

О СНИЖЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

УДК 532.526

А. В. Казаков, М. Н. Коган, А. П. Курячий

Центральный аэрогидродинамический институт, 140160 Жуковский

Введение. Метод снижения трения, основанный на нагреве участка поверхности плоской пластины вблизи ее передней кромки, впервые предложен в [1]. Уменьшение суммарного сопротивления трения на пластине в этом случае достигалось благодаря повышению устойчивости течения газа, нагретого вблизи передней кромки и далее движущегося над более холодной поверхностью, что приводило к существенному увеличению длины ламинарного участка течения в пограничном слое. Экспериментальное подтверждение предложенного в [1] метода затягивания ламинарно-турбулентного перехода было получено в [2, 3].

Однако при достаточно больших значениях характерного числа Рейнольдса протяженность турбулентного участка пограничного слоя существенно превосходит длину ламинарного участка, вследствие чего дальнейшее уменьшение вязкого сопротивления возможно лишь путем снижения турбулентного трения. Это делает весьма актуальным поиск методов уменьшения сопротивления трения с помощью различных воздействий на турбулентный пограничный слой [4].

Известно, что на изотермической поверхности, температура которой T_w^* выше температуры восстановления T_r^* , турбулентное трение меньше, чем при обтекании адиабатической поверхности [5, 6]. Однако равномерный нагрев всей обтекаемой поверхности связан со значительными техническими трудностями, в частности с необходимостью обеспечения надежной теплоизоляции на большой площади для предотвращения утечек тепла внутрь обтекаемого тела. Кроме того, в этом случае энергетические затраты на нагрев пограничного слоя существенно превосходят выигрыш, получаемый вследствие снижения сопротивления трения.

В данной работе исследуется зависимость трения в полностью развитом турбулентном пограничном слое на плоской пластине от подвода энергии на одном или нескольких локальных участках обтекаемой поверхности, в то время как остальная часть поверхности является теплоизолированной. В этом случае, как будет показано ниже, при одинаковых суммарных затратах энергии снижение интегрального коэффициента трения почти в 2 раза больше, чем в случае равномерно распределенного по всей поверхности подвода тепловой энергии к газу в пограничном слое.

Постановка задачи. Рассматривается обтекание плоской пластины потоком вязкого теплопроводного газа, имеющего скорость u_∞^* , плотность ρ_∞^* и температуру T_∞^* на бесконечности. Предполагается, что на некотором расстоянии l^* от передней кромки пластины начинается область перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, а участок, на котором осуществляется тепловое воздействие на пограничный слой, располагается в области развитого турбулентного течения и имеет длину h^* . Параметры невозмущенного турбулентного пограничного слоя полностью определяются значением числа Рейнольдса $Re_\theta = \rho_\infty^* u_\infty^* \theta_0^* / \mu_\infty^*$ (μ_∞^* — коэффициент динамической вязкости в набегающем потоке,

θ_0^* — толщина потери импульса непосредственно перед началом участка нагрева) и, как показывают проведенные расчеты, не зависят от числа Рейнольдса начала области перехода $Re = \rho_\infty^* u_\infty^* l^* / \mu_\infty^*$. По этой причине выбор значения Re несуществен, от него зависит лишь положение начала участка нагрева, определяемое заданным значением Re_θ .

Температура вдоль обтекаемой поверхности на участке нагрева и за ним резко изменяется. Поэтому для описания турбулентного пограничного слоя необходимо использовать модели турбулентности, позволяющие правильно учесть наследственные эффекты в турбулентном пограничном слое, которые проявляются наиболее ярко в областях с большими градиентами.

Трудности адекватного описания турбулентных течений в этих областях связаны с несколькими причинами. Известно, что в областях с большими продольными градиентами в турбулентном пограничном слое возможно появление точек, где нарушается гипотеза Буссинеска, используемая для замыкания уравнений во многих моделях турбулентности.

Необходимо помнить, что большинство широко используемых двухпараметрических и более сложных моделей турбулентности содержат эмпирические константы и функции, которые подбирались при их разработке путем сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными, полученными в случае обтекания теплоизолированной или изотермической поверхности, обтекаемой несжимаемым газом [7, 8]. Позднее было предложено также обобщение этих моделей для описания течений сжимаемого теплопроводного газа, опирающееся на предположение о подобии процессов переноса импульса и энергии [9]. И только в последнее время начали разрабатывать модели турбулентности, пригодные для адекватного описания турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе при наличии интенсивного теплообмена на обтекаемой поверхности [10]. Однако проверка их работоспособности для описания характеристик турбулентного пограничного слоя на существенно неизотермической поверхности, в частности, при ступенчатом изменении ее температуры и при появлении областей с большими продольными градиентами температуры и других функций течения, которое экспериментально исследовано, например, в [6], пока явно недостаточна.

Вместе с тем имеются простые алгебраические модели турбулентности, которые, несмотря на свою локальность, вполне удовлетворительно моделируют такие параметры, как коэффициент трения и тепловой поток даже в неравновесном пограничном слое при наличии достаточно больших градиентов параметров вдоль обтекаемой поверхности и в то же время требуют при своем использовании значительно меньших вычислительных мощностей. В частности, двухслойная алгебраическая модель Себеси и Смита [11] дает хорошее согласование с экспериментом при расчете пограничного слоя на существенно неизотермической поверхности [12]. Данное обстоятельство позволяет надеяться на получение, по крайней мере, качественно верных результатов при применении указанной модели для расчета рассматриваемых в настоящей работе течений с теплоподводом.

Для проведения численных расчетов уравнения турбулентного пограничного слоя удобно представить в безразмерной форме, позволяющей учитывать значительные изменения толщины слоя, вызванные нагревом обтекаемой поверхности. С этой целью в качестве характерной вертикальной координаты используется местная толщина вытеснения пограничного слоя δ^* , являющаяся функцией продольной координаты x . В данном случае безразмерная координата внешней границы расчетной области y_e остается неизменной при любом воздействии на пограничный слой, что значительно упрощает проведение численных расчетов.

Безразмерные переменные вводятся согласно следующим соотношениям:

$$x = \frac{x^*}{l^*}, \quad y = \frac{y^*}{l^* \delta(x)}, \quad \delta = \frac{\delta^*}{l^*}, \quad u = \frac{u^*}{u_\infty^*},$$

$$V = \frac{v^*}{u_\infty^* \delta} - \frac{yu}{\delta} \frac{d\delta}{dx}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \quad T = \frac{T^*}{T_\infty^*}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_\infty^*}.$$

Здесь u^* , v^* — продольная и поперечная компоненты скорости; T^* — температура, К; координата x^* отсчитывается от передней кромки пластины.

Система уравнений и граничных условий турбулентного сжимаемого пограничного слоя в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\rho u}{\delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} = 0, \quad \frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho V \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \rho = \frac{1}{T},$$

$$\frac{1}{\text{Re} \delta^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V \frac{\partial T}{\partial x} - (\alpha - 1) M_\infty^2 \frac{\mu + \mu_t}{\text{Re} \delta^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2,$$

$$y = 0: \quad u = 0, \quad V = 0, \quad \mu \frac{\partial T}{\partial y} + (\alpha - 1) M_\infty^2 \text{Re} \sigma \delta q_w = 0 \quad (x_0 \leq x \leq x_0 + h), \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (x \geq x_0 + h),$$

$$y = y_e: \quad u = 1, \quad T = 1, \quad \sigma = 0,72, \quad \sigma_t = 0,9, \quad \mu = T^{3/2} \frac{1 + 114/T_\infty^*}{T + 114/T_\infty^*}, \quad \alpha = 1,4,$$

где q_w — тепловой поток, отнесенный к $\rho_\infty^* u_\infty^{*3}$; M_∞ — число Маха в набегающем потоке; x_0 — координата начала участка нагрева; $h = h^*/l^*$ — его безразмерная длина.

Коэффициент турбулентной вязкости μ_t , согласно двухслойной модели [11], во введенных выше переменных описывается формулами

$$\mu_{ti} = \delta \text{Re} \rho \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| (ky)^i \left[1 + \exp \left(- \frac{y^+}{A^+} \sqrt{\rho_w / \rho} \right) \right]^2 \gamma_t \gamma, \quad 0 \leq y \leq y_c, \quad (2)$$

$$y^+ = y \frac{\rho}{\mu} \left[\delta \text{Re} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]^{1/2}, \quad A^+ = 26, \quad \mu_{t0} = \delta \text{Re} \rho \alpha \left| \int_0^{y_e} (1 - u) dy \right| \gamma_t \gamma, \quad y_c \leq y \leq y_e.$$

Здесь индексы i , 0 относятся соответственно к внутренней и внешней областям пограничного слоя; индекс w — к обтекаемой поверхности.

В (2) входят коэффициенты, которые определяются следующими выражениями:

$$\alpha = 0,0168 \frac{1,55}{1 + \Pi}, \quad \Pi = 0,55 [1 - \exp(-0,243 Z_1^{1/2} - 0,298 Z_1)],$$

$$Z_1 = \text{Re}_\theta / 425 - 1 \quad \text{при} \quad \text{Re}_\theta > 425, \quad (3)$$

$$\gamma = [1 + 5,5 (y/y_0)^6]^{-1}, \quad \gamma_t = 1 - \exp \left[- \frac{3}{c^2} \text{Re}^{0,66} (x - 1)^2 \right], \quad c = 60 + 4,86 M_\infty^{1,92}$$

(y_0 — координата y точки, в которой $u = 0,995$).

Граница между внутренней и внешней областями пограничного слоя y_c определяется из условия непрерывности коэффициента турбулентной вязкости.

Профили скорости и температуры невозмущенного пограничного слоя перед участком нагрева являются начальными условиями при исследовании влияния теплового воз-

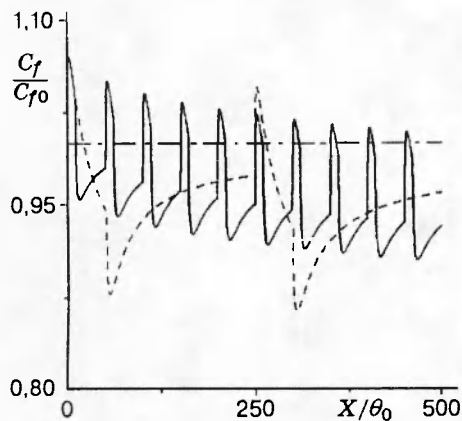


Рис. 1

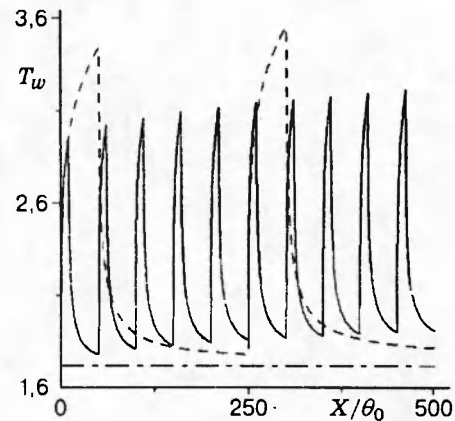


Рис. 2

действия на пограничный слой. Для получения указанных профилей рассчитывалось автомодельное течение в ламинарном пограничном слое, которое используется в качестве начальных условий при $x = 1$. Затем проводится решение задачи (1)–(3) до сечения $x = x_0$, в котором достигается заданное значение Re_θ .

Численное решение нелинейной задачи (1)–(3) осуществлялось итерационным способом на основе численного метода [13], имеющего 2-й порядок точности по координате y и первый порядок точности по координате x . Входящая в задачу функция $\delta(x)$ в каждом сечении пограничного слоя находится с помощью итерационного процесса

$$\delta^{(i)} = \delta^{(i-1)} y_d, \quad y_d = \int_0^{y_e} (1 - \rho u) dy \quad (i = 1, 2, \dots), \quad \delta^{(0)}(x) = \delta(x - \Delta x),$$

где i — номер итерации; $\delta(x - \Delta x)$ — толщина δ в предыдущем сечении.

Результаты расчетов. Были проведены расчеты турбулентного пограничного слоя при $M_\infty = 2$. Начальные профили скорости и температуры развитого турбулентного пограничного слоя в сечении x_0 соответствовали $Re_\theta = 5000$. Расчеты выполнены на полностью теплоизолированной поверхности, а также при наличии двух (первый случай) и десяти (второй случай) локальных участков нагрева поверхности, при этом суммарная подводимая в поток энергия, отнесенная к $\rho_\infty^* u_\infty^{*3} l^*$, $Q = 5 \cdot 10^{-4}$. На каждом участке нагрева $\Delta x \leq h$ задавался постоянный тепловой поток $q_w = Q/(hN)$, где N — общее число нагреваемых участков поверхности пластины, удовлетворяющее условию $hN = 100 \theta_0$.

На рис. 1 показаны распределения относительной величины местного коэффициента трения C_f/C_{f0} , где C_{f0} соответствует местному значению коэффициента турбулентного трения на теплоизолированной поверхности без подвода энергии. На всех рисунках по оси абсцисс отложено отношение расстояния от начала первого участка нагрева $X = x - x_0$ к толщине потери импульса в сечении x_0 ; штриховая кривая отвечает двум участкам нагрева поверхности протяженностью $h = 50 \theta_0$ каждый, расположенным друг за другом так, что начало второго участка находится на расстоянии $250 \theta_0$ от начала первого (первый случай); сплошная кривая соответствует второму случаю (подводу энергии на десяти одинаковых участках нагрева длиной $h = 10 \theta_0$), причем начала двух соседних участков нагрева смещены относительно друг друга на расстояние $50 \theta_0$. На рис. 1–4 штрихпунктирная кривая представляет распределение соответствующего параметра в невозмущен-

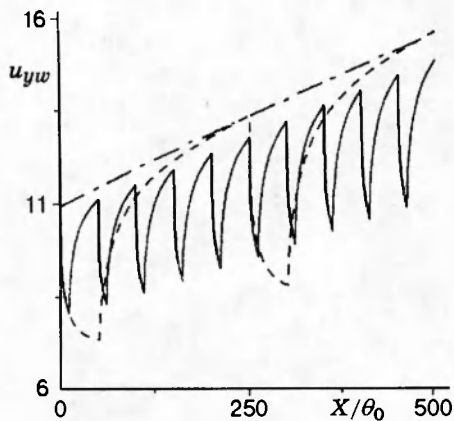


Рис. 3

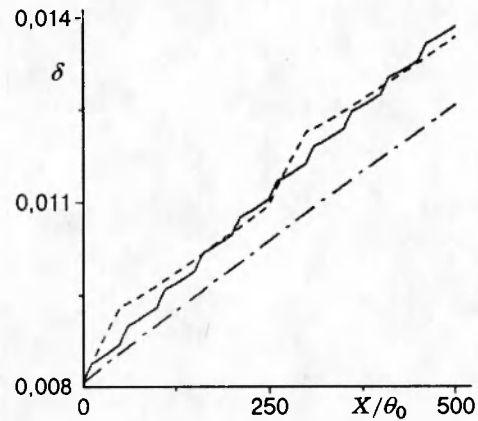


Рис. 4

ном тепловым воздействием пограничном слое.

Как видно из рис. 1, в начале каждого из участков нагрева местный коэффициент трения возрастает по сравнению с трением на полностью теплоизолированной поверхности, и только при достаточной протяженности участка нагрева трение начинает уменьшаться уже непосредственно на нем самом, как это происходит в случае с двумя участками нагрева. При переходе на теплоизолированную поверхность, следующую непосредственно за участком подвода энергии в поток, трение еще больше снижается. Далее вниз по течению на теплоизолированном участке поверхности значения местного коэффициента трения начинают медленно возрастать, монотонно приближаясь к значениям, которые имели бы место в соответствующих сечениях пограничного слоя на полностью теплоизолированной поверхности без подвода энергии.

Указанное влияние подвода энергии на коэффициент трения, определяемый во введенных выше безразмерных переменных формулой

$$C_f = \frac{2}{\delta Re} \mu(T_w) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w, \quad (4)$$

объясняется в основном действием двух конкурирующих факторов, а именно изменениями вязкости и толщины вытеснения пограничного слоя при нагреве поверхности. Можно привести следующую физическую интерпретацию полученных численных результатов. При увеличении температуры обтекаемой поверхности возрастает коэффициент динамической вязкости, что должно приводить к увеличению C_f . С другой стороны, рост температуры поверхности T_w и нагрев пристеночных струек газа в пограничном слое уменьшают плотность газа в пограничном слое, что приводит к оттеснению линий тока от обтекаемой поверхности, уменьшению градиента продольной составляющей скорости $u_{yw} = (\partial u / \partial y)_w$ и увеличению толщины вытеснения пограничного слоя $\delta(x)$.

Рост коэффициента трения в начале участка во всех рассмотренных случаях, очевидно, объясняется преобладающим влиянием первого фактора — зависимостью коэффициента вязкости от температуры. Действительно, как показано на рис. 2, температура на участках нагрева сначала достаточно быстро повышается, что приводит к быстрому прогреву пристеночных струек тока и увеличению коэффициента молекулярной вязкости $\mu(T_w)$. По мере дальнейшего прогрева пограничного слоя начинает расти влияние второго фактора, которое может стать доминирующим даже на участке возрастания температу-

ры поверхности, как это происходит для протяженного участка нагрева (первый случай), представленного на рис. 2 штриховой кривой. Резкое понижение температуры поверхности за участком нагрева значительно уменьшает коэффициент динамической вязкости, следствием чего и является существенное уменьшение C_f при переходе на теплоизолированный участок поверхности, непосредственно примыкающий к участку нагрева.

Влияние нагрева поверхности на градиент продольной составляющей скорости u_{yw} продемонстрировано на рис. 3, откуда видно, что градиент скорости в безразмерных переменных резко уменьшается на участке нагрева, достигая своего минимума на его конце. Так как безразмерный градиент скорости может быть представлен в виде $\partial u/\partial y = (\delta^*/u_\infty^*)\partial u^*/\partial y^*$, то его снижение указывает на то, что размерный градиент скорости уменьшается быстрее, чем увеличивается толщина вытеснения пограничного слоя. Этот факт — естественное следствие того, что прежде всего в пограничном слое прогреваются и утолщаются струйки тока в непосредственной близости от стенки, резко уменьшается градиент скорости у стенки, в то время как интегральная (полная) толщина вытеснения увеличивается более плавно (рис. 4). Так как вниз по потоку от нагретого участка стенка считается теплоизолированной, то все тепло, подведенное в пограничный слой, остается в нем, постепенно прогревая все более далекие от стенки слои газа и входящие в пограничный слой порции газа внешнего течения. Поэтому толщина вытеснения асимптотически медленно приближается к значению для нагретой стенки (рис. 4), в то время как градиент скорости у стенки быстрее реагирует на отвод тепла от пристеночных струек тока во внешнюю область пограничного слоя (рис. 3).

Другими словами, поведение коэффициента трения объясняется конкуренцией между изменением вязкости в зависимости от температуры стенки и изменением некоторой эффективной, а не полной толщины наиболее прогретой части пограничного слоя у стенки. Именно резкое увеличение этой эффективной толщины вытеснения на нагреваемом участке и ее более медленное уменьшение на теплоизолированном участке поверхности при одновременном быстром падении температуры стенки приводят к тому, что с помощью локального нагрева удастся примерно в 2 раза увеличить выигрыш в сопротивлении по сравнению с равномерно нагретой поверхностью (рис. 5). На рис. 5 показан относительный интегральный коэффициент трения $\Delta C_F/C_{F0}$, определенный соотношениями

$$\Delta C_F = \int_{x_0}^{x_0+X} (C_{f0} - C_f) dx, \quad C_{F0} = \int_{x_0}^{x_0+X} C_{f0} dx.$$

Наибольший интерес с точки зрения уменьшения суммарного сопротивления трения турбулентного пограничного слоя представляет поведение величины $\Delta C_F/C_{F0}$ на больших расстояниях вниз по потоку от участка, где тем или иным способом подводится дополнительная энергия в пограничный слой. На рис. 5 штрихпунктирная кривая — зависимость относительного интегрального коэффициента трения $\Delta C_F/C_{F0}$ для равномерно распределенного подвода фиксированной энергии Q вдоль поверхности пластины от начального сечения пограничного слоя x_0 до текущего сечения X .

Из рис. 5 следует, что вплоть до весьма значительных расстояний от области подвода тепла в пограничный слой интегральное снижение трения при локальном подводе тепла почти в 2 раза выше, чем при равномерном нагреве поверхности. При равномерном подводе тепла увеличение эффективной толщины пограничного слоя происходит медленнее и сопровождается одновременным ростом вязкости газа у стенки, что и делает, по-видимому,

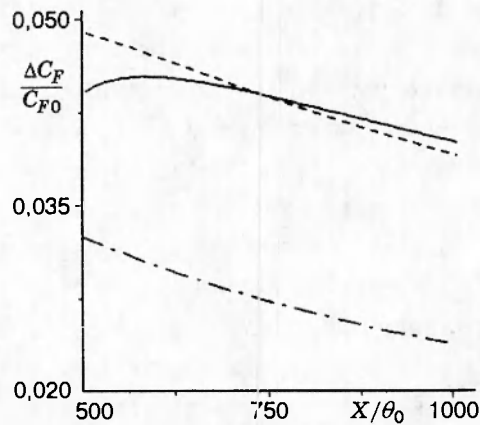


Рис. 5

равномерный подвод тепла менее эффективным. Можно надеяться, что более резкий подвод тепла (а именно сокращение протяженности участков нагрева и повышение их температуры) одновременно с увеличением числа участков позволит получить значительно большую эффективность подвода тепла в поток.

Действительно, на рис. 5 видно, что увеличение числа участков нагрева, расположенных на фиксированном участке поверхности, и уменьшение их протяженности приводят к более медленному уменьшению значения $\Delta C_f/C_{f0}$ по мере удаления от участка подвода энергии в поток. Представленные данные свидетельствуют о том, что при периодическом локальном нагреве происходит «накопление» теплового воздействия на пограничный слой, реализуемого на каждом отдельном коротком участке нагрева. Это обстоятельство позволяет надеяться на то, что при достаточно большом числе участков нагрева в релаксационном следе на теплоизолированной поверхности за ними можно достичь значений C_f/C_{f0} , заметно меньших единицы даже на достаточно больших расстояниях вниз по потоку. Это позволит существенно повысить энергетическую эффективность предлагаемого термического метода снижения турбулентного трения.

Однако следует заметить, что при сокращении протяженности участков нагрева и увеличении продольных градиентов температуры и других характеристик пограничного слоя уменьшается уверенность в применимости как использованной модели турбулентности, так и, быть может, самих уравнений пограничного слоя для каких-либо количественных выводов, по крайней мере в областях пограничного слоя вблизи очень коротких участков нагрева. Поэтому, отмечая общую закономерность увеличения эффективности снижения сопротивления трения при локальном подводе тепла, дальнейшую оптимизацию нагрева и окончательные выводы о применимости предлагаемого способа уменьшения сопротивления трения следует отложить до экспериментальной проверки точности описанных выше первых результатов и подбора модели турбулентности, адекватной данной задаче.

В заключение отметим, что при локальном подводе тепла в пограничный слой на участке нагрева, как видно из рис. 4, реализуются достаточно большие градиенты толщины вытеснения пограничного слоя вдоль обтекаемой поверхности. По этой причине в указанной области может быть заметным влияние вязко-невязкого взаимодействия на распределение коэффициента трения. В случае подвода энергии в пограничный слой на достаточно большом количестве участков нагрева толщина вытеснения пограничного слоя будет иметь волнообразную форму. Взаимодействие внешнего невязкого потока с такой

эффективной волнистой поверхностью может привести к дополнительному уменьшению сопротивления трения [14]. Поскольку при этом реальная поверхность обтекаемого тела, воспринимающая давление потока, остается плоской, то возможное уменьшение вязкого сопротивления не будет сопровождаться возникновением сопротивления давления, как это имеет место при обтекании реальных волнистых поверхностей [14]. Указанный эффект представляет собой предмет отдельного изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17600).

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. Об устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве поверхности плоской пластины вблизи передней кромки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 68–72.
2. Белов И. А., Литвинов В. М., Казаков А. В. и др. Устойчивость ламинарного пограничного слоя и затягивание перехода на неизотермической поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 2. С. 52–58.
3. Струминский В. В., Довгаль А. В., Лебедев Ю. Б. и др. Теоретическое и экспериментальное исследование устойчивости пограничного слоя при неравномерном нагревании поверхности. Новосибирск, 1987. (Препр. / ИТПМ СО АН СССР; № 3-87).
4. Bushnell D. M. Turbulent Drag Reduction for External Flows. N. Y., 1983. (Paper / AIAA; N 227).
5. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
6. Carvin C., Debieve J. F., Smits A. J. The Near-Wall Temperature Profile of Turbulent Boundary Layer. N. Y., 1988. (Paper / AIAA; N 136).
7. Patel V. C., Rodi W., Scheuerer G. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: a review // AIAA J. 1985. V. 23, N 9. P. 1308–1319.
8. So R. M. C., Lai Y. G., Zhang H. S., Hwang B. C. Second-order near-wall turbulence closures: a review // AIAA J. 1991. V. 29, N 11. P. 1819–1835.
9. Van Driest E. R. Turbulent boundary layer in compressible fluids // J. Aeronaut. Sci. 1951. V. 18, N 5. P. 145–160.
10. Sommer T. P., So R. M. C., Zhang H. S. Near-wall variable-Prandtl-number turbulence model for compressible flows // AIAA J. 1993. V. 31, N 1. P. 27–35.
11. Cebeci T., Smith A. M. O. Analysis of Turbulent Boundary Layers. N. Y.: Acad. Press, 1974.
12. Себиси Т., Бредшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. М.: Мир, 1987.
13. Денисенко О. В., Провоторов В. П. Исследование течений вязкого газа при умеренных числах Рейнольдса // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2269. С. 111–127.
14. Кэри Мл. О. М., Вайнштейн Л. М., Бушнелл Д. М. Уменьшение сопротивления твердой поверхности с помощью волн малой амплитуды контура поверхности // Снижение вязкостного трения. М.: Машиностроение, 1984. С. 165–188.

*Поступила в редакцию 23/І 1995 г.,
в окончательном варианте — 28/VIII 1995 г.*