т}}^{1/3}}-\frac{1}{(\rho_{\text{т}}-\rho)^{1/3}}+\frac{\rho}{3(\rho_{\text{т}}-\rho)^{4/3}}\right\}\frac{\dot{\rho}^2\rho_{\text{т}}}{6}\Bigg].$$

Первые два члена в (1.11) совпадают с соответствующими слагаемыми, полученными в работах [3, 4], а последний отличается, поскольку авторы этих работ использовали статическую связь среднего давления с давлением на поверхности ячейки (при динамическом рассмотрении эта связь должна учитывать динамику поведения пористого вещества).

В выражение для p можно также добавить член, учитывающий вязкое сопротивление среды при движении ячейки как целого. Оценки показывают, что это слагаемое по порядку величины в $1/(\alpha-1)$ раз меньше члена, описывающего вязкое трение при движении вещества к центру поры.

2. Соотношения (1.1), (1.11), где надо перейти к переменной ζ, описывают профиль стационарной пластической волны. Давление в упругой волне, соответствующее переходу вещества в пластическое состояние, равно

$$p_0=\frac{2Y}{3}\ln\frac{\rho_{\text{т}}}{\rho_{\text{т}}-\rho_0}.$$

Уравнение структуры ударного фронта удобно записать в безразмерном виде, разрешенном относительно функции α,

$$\frac{1}{(\alpha_0-1)^{2/3}}\left\{\left[\frac{\alpha^{2/3}-(\alpha-1)^{2/3}}{2}-\frac{1}{3(\alpha-1)^{1/3}}\right]\frac{\alpha''}{\alpha}+\left[\frac{1}{\alpha^{1/3}}-\frac{1}{(\alpha-1)^{1/3}}+\frac{1}{3(\alpha-1)^{4/3}}\right]\frac{\alpha'^2}{6\alpha}\right\}=\frac{\alpha_0-\alpha}{\alpha_0^2}+\frac{2k^2}{3}\ln\frac{\alpha_0(\alpha-1)}{\alpha(\alpha_0-1)}-\frac{4kR\alpha'}{3\alpha(\alpha-1)}, \tag{2.1}$$

где введены безразмерные переменная $\xi=\zeta/a_0$ (штрих означает дифференцирование по ξ) и параметры k и R:

$$k=\frac{1}{D}\sqrt{\frac{Y}{\rho_{\text{т}}}},\qquad R=\frac{\eta}{a_0\sqrt{Y\rho_{\text{т}}}}.$$

Величина R^{-1} является аналогом числа Рейнольдса для твердых сред.

Для волны, распространяющейся в положительном направлении оси ξ, граничные условия уравнения (2.1) имеют вид

$$\alpha'\to 0 \text{ и } \alpha\to\alpha_0 \text{ при } \xi\to+\infty. \tag{2.2}$$

Решения уравнения (2.1), не проходящие через особую точку $\alpha=1$, $\alpha'=0$, описывают в общем случае нелинейные затухающие или периодические колебания. Следует отметить, что ввиду необратимости диаграммы нагрузки — разгрузки пористых тел [12] формулы (1.11), (2.1) применимы только на фазе нагружения, когда $\alpha'>0$ и $\rho'<0$. При разгружении среда ведет себя как упругая или упругопластическая (причем область пластического течения очень невелика [12]) и не описывается соотношениями (1.11), (2.1). В дальнейшем будем изучать поведение решения до первой поворотной точки (удовлетворяющей условию $\alpha'=0$) на интегральной кривой, описывающей решение (2.1).

3. Рассмотрим отдельно влияние параметров R и k на профиль ударной волны. Если вязкость твердотельной фазы близка к нулю, то можно положить $R = 0$. Уравнение (2.1) при этом один раз интегрируется. С учетом (2.2) получаем

$$\alpha'^2 = \frac{2(\alpha_0 - 1)^{2/3}}{3}\left[\frac{(\alpha_0 - \alpha)^2(2\alpha + \alpha_0)}{2\alpha_0^2} - \right. \tag{3.1}$$

$$\left. - k^2\left\{\alpha_0 - \alpha + \ln\frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} + \alpha^2 \ln\frac{\alpha_0(\alpha - 1)}{\alpha(\alpha_0 - 1)}\right\}\right]\Big/ h(\alpha),$$

$$h(\alpha) = (\alpha - 1)^{-1/3}/3 + \left[(\alpha - 1)^{2/3} - \alpha^{2/3}\right]/2.$$

Знаменатель в (3.1) больше нуля при любых $\alpha > 1$, поэтому выражение (3.1) имеет смысл, когда числитель тоже больше нуля. В частности, требование $\alpha'^2 > 0$ при $\alpha \to \alpha_0$ приводит к условию

$$k^2 \leqslant k_0^2 = \frac{3(\alpha_0 - 1)}{2\alpha_0} \text{ или } D \geqslant D_{\min} = \sqrt{\frac{2Y\alpha_0}{3\rho_{\text{т}}(\alpha_0 - 1)}}. \tag{3.2}$$

Величина $D_{\min}$ есть минимальная скорость распространения ударных волн в рассматриваемых пористых средах [13].

Если в поворотной точке $\alpha = \alpha_1 > 1$, то обращение α' в нуль эквивалентно обращению в нуль числителя в (3.1). Таким образом, равенство нулю числителя в (3.1) определяет связь между k и величиной α в точке поворота, а с учетом соотношений (1.1), (1.4) — кривую максимальных отклонений плотности и давления при $R = 0$ от их первоначальных значений. Сравнение ее с кривой статического сжатия показывает, что при заданной амплитуде давления минимальная пористость α_1 оказывается меньше в динамическом случае. Поры во фронте волны сжимаются таким образом, что их радиус оказывается меньше своей равновесной величины, определяемой как результат статического сжатия.

Рассмотрим ударную волну слабой интенсивности, в которой изменение плотности и пористости мало, $(\alpha_0 - \alpha_1) \ll 1$. Учитывая, что α' обращается в нуль дважды при $\alpha = \alpha_0$ и $\alpha = \alpha_1$, используем параметр малости, разлагая правую часть выражения (3.1) сначала по $(\alpha_0 - \alpha)$, а затем по $(\alpha - \alpha_1)$:

$$\alpha'^2 = \frac{2}{3}(\alpha_0 - 1)^{2/3}\left[\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{k^2}{(\alpha_1 - 1)^2}\right](\alpha_0 - \alpha)^2(\alpha - \alpha_1)/h(\alpha_1). \tag{3.3}$$

При этом должно выполняться соотношение, вытекающее из условия $\alpha' = 0$ при $\alpha = \alpha_1$:

$$\frac{2\alpha_1 + \alpha_0}{2\alpha_0^2} - \frac{k^2}{(\alpha_1 - 1)} = 0 \text{ или } D = \sqrt{\frac{2Y\alpha_0^2}{\rho_{\text{т}}(\alpha_1 - 1)(2\alpha_1 + \alpha_0)}} \geqslant D_{\min}. \tag{3.4}$$

Наличие особой точки $\alpha = 1$ ограничивает область сходимости рядов при разложении по малому параметру. Поэтому используемое приближение применимо при условии

$$(\alpha_0 - \alpha_1)/(\alpha_1 - 1) < 1 \text{ или } \alpha_0 + 1 < 2\alpha_1. \tag{3.5}$$

Интегрируя (3.3) и полагая константу интегрирования, которая определяет положение точки отсчета, равной нулю, получаем уравнение волнового профиля в виде

(3.6) $$\alpha-\alpha_1=(\alpha_0-\alpha_1)\,\mathrm{th}^2(\zeta/\Delta),$$

где

$$\Delta=\frac{2a_0\alpha_0}{(\alpha_0-1)^{1/3}}\sqrt{\frac{3(\alpha_1-1)\,h(\alpha_1)}{(\alpha_0+4\alpha_1-2)(\alpha_0-\alpha_1)}}.$$

Формула (3.6) описывает уединенную симметричную волну. Однако решение применимо только на фазе нагрузки в интервале значений ζ от 0 до ∞. При $\zeta<0$ до следующей поворотной точки связь давления с плотностью определяется упругим поведением пористого вещества. Таким образом, при отрицательных значениях ζ профиль волны носит сложный колебательный характер. Эффективная ширина фронта слабой ударной волны Δ оказывается не зависящей от свойств твердотельной фазы и определяется только геометрией норового пространства. Начальное требование $\Delta\gg\lambda>a_0$ выполняется при условии $\sqrt{\alpha_0-\alpha_1}\ll 1$.

4. Рассмотрим случай, когда вязкость твердого вещества велика и инерционными членами в (2.1) можно пренебречь. Уравнение структуры фронта волны формально можно получить из (2.1), устремив a_0 к нулю. В результате получим

(4.1) $$\frac{4k\bar{R}}{3\alpha(\alpha-1)}\frac{d\alpha}{d\zeta}=\frac{\alpha_0-\alpha}{\alpha_0^2}+\frac{2k^2}{3}\ln\frac{\alpha_0(\alpha-1)}{\alpha(\alpha_0-1)},$$

где $\bar{R}=\eta/\sqrt{\rho_\text{т}Y}$. Учитывая, что во фронте волны нагружения $d\alpha/d\zeta>0$, находим, что $D\geqslant D_{\min}$, где $D_{\min}$ определяется формулой (3.2). Решим уравнение (4.1) для слабой ударной волны. Разлагая (4.1) по малому параметру так же, как в п. **3**, получаем следующее выражение:

(4.2) $$\frac{d\alpha}{d\zeta}=\frac{(\alpha_0-\alpha)(\alpha-\alpha_1)(2\alpha_1-1)\sqrt{3}}{2\bar{R}\alpha_0\sqrt{2\alpha_1(\alpha_1-1)}}.$$

При этом должны выполняться соотношения, аналогичные (3.4), (3.5). Интегрируя (4.2) и полагая константу интегрирования равной нулю, находим

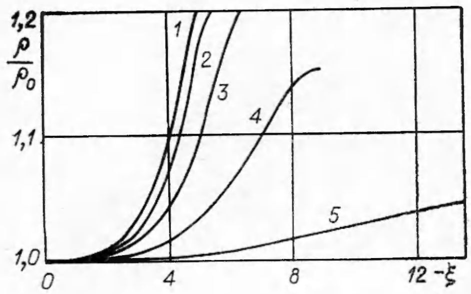
(4.3) $$\alpha=\frac{\alpha_0\exp(\zeta/\Delta)+\alpha_1}{\exp(\zeta/\Delta)+1},$$

где

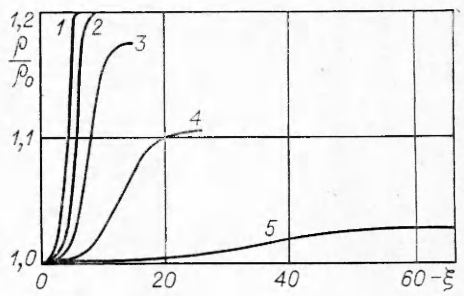
$$\Delta=\frac{2\bar{R}\alpha_0\sqrt{2\alpha_1(\alpha_1-1)}}{(\alpha_0-\alpha_1)(2\alpha_1-1)\sqrt{3}}.$$

Минимальная величина пористости α_1 достигается при $\zeta\to-\infty$. Колебания во фронте отсутствуют, и профиль волны имеет монотонный характер. Ударная адиабата вещества совпадает с кривой статического сжатия. Условие $\Delta\gg\lambda$ выполняется, если $\bar{R}/(\alpha_0-\alpha_1)\gg b_0$.

5. Найдем асимптотику решения уравнения (2.1) для слабой ударной волны с учетом инерционных и вязких членов. Сравним по порядку величины слагаемые, входящие в инерционный член. Поскольку $\alpha''\sim(\alpha_0-\alpha)/\xi^2$, а $\alpha'^2\sim(\alpha_0-\alpha)^2/\xi^2$ и для слабой ударной волны $(\alpha_0-\alpha)\ll 1$, вторым слагаемым, пропорциональным α'^2, можно пренебречь по сравнению с первым. Разлагая далее коэффициенты при производных



Фиг. 1



Фиг. 2

и свободный член и вводя переменную $\gamma = \alpha - \alpha_0$, приходим к следующему асимптотическому уравнению:

$$f(\alpha_0)\gamma'' - kRg(\alpha_0)\gamma' - (1 - k^2/k_0^2)(\gamma/\alpha_0) = 0, \tag{5.1}$$

где

$$f(\alpha_0) = (\alpha_0 - 1)^{-2/3}h(\alpha_0); \quad g(\alpha_0) = (4/3)(\alpha_0 - 1)^{-1}.$$

При $\alpha_0 > 1$ функции f и g строго больше нуля. Решение уравнения (5.1) при граничных условиях (2.2) дает

$$\alpha_0 - \alpha = c \exp(-\zeta/\Delta), \tag{5.2}$$

где

$$\Delta = \frac{2a_0 f(\alpha_0)}{-kRg(\alpha_0) + \sqrt{[kRg(\alpha_0)]^2 + (1 - k^2/k_0^2)\,4f(\alpha_0)/\alpha_0}};$$

c — константа интегрирования.

Рассмотрим два предельных случая. Если вязкость твердого вещества мала, то, разлагая (5.2) по малому параметру R, получаем следующее выражение для характерного размера Δ, на котором происходит изменение амплитуды в e раз:

$$\Delta = a_0\sqrt{\frac{\alpha_0 f(\alpha_0)}{(1 - k^2/k_0^2)}}\left\{1 + \frac{kRg(\alpha_0)}{2\sqrt{f(\alpha_0)(1 - k^2/k_0^2)/\alpha_0}}\right\}. \tag{5.3}$$

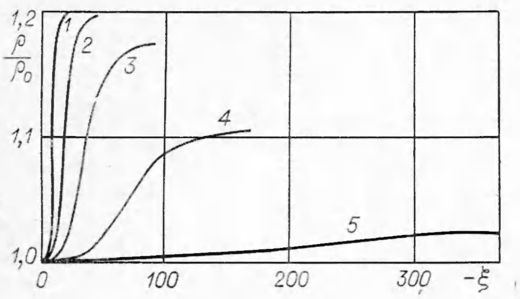
Формула (5.3) согласуется с результатом, полученным в п. 3 для случая $R = 0$.

Если параметр R не мал, то соотношение (5.2) можно упростить, воспользовавшись тем, что для слабой волны $k \sim k_0$. В результате имеем

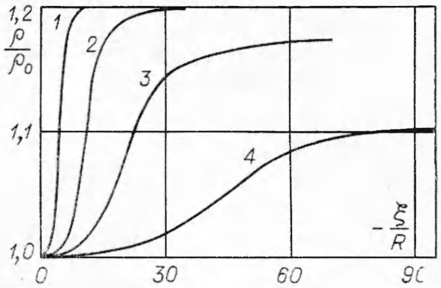
$$\Delta = \frac{\alpha_0 g(\alpha_0) k\bar{R}}{(1 - k^2/k_0^2)}\left\{1 + \frac{(1 - k^2/k_0^2) f(\alpha_0)}{\alpha_0 g^2(\alpha_0) k^2 R^2}\right\}.$$

Величина Δ оказывается практически не зависящей от радиуса пор a_0 и определяется в основном величиной параметра $\bar{R}$ (см. п. 4).

6. В общем случае уравнение (2.1) интегрировалось численно. Результаты расчетов профиля ударной волны при некоторых значениях параметров R и k приведены на фиг. 1—4. Начальная пористость вещества $\alpha_0 = 1,2$, при которой $k_0 = 0,5$. Кривые *1—5* на фиг. 1—4 соответствуют



Фиг. 3



Фиг. 4

$k = 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}3;\ 0{,}4;\ 0{,}475$. При $R = 0$ (фиг. 1) ширина фронта ударной волны порядка нескольких радиусов пор a_0. Фронт волны на фиг. 2, 3, соответствующий значениям $R = 0{,}24$ и 1,6, более растянут. Причем кривые *5* уже хорошо описываются формулой (4.3), полученной для слабой волны в пренебрежении инерционными членами в уравнении (2.1).

На фиг. 4 приведены результаты расчетов при $R > 10$. В этом диапазоне изменения R инерционными слагаемыми можно пренебречь всюду, за исключением малой области, где $\alpha \to 1$, при этом профиль волны с достаточной степенью точности описывается формулой (4.1). Параметр R для реальных сред изменяется в очень широких пределах, примерно от 10^{-2} до 10^3—10^4. Это связано с тем, что вязкость η и характерный размер пор для различных веществ, согласно экспериментальным данным [4—7], различаются на несколько порядков.

7. Проведенный в работе анализ структуры ударного фронта в вязкопластической пористой среде с учетом динамики затекания пор показывает, что основные закономерности распространения ударных волн определяются сложной зависимостью давления от плотности и ее производных. Эта зависимость найдена из рассмотрения динамического поведения во фронте волны элементарных ячеек среды, содержащих поры.

Ширина фронта и профиль волны зависят от трех безразмерных параметров α_0, $k = \sqrt{Y/(\rho_т D^2)}$, $R = \eta/(a_0\sqrt{Y\rho_т})$, причем существование ударных пластических волн возможно только при условии $k \leqslant k_0$ или $D \geqslant D_{\min}$.

Исследование аналитического решения, описывающего слабую ударную волну в пренебрежении вязкостью, показывает, что ширина фронта $\sim a_0/\sqrt{\alpha_0 - \alpha_1}$ и определяется в основном геометрией порового пространства. Если в уравнениях можно пренебречь динамическими членами, то характерный размер фронта слабой ударной волны зависит от числа $\bar{R} = \eta/\sqrt{Y\rho_т}$ и по порядку величины равен $\bar{R}/(\alpha_0 - \alpha_1)$.

Профиль сильной ударной волны, полученный численными методами, в значительной степени зависит как от скорости ударной волны, так и от свойств пористой среды (параметров R и α_0). При $R \gtrsim 10$ инерционными эффектами при пластическом затекании пор можно пренебречь, и структура фронта ударной волны определяется в основном вязкопластическими свойствами пористой среды и скоростью распространения волны.

Поступила 27 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. **Carroll M. M., Holt A. C.** Steady waves in ductile porous solids.—«J. Appl. Phys.», 1973, vol. 44, N 10.
3. **Holt A. C., Carroll M. M., Butcher B. M.** Application of a new theory for the pressure-induced collapse of pores in ductile materials.— In: Proc. of Int. Symp. «Pore Structure and Properties of Materials», Vol. 5. Prague, Academia, 1974.
4. **Butcher B. M., Carroll M. M., Holt A. C.** Shock wave compaction of porous aluminum.— «J. Appl. Phys.», 1974, vol. 45, N 9.
5. **Белинский И. В., Христофоров Б. Д.** Вязкость NaCl при ударном сжатии.—ПМТФ, 1968, № 1.
6. **Ляхов Г. М.** Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
7. **Григорян С. С., Ляхов Г. М., Паршуков П. А.** Сферические взрывные волны в грунтах по измерениям напряжений и деформаций.— ПМТФ, 1977, № 1.
8. **Ляхов Г. М., Охитин В. Н.** Плоские волны в нелинейных вязких многокомпонентных средах.— ПМТФ, 1977, № 2.
9. **Carroll M. M., Holt A. C.** Static and dynamic pore-collapse relation for ductile porous materials.— «J. Appl. Phys.», 1972, vol. 43, N 4.
10. **Грин Р. Дж.** Теория пластичности пористых тел.— Сб. пер. Механика, 1973, № 4.
11. **Кошелев Э. А.** О развитии камуфлетной полости при взрыве в мягком грунте.— ПМТФ, 1975, № 2.
12. **Bhatt J. J., Carroll M. M., Schatz J. F.** A spherical model calculation for volumetric response of porous rocks. — «Trans. ASME», 1975, E42, N 2.
13. **Дунин С. З., Сироткин В. К., Сурков В. В.** О распространении пластических волн в пористых средах.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1978, № 3.

УДК 539.374

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН СЖАТИЯ И РАЗРЕЖЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ

В. М. Фомин, Э. М. Хакимов

(*Новосибирск*)

Рассматриваются различные возможности математического описания поведения среды при динамическом деформировании как упругопластических [1—7], так и нелинейных вязкоупругопластических моделей, учитывающих микроструктурные механизмы пластичности [8—11].

1. **Основные уравнения и соотношения, определяющие процесс.** Среда, по которой распространяются волны сжатия и разрежения, принимается изотропной. Состояние этой среды характеризуется распределением тензоров деформаций ε_i и напряжения σ_i, вектором скорости u и внутренней энергией E. Здесь $i = 1, 2, 3$ есть главные оси тензоров напряжения и деформаций. Тензор приращения деформации представим в виде суммы $\dot{\varepsilon}_i = \dot{\varepsilon}_i^e + \dot{\varepsilon}_i^p$, где ε_i^e, ε_i^p — упругие и пластические тензоры деформаций соответственно. Упругое деформирование характеризуется зависимостью $\dot{\sigma}_i = \lambda\dot{\delta} + 2\mu\dot{\varepsilon}_i^e$ $(i = 1, 2, 3)$, где $\dot{\delta} = \sum_{i=1}^{3} \dot{\varepsilon}_i$; λ и μ — параметры Ламэ и пластические составляющие удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^{3} \varepsilon_i^p = 0$. Точка означает производную по времени вдоль траектории элемента среды.