

Устремляя $R \rightarrow \infty$, получаем в силу (8), (9), (12) и произвольности по поверхности

$$(13) \quad \int_{\Sigma_{R \rightarrow \infty}} \mathbf{v} T(\mathbf{u}) \mathbf{n} dS = 0, \quad \int_{\Sigma_{R \rightarrow \infty}} \mathbf{u} T(\mathbf{v}) \mathbf{n} dS = U_{\infty} \int_S T_{x_j}(\mathbf{v}) n_j dS.$$

Из (11) и (13) находим скорость потока на бесконечности в случае движения твердого тела под воздействием электромагнитных сил

$$(14) \quad U_{\infty} = \int_G \mathbf{v} f d^3 \mathbf{r} / \int_S T_{x_j}(\mathbf{v}) n_j dS.$$

Соотношение (14) решает поставленную задачу. Применим (14) к частному случаю движения сферы под действием электромагнитной силы \mathbf{f} (соотношение 1)):

$$(15) \quad \int_S T_{x_j}(\mathbf{v}) n_j dS = 6\pi r v_{\infty} a,$$

$$v_r = V_{\infty} \cos \vartheta \left[i - \frac{3}{2} \frac{a}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right], \quad v_{\vartheta} = -V_{\infty} \sin \vartheta \left[i - \frac{3}{4} \frac{a}{r} - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right].$$

Соотношения (15) для обычного стока обтекания сферы можно найти, например, в [2]. Подставляя (1), (15) в (14), получаем скорость движения сферы U_{∞} , определенную соотношением (2).

В заключение автор выражает признательность В. И. Яковлеву за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хоничев В. И., Яковлев В. И. Движение шара в безграничной проводящей жидкости, вызванное переменным магнитным диполем, расположенным внутри шара // ПМТФ.— 1978.— № 6.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1988.

г. Новосибирск

Поступила 17/IV 1990 г.

УДК 534.222.2

А. С. Иванов, С. Д. Любарский, С. П. Хурс

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В СЛОЕ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

Исследование движения твердых тел в слое сыпучей среды с различными физическими свойствами представляет большой практический интерес. В [1—3] и ряде других работ рассматривалось движение тел в двухфазных (твердая фаза — газ) средах. Методика и результаты расчета проникания твердых тел, движущихся с большими скоростями, в массив грунта, который в частном случае можно рассматривать как сыпучую среду, приведены в [4]. Методика расчета параметров движения тела, представленная в [4], применима тогда, когда перед движущимся телом в среде формируется ударная волна, что характерно для сверхзвуковых режимов движения. В [5] указано, что скорость звука в песке порядка 100 м/с, приведены эмпирические зависимости для определения замедления снаряда, движущегося как с дозвуковой, так и со сверхзвуковой скоростью. Однако в [5] не приводятся данные о сопротивлении песка, что не позволяет использовать известные зависимости для расчета движения тела в сыпучей среде под действием приложенной к нему силы. Из известных зависимостей для расчета сопротивления песка можно отметить формулу Понселе, значения эмпирических коэффициентов которой для сверхзвукового режима движения приведены в [6].

В настоящей работе представлены экспериментальные данные о сопротивлении сыпучей среды движущемуся в ней телу, эмпирические зависимости сопротивления среды от ее прочностных характеристик и скорости тела при дозвуковом режиме движения, результаты расчета метания тел двухфазным потоком в слой сыпучей среды.

Для исследования влияния скорости движения тела на сопротивление сыпучей среды использовалась экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 1. К коробу размерами $0,42 \times 0,80 \times 1,10$ м,

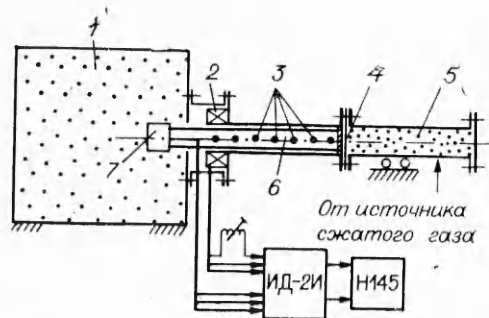


Рис. 1

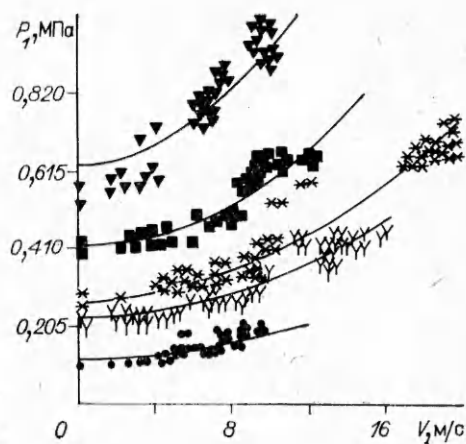


Рис. 2

заполненному песком 1 с насыпной плотностью 1500 кг/м^3 и характерным диаметром частиц $0,25 \text{ мм}$, горизонтально пристыковывалась двухсекционная труба. Между секциями располагалась мембрана 4. В секцию трубы, соединенную с коробом, устанавливалась деревянная штанга 6 с поршнем и силоизмерительным устройством. Вторая секция заполнялась песком 5. После надува порового пространства песка в секции трубы до заданного давления производился прорыв мембраны, в результате чего под действием потока двухфазной среды происходило метание штанги в слой. Силовое измерительное устройство представляет собой подвижную головную часть 7 диаметром 50 мм , опирающуюся через стальной шарик на мембрану датчика ДД-10, подключенного через индикатор ИД-2И к светолучевому осциллографу Н145.

Скорость движения тела в слое регистрировалась осциллографом, подключенным к индикатору ИД-2И, во входную цепь которого включен Т-образный индуктивный мост. В одно плечо моста входит измерительная катушка 2 индуктивностью 350 мкГн , а во второе — балансирующая катушка, выполненная на броневом сердечнике типа СБ-20. В исходном состоянии мост сбалансирован. В теле деревянной штанги с шагом 20 мм размещены ферриты 3. При перемещении штанги ферриты поочередно попадают в поле чувствительности измерительной катушки, вызывая при этом разбалансировку моста. Преобразованный индикатором ИД-2И сигнал рассогласования регистрировался осциллографом. Таким образом, одновременно на осциллограмме фиксировались значения силы сопротивления и перемещение штанги во времени. По промежуткам времени между прохождением ферритами измерительной катушки и известному расстоянию между ними вычислялась скорость тела.

Сила сопротивления движущемуся в сыпучей среде телу представляет собой сумму статической и динамической составляющих. Статическая составляющая силы сопротивления может быть определена по величине удельного (на единицу площади сечения) сопротивления вдавлению штампа. Для регулируемого изменения статической составляющей силы сопротивления при засыпке песка в короб производилась его послойная трамбовка фиксированными грузами.

Результаты экспериментального исследования зависимости сопротивления песка от скорости тела при различных удельных сопротивлениях вдавлению штампа представлены на рис. 2, где одинаковыми символами обозначены экспериментальные значения силы сопротивления, соответствующие фиксированным значениям статической составляющей. Путем обработки экспериментальных данных по методу наименьших квадратов получена зависимость для расчета сопротивления в диапазоне скоростей от 0 до 20 м/с :

$$(1) \quad P_1 = P_0(1 + 0,0044V^2),$$

где P_1 (МПа) — удельное (на единицу площади сечения) сопротивление

движущемуся телу; P_0 (МПа)— статическая составляющая удельной силы сопротивления; V (м/с)— скорость тела.

Вид зависимости (1) отвечает известной формуле Понселе и отличается от нее численным значением коэффициента при скорости. Значения P_1 , вычисленные по (1), приведены на рис. 2.

Для расчета параметров движения тела, метаемого горизонтально в слое песка двухфазной средой, использовалась известная модель равновесного течения [7]. Наличие движущегося поршня приводит к необходимости расчета в подвижных координатах. В этом случае вместо координат t, x вводятся τ, η , определяемые по формулам $\tau = t, \eta = x/\psi(t)$ ($\psi(t)$ — координата поршня). При этом частные производные связаны между собой соотношениями

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\eta \dot{\psi}}{\psi} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \eta}.$$

Тогда известная система дифференциальных уравнений для равновесного течения двухфазной среды сводится к виду

$$(2) \quad \frac{\partial R}{\partial \tau} = - \frac{\partial RU}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial Ru}{\partial \tau} = - \frac{\partial (RuU + P)}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial Re}{\partial \tau} = - \frac{\partial (ReU + Pu)}{\partial \eta},$$

$$P = (k - 1) \left(Re - \frac{Ru^2}{2} \right) \frac{1}{\psi} \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} \frac{1 - \Pi_0}{\Pi_0} \frac{\rho_2}{(\rho_1)_0}} \frac{1}{1 - (1 - \Pi_0) \frac{\rho}{\rho_0}},$$

$$R = \rho\psi, \quad U = (u - \eta\dot{\psi})/\psi.$$

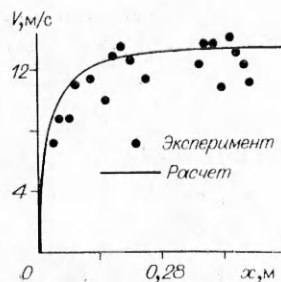
Здесь ρ, u — плотность и скорость среды; e — полная энергия единицы массы среды; P, k — давление и показатель адиабаты газа; Π_0 — начальная пористость песка в трубе; C_2, C_1 — удельные теплоемкости песка и газа; ρ_2 — плотность твердой фазы; $(\rho_1)_0, \rho_0$ — начальные плотности газа и двухфазной среды.

Для определения скорости и координаты поршня, а значит, скорости $\dot{\psi}$ и координаты ψ связанного с ним расчетного узла использовалось уравнение движения поршня

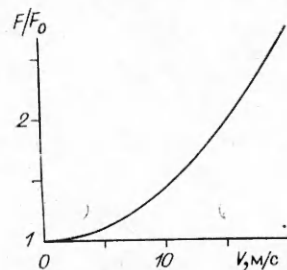
$$(3) \quad d\dot{\psi}/d\tau = \Delta P f/m, \quad d\psi/d\tau = \dot{\psi},$$

где ΔP — перепад давления на поршне, равный разности между давлением газа за поршнем и удельным сопротивлением песка, определяемым по (1); f, m — площадь и масса поршня со штангой и силоизмерительным устройством. Интегрирование системы уравнений (2) с учетом (3) осуществлялось конечно-разностным методом.

На рис. 3 приведены экспериментальное и расчетное изменение скорости тела, метаемого двухфазной средой в слой песка, при следующих режимных и геометрических параметрах установки: длина трубы с песком 1,4 м, диаметр 40 мм, начальная пористость песка в трубе 0,3, начальное давление порового газа 3,5 МПа, масса штанги с поршнем и силоизмерительным устройством 1,64 кг, диаметр силоизмерительного устрой-



Р и с. 3



Р и с. 4

ства 50 мм, статическая составляющая сопротивления песка 0,62 МПа. На рис. 4 дана зависимость относительной (по отношению к статической составляющей) силы сопротивления песка F/F_0 от скорости тела V .

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что при скорости внедрения тела до 3 м/с динамическая составляющая силы сопротивления не превышает 5 % от статической и без большой погрешности задача о проникании тела в песок может быть решена без учета динамической составляющей. Однако при скорости 10—20 м/с сила сопротивления песка может в 1,4—2,6 раза превысить статическую составляющую.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Ю. М., Нигматулин Р. И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенным потоком газа с каплями или частицами // ДАН СССР.— 1981.— Т. 259, № 1.
2. Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Движение тел в псевдооживленном слое.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1980.
3. Иванов А. С. Экспериментальное исследование метания тел нестационарным потоком двухфазной среды // ФГВ.— 1989.— № 1.
4. Сагомонян А. Я. Проникание.— М.: Изд-во МГУ, 1974.
5. Аллен У., Мейфилд З., Морисон Г. Динамика проникания снаряда в песок // Механика: Сб. пер.— 1957.— № 6.
6. Ефимов М. Г. Курс артиллерийских снарядов.— М.: Л.: Оборонгиз, 1939.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.

г. Ленинград

Поступила 5/X 1989 г.

УДК 534.2

В. Б. Курзин

АКТИВНЫЙ РЕЗОНАТОР КАК ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ

Одно из эффективных средств гашения резонансных колебаний, применяемых в технике,— динамический поглотитель [1, 2]. Его достоинство состоит в том, что размеры поглотителя могут быть достаточно малыми по сравнению с размерами основной колеблющейся системы. Как динамический поглотитель, в частности, работает резонатор Гельмгольца при его использовании для гашения шума. Однако следует отметить, что в классической форме резонатор Гельмгольца работает как реактивный глушитель и обладает тем недостатком, что его эффективность весьма ограничена по диапазону частот [3].

В настоящей работе рассмотрена плоская модель резонатора, применяемого для поглощения акустических колебаний в ограниченном объеме, из которого истекает струя газа. Так как часть акустической энергии в этом случае расходуется на образование вихрей, возникающих при истечении струи из резонатора, то такой резонатор будем называть активным.

1. Резонатор как динамический поглотитель. Механизм действия резонатора Гельмгольца как динамического поглотителя может быть проиллюстрирован на следующей простейшей модели. Пусть в прямоугольной области Ω_1 (рис. 1), одна из сторон которой излучает акустическую энергию с заданной частотой ω , с противоположной стороны присоединен прямоугольный канал Ω_2 , моделирующий резонатор Гельмгольца. Вводя предположения

$$(1.1) \quad \varepsilon \ll l, \quad \varepsilon \ll b \ll a,$$

рассмотрим задачу об определении амплитудной функции φ потенциала скорости

$$(1.2) \quad \bar{\varphi}(t, x, y) = \varphi(x, y) \cos \omega t$$

в области $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, удовлетворяющую уравнению Гельмгольца

$$(1.3) \quad \Delta \varphi + k^2 \varphi = 0$$