

На рис. 5, б ( $M_n=2$ ,  $T_{он}=300$  К,  $p_{он}=7,8$  ата) представлена граница горения в переменных ( $h-\Gamma$ ), рассчитанная для условий [11] ( $h$  — полная высота донного среза, точки — экспериментальные данные). В эксперименте было замечено, что крайняя левая точка ( $\Gamma=1,3 \cdot 10^{-5}$ ) является граничной (бедный срыв). Видно, что расчет «сузил» область устойчивого горения по сравнению с опытом. Но с учетом сложности рассматриваемого явления следует оценить согласие расчета с экспериментом как удовлетворительное, что позволяет надеяться на использование настоящей методики не только для выявления тенденций при имитации в расчетах различных факторов, но и для прямых оценок эффективности работы стабилизирующих устройств рассмотренного типа.

Центральный аэрогидродинамический институт  
им. Н. Е. Жуковского, Москва

Поступила в редакцию  
30/IX 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
2. I. L. Drell, F. E. Belles. NACA Rep. 1383, 1958.
3. Т. Kawamura. Comb. and Flame, 1974, 22, 3.
4. В. К. Баев, А. В. Локотко, П. К. Третьяков. ФГВ, 1973, 9, 5.
5. В. Л. Зимонт, В. К. Иванов. С. Х. Оганесян.— В сб.: Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
6. К. Е. Юрченко. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, 2, 48.
7. В. И. Головичев. ФГВ, 1973, 9, 4.
8. Моретти. РТК, 1965, 2.
9. С. И. Слатски, РТК, 1965, 9.
10. R. S. Chappargada. AIAA J, 1963, 1, 9, 2188.
11. Л. Р. Девис. РТК, 1968, 5. 90 с.

#### ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ

А. Д. Лебедев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

Рассмотрим устойчивость фронта фильтрационного горения по отношению к возмущениям, длина волны которых значительно меньше ширины фронта. Система уравнений, описывающая фильтрационное горение, включает уравнение неразрывности, движения (закон Дарси), энергии (для исходных компонент и продукта реакции) и уравнение состояния газообразной компоненты:

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \operatorname{div} \rho \vec{v}_\phi + \beta \rho_{m1} \partial \eta / \partial t &= 0, \quad \operatorname{grad} p + \vec{v}_\phi / k_\phi = 0, \quad p = \rho R_r / m \cdot T, \\ \rho c_v \partial T / \partial t + \rho c_v (\vec{v}_\phi \nabla) T - \operatorname{div} m \lambda \operatorname{grad} T + Q &= 0, \\ \rho_m c_m \partial T_m / \partial t - \operatorname{div} \xi \lambda_m \operatorname{grad} T - \rho_{m1} q \partial \eta / \partial t + Q_m &= 0, \\ \rho_n c_n \partial T_n / \partial t - \operatorname{div} \sigma \lambda_n \operatorname{grad} T + Q_n &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\beta$  — стехиометрический коэффициент;  $q$  — тепловой эффект реакции;  $k_\phi$  — коэффициент фильтрации;  $m$ ,  $\xi$ ,  $\sigma$  — соответственно объемные доли газа (пористость), конденсированного реагента и продукта (в единице объема гетерогенной системы);  $\eta = (\rho_{m1} - \rho_m) / \rho_{m1}$  — глубина превращения конденсированного реагента;  $Q$ ,  $Q_m$ ,  $Q_n$  — члены, учитывающие теплообмен между компонентами системы; индексы  $m$  и  $n$  — относятся соответственно к конденсированному реагенту и продукту реакции.

При написании системы уравнений (1) принято, что теплоемкость и теплопроводность компонент не зависят от температуры и давления, а пористость и коэффициент фильтрации изменяются только в зоне ре-

акции. Кроме того, в уравнении энергии для газовой компоненты опущены члены, учитывающие работу сил давления, фильтрации и изменение кинетической энергии газа. В предположении высокой интенсивности теплообмена при течении газа в пористых средах можно считать температуру всех компонентов системы одинаковой. В этом случае из трех последних уравнений системы (1) получим уравнение энергии для смеси компонент

$$c_{\Sigma}\rho_{\Sigma}\partial T/\partial t + \rho c_v (\vec{v}_{\Phi}\nabla)T - \operatorname{div} \lambda_{\Sigma} \operatorname{grad} T - \rho_{m1}\zeta\partial\eta/\partial t = 0, \quad (2)$$

где

$$c_{\Sigma} = (\rho c_v + \rho_m c_m + \rho_n c_n) / (\rho + \rho_m + \rho_n), \quad \rho_{\Sigma} = \rho + \rho_m + \rho_n, \quad \lambda_{\Sigma} = m\lambda + \xi\lambda_m + \sigma\lambda_n.$$

Исключив из уравнения неразрывности плотность и скорость с помощью уравнений состояния и закона Дарси, получим уравнение фильтрации

$$p \operatorname{div} (k_{\Phi} \operatorname{grad} p) + k_{\Phi} (\operatorname{grad} p)^2 - k_{\Phi} p/T (\operatorname{grad} p \cdot \operatorname{grad} T) - \partial p/\partial t + p/T \cdot \partial T/\partial t - \beta \rho_{m1} R_r T/m \cdot \partial \eta/\partial t = 0. \quad (3)$$

При больших значениях энергии активации и коэффициента теплопроводности пористого реагента и слабом торможении химической реакции при выгорании реагентов волну горения можно представить в виде совокупности двух зон — прогрева и реакции. В предельно схематизированной постановке подобно тому, как это было принято в [1], последнюю представим в виде поверхности слабого разрыва, на которой  $T$  и  $p$  непрерывны<sup>1</sup>, а тепловой и массовый потоки терпят разрыв.

Используя уравнения (1), записанные в системе координат, связанной с фронтом, найдем распределение параметров в плоской стационарной волне горения (основное состояние)

$$T_a = T_0 + (H_n - T_0) e^{u_{\Sigma}/\kappa_{\Sigma} x} \\ p_a = p_n \{1 + 2\rho_1 u_1 R_r / m_1 \varepsilon_1 p_n \cdot [(T_n - T_0) \kappa_{\Sigma} / u_{\Sigma} \cdot (1 - e^{u_{\Sigma}/\kappa_{\Sigma} x}) - T_0 x]\}^{1/2}, \quad (4)$$

$$T_b = T_n, \quad p_b = p_n (1 - 2\rho_2 u_2 R_r T_n / m_2 \varepsilon_2 p_n)^{1/2},$$

где  $p_n$ ,  $T_n$  — давление и температура на фронте реакции;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  — коэффициенты пьезопроводности;  $u_{\Sigma} = (\rho c_v u + \rho_m c_m u_* + \rho_n c_n u_*) / (\rho c_v + \rho_m c_m + \rho_n c_n)$ ;  $u_*$  — скорость распространения горения по пористому веществу;  $\kappa_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma} / c_{\Sigma} \rho_{\Sigma}$ ;  $T_0$  — начальная температура системы, индексы 1 и 2 относятся к значениям параметров в зонах  $a$  и  $b$  по обе стороны фронта горения.

Представив значения параметров в возмущенном состоянии в виде суммы основной величины и малой добавки ( $p'$ ,  $T'$ ), из уравнений (2) и (3), записанных в системе координат, связанной с невозмущенным фронтом<sup>2</sup> ( $x$ ,  $y$ ,  $t$ ), получим

$$\partial p'/\partial t + a_1 \partial p'/\partial x + a_2 p' - \varepsilon \Delta p' - \kappa_{\Sigma} p/T \cdot \Delta T' + a_3 \partial T'/\partial x + a_4 T'/T = 0, \quad (5)$$

$$\partial T'/\partial t + u_{\Sigma} \partial T'/\partial x - \kappa_{\Sigma} \Delta T' = 0, \quad (6)$$

где  $a_1 = u - 2k_{\Phi} dp/dx + \varepsilon/T \cdot dT/dx$ ;  $a_2 = k_{\Phi}/T \cdot dp/dx \cdot dT/dx - k_{\Phi} d^2 p/dx^2 - u_*/T \cdot dT/dx$ ;  $a_3 = (u_{\Sigma} - u_*) p + \varepsilon/T \cdot dp/dx$ ;  $a_4 = u \cdot dp/dx - \varepsilon d^2 p/dx^2 - k_{\Phi} (dp/dx)^2$ .

Величину  $u_{\Sigma}$  можно считать второго порядка малости, так как она пропорциональна малому параметру  $\rho/\rho_{m1}$ . В силу этого членом  $u_{\Sigma} \frac{dT'}{dx}$  в уравнении энергии (6) пренебрегаем.

<sup>1</sup> Непрерывность температуры и давления в зоне реакции следует из условия конечности теплового и фильтрационного потоков.

<sup>2</sup> Положительное направление оси  $x$  задается нормалью к фронту горения, ориентированной по направлению движения газа.

Представив возмущения параметров в виде периодической функции  $L=L_0 e^{iky+\Omega t}$ , определим из уравнений (5) и (6) условия существования возмущений

$$\Omega + ru_\Sigma - \kappa_\Sigma (r^2 - k^2) = 0, \quad (7)$$

$$\Omega + na_1 - \varepsilon (n^2 - k^2) = 0, \quad (8)$$

откуда

$$r = \frac{u_\Sigma}{2\kappa_\Sigma} \pm \sqrt{\frac{u_\Sigma^2}{4\kappa_\Sigma^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\kappa_\Sigma}}$$

и

$$n = \frac{a_1}{2\varepsilon} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4\varepsilon^2} + k^2 + \frac{\Omega + a_2}{\varepsilon}}$$

Периодическое решение для пульсаций давления и температуры можно представить в виде

$$p' = Ae^{rx+iky+\Omega t} + Be^{nx+iky+\Omega t},$$

$$T' = \tilde{A}e^{rx+iky+\Omega t} + \tilde{B}e^{nx+iky+\Omega t},$$

где  $k=k_y$ ;  $r, n=ik_x$ . При этом связь между амплитудами возмущений определится из уравнений (5) и (6)

$$A = \frac{(r^2 - k^2)(\kappa_\Sigma - \varepsilon)T + \left(\varepsilon \frac{dT}{dx} - 2k_\Phi T \frac{dp}{dx}\right)r + k_\Phi \frac{dp}{dx} \frac{dT}{dx} - u_* \frac{dT}{dx} - k_\Phi T \frac{d^2 p}{dx^2}}{p \left[ \kappa (r^2 - k^2) - k_\Phi \frac{dp}{dx} r - (u_\Sigma - u_*)r - \frac{u_*}{p} \frac{dp}{dx} + k_\Phi \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{k_\Phi}{p} \left(\frac{dp}{dx}\right)^2 \right]} A,$$

$$\tilde{B} = 0.$$

Под действием возмущений происходит периодическое искривление фронта  $l \sim e^{iky+\Omega t}$ , где  $l$  — малое отклонение фронта от его положения в невозмущенном состоянии. Учитывая, что для анализа устойчивости достаточно определить характер процесса в малой окрестности невозмущенного фронта  $x \sim l$ , воспользуемся в дальнейшем линеаризованным решением для параметров основного состояния. При этом будем пренебрегать квадратами малых величин.

В окончательном виде выражения для возмущений температуры и давления на фронте реакции имеют вид

$$p'_a = Ae^{r_1 x + iky + \Omega t} + Be^{n_1 x + iky + \Omega t}, \quad (9)$$

$$T'_a = \frac{T_H}{\rho_H} \times$$

$$\times \left[ \frac{(r_1^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 1} - \varepsilon_1) + r_1 \left[ \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) \frac{\varepsilon_1}{\kappa_{\Sigma 1}} u_{\Sigma 1} + 2u_1 \right] + \frac{u_1^2}{\varepsilon_1} - 1 - \frac{T_0}{T_H} \frac{u_* u_1}{\kappa_{\Sigma 1}}}{\kappa_{\Sigma 1} (r_1^2 - k^2) - r_1 [u_{\Sigma 1} - u_* - u_1] + \frac{u_* u_1}{\varepsilon_1} + \frac{u_1 u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}}} \right] \times$$

$$\times Ae^{iky + \Omega t}, \quad (10)$$

где

$$r_1 = \frac{u_{\Sigma 1}}{2\kappa_{\Sigma 1}} + \sqrt{\frac{u_{\Sigma 1}^2}{4\kappa_{\Sigma 1}^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\kappa_{\Sigma 1}}}; \quad n_1 = \frac{a_{11}}{2\varepsilon_1} + \sqrt{\frac{a_{11}^2}{4\varepsilon_1^2} + k^2 + \frac{\Omega a_{21}}{\varepsilon_1}};$$

$$a_{11} = 2u_1 + \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) \frac{\varepsilon_1}{\kappa_{\Sigma 1}} u_{\Sigma 1}; \quad a_{21} = \frac{u_1^2}{\varepsilon_1}.$$

для зоны  $a(x < 0)$  и

$$p'_b = Ce^{r_2 x + iky + \Omega t} + De^{n_2 x + iky + \Omega t}, \quad (11)$$

$$T'_b = \frac{T_{II}}{p_{II}} \left\{ \frac{(r_2^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 2} - \varepsilon_2) + 2r_2 u_2 + \frac{u_2^2}{\varepsilon_2}}{\kappa_{\Sigma 2}(r_2^2 - k^2) - r_2[u_{\Sigma 2} - u_* - u_2] + \frac{u_* u_2}{\varepsilon_2}} \right\} Ce^{r_2 x + iky + \Omega t}, \quad (12)$$

где

$$r_2 = \frac{u_{\Sigma 2}}{2\kappa_{\Sigma 2}} - \sqrt{\frac{u_{\Sigma 2}^2}{4\kappa_{\Sigma 2}^2} + k^2 + \frac{\Omega}{\kappa_{\Sigma 2}}}; \quad n_2 = \frac{a_{12}}{2\varepsilon_2} - \sqrt{\frac{a_{12}^2}{4\varepsilon_2^2} + k^2 + \frac{\Omega + a_{22}}{\varepsilon_2}},$$

$$a_{12} = 2u_2, \quad a_{22} = \frac{u_2^2}{\varepsilon_2}$$

для зоны  $b(x > 0)$ .

Так как возмущенный фронт горения перемещается по среде с неоднородным распределением давления и температуры, то на его поверхности наряду с периодическими имеют место дополнительные возмущения параметров. Полные возмущения давления и температуры на фронте реакции следует представить в виде суммы периодических возмущений и возмущений, связанных с неоднородностью среды:

$$\tilde{p}'_1 = \left( A + B - \frac{u_1 p_{II}}{\varepsilon_1} E \right) e^{iky + \Omega t}, \quad (13)$$

$$\tilde{T}'_1 = \left\{ \frac{T_{II}}{p_{II}} \frac{(r_1^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 1} - \varepsilon_1) + r_1 \left[ \left( 1 - \frac{T_0}{T_{II}} \right) \frac{\varepsilon_1}{\kappa_{\Sigma 1}} u_{\Sigma 1} + 2u_1 \right]}{\kappa_{\Sigma 1}(r_1^2 - k^2) - r_1(u_{\Sigma 1} - u_* - u_1) + \frac{u_* u_1}{\varepsilon_1} - \left( 1 - \frac{T_0}{T_{II}} \right) \frac{u_* u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}}} \right. \\ \left. + \left( 1 - \frac{T_0}{T_{II}} \right) \frac{T_{II} u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}} E \right\} e^{iky + \Omega t}, \quad (14)$$

$$\tilde{p}'_2 = \left( C + D - \frac{u_2 p_{II}}{\varepsilon_2} E \right) e^{iky + \Omega t}, \quad (15)$$

$$\tilde{T}'_2 = \frac{T_{II}}{p_{II}} \frac{(r_2^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 2} - \varepsilon_2) + 2r_2 u_2 + \frac{u_2^2}{\varepsilon_2}}{\kappa_{\Sigma 2}(r_2^2 - k^2) - r_2[u_{\Sigma 2} - u_* - u_2] + \frac{u_* u_2}{\varepsilon_2}} Ce^{iky + \Omega t}. \quad (16)$$

Для определения связи полных возмущений по обе стороны фронта горения используем условия сохранения на возмущенном фронте. Интегрируя по нормали к фронту уравнения (1), записанные в системе координат,  $(n, \tau, t)$ , связанной с элементом возмущенного фронта, получим уравнения, связывающие тепловые и фильтрационные потоки<sup>3</sup>

$$\left( \lambda_{\Sigma} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} \right) \Big|_1 + \rho_{m1} q u'_* = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\tilde{p}_2}{R_r T_2} \left( m k_{\Phi} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial n} \right) \Big|_1 - (\tilde{\rho}_2 - \tilde{\rho}_1 + \beta \rho_{m1}) u'_* = 0. \quad (18)$$

Исключив из уравнений (17) и (18) параметры основного состояния,

<sup>3</sup> Так как  $\partial/\partial n$  отличается от  $\partial/\partial x$  на квадрат малой величины, то в дальнейшем производные по нормали заменены на производные по  $x$ .

получим аналогичное уравнение для пульсаций

$$\left(\lambda_{\Sigma} \frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x}\right) \Big|_1^2 + \rho_{m1} q u_*' = 0, \quad (19)$$

$$\left(mk_{\Phi} \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial x}\right) \Big|_1^2 - \frac{\beta \rho_{m1} R_{\Gamma} T_{\Pi} u_*'}{\rho_{\Pi}} \left(\frac{\tilde{T}_2'}{T_{\Pi}} + \frac{u_*'}{u_*} - \frac{\tilde{p}_2'}{\rho_{\Pi}}\right) = 0. \quad (20)$$

К уравнениям (19) и (20) следует присоединить также соотношения, отражающие равенство по обе стороны фронта полных возмущений давления и температуры

$$\tilde{p}_1' = \tilde{p}_2', \quad (21)$$

$$\tilde{T}_1' = \tilde{T}_2'. \quad (22)$$

Систему уравнений (19)–(22) необходимо дополнить соотношением, отражающим закономерность потребления твердого компонента на единице поверхности фронта горения за единицу времени. Для случая поверхностного горения эта закономерность имеет вид [2]

$$G = z \rho e^{-E_a/RT}, \quad (23)$$

где  $E_a$  — энергия активации;  $z$  — предэкспонент.

Согласно (23), пульсация потребления твердого реагента на фронте равна

$$\frac{G'}{G} = \frac{\tilde{p}_2'}{\rho_{\Pi}} + (\theta - 1) \frac{T_2'}{T_{\Pi}}. \quad (24)$$

Эту величину можно определить и другим способом

$$\frac{G'}{G} = \frac{u_*'}{u_*}. \quad (25)$$

Приравняв выражения (24) и (25), получим искомое соотношение

$$\frac{u_*'}{u_*} = \frac{\tilde{p}_2'}{\rho_{\Pi}} + (\theta - 1) \frac{T_2'}{T_{\Pi}}, \quad (26)$$

где  $\theta = E_a/RT_{\Pi}$ . Подставив в систему уравнений (19)–(22), (26) выражения для полных пульсаций температуры, давления и скорости перемещения волны по твердому компоненту  $u_*' = -\partial l/\partial t$ , получим систему из пяти алгебраических уравнений для определения амплитуд возмущений

$$\begin{aligned} A + B - C - D + W_1 E &= 0, \\ W_2 A - W_3 C + W_8 E &= 0, \\ \lambda_{\Sigma 1} r_1 W_2 A - \lambda_{\Sigma 2} r_2 W_3 C + W_4 E &= 0, \\ m_1 \varepsilon_1 r_1 A + m_1 \varepsilon_1 n_1 B - W_9 C - W_{10} D - W_5 E &= 0, \\ W_7 C + D + W_6 E &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} W_1 &= (u_2/\varepsilon_2 - u_1/\varepsilon_1) \rho_{\Pi}, \\ W_2 &= \frac{T_{\Pi}}{\rho_{\Pi}} \frac{(r_1^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 1} - \varepsilon_1) + r_1 \left[ \left(1 - \frac{T_0}{T_{\Pi}}\right) \frac{\varepsilon_1 u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}} + r u_1 \right] +}{\kappa_{\Sigma 1} (r_1^2 - k^2) - r_1 [u_{\Sigma 1} - u_* - u_1] +} + \\ &\quad + \frac{u_1^2}{\varepsilon_1} + \left(1 - \frac{T_0}{T_{\Pi}}\right) \frac{u_* u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}}, \\ &\quad + \frac{u_* u_1}{\varepsilon_1} - \frac{u_2 u_{\Sigma 1}}{\kappa_{\Sigma 1}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_3 &= \frac{T_H}{\rho_H} \frac{(r_2^2 - k^2)(\kappa_{\Sigma 2} - \varepsilon_2) + 2r_2 u_2 + \frac{u_2^2}{\varepsilon_2}}{\kappa_{\Sigma 2} (r_2^2 - k^2) + r_2(u_{\Sigma 2} - u_* - u_2) + \frac{u_* u_2}{\varepsilon_2}}, \\
W_4 &= \lambda_{\Sigma 1} T_H \left( 1 - \frac{T_0}{T_H} \right) \frac{u_{\Sigma 1}^2}{\kappa_{\Sigma 1}^2} + \rho_{m1} q \Omega, \\
W_5 &= \beta \rho_{m1} R_T T_H \left( \Omega - \frac{u_* u_2}{\varepsilon_2} \right) + m_1 \left( 1 - \frac{T_0}{T_H} \right) \frac{u_{\Sigma 1}^2}{\kappa_{\Sigma 1}} + m_1 \rho_H \frac{u_1^2}{\varepsilon_1} - m_2 \rho_H \frac{u_2^2}{\varepsilon_2}, \\
W_6 &= p_H [\Omega / u_* - u_2 / \varepsilon_2], \\
W_7 &= 1 + (\theta - 1) \cdot p_H / T_H \cdot W_3, \\
W_8 &= (1 - T_0 / T_H) \cdot T_H u_{\Sigma 1} / \kappa_{\Sigma 1}, \\
W_9 &= \beta \rho_{m1} R_T T_H u_* / p_H \cdot (1 - p_H / T_H \cdot W_3) + m_2 \varepsilon_2 r_2, \\
W_{10} &= \beta \rho_{m1} R_T T_H u_* / p_H + m_2 \varepsilon_2 n_2.
\end{aligned}$$

Нетривиальное решение (26) определяется равенством нулю главного определителя:

$$\begin{aligned}
&(\lambda_1 r_1 W_8 - W_4) W_2 [W_7 (W_{10} - m_1 \varepsilon_1 n_1) + m_1 \varepsilon_1 n_1 - W_9] + \\
&+ (\lambda_2 r_2 W_8 - W_4) W_3 m_1 \varepsilon_1 (r_1 - n_1) + (\lambda_2 r_2 - \lambda_1 r_1) W_2 W_3 [W_5 - (W_{10} - \\
&- m_1 \varepsilon_1 n_1) W_6 + m_1 \varepsilon_1 n_1 W_1] = 0.
\end{aligned} \quad (28)$$

Уравнение (28) определяет условия существования возмущений по обе стороны фронта горения. Нетрудно показать, что при неограниченном росте волнового числа решения уравнения отвечают конечные значения частоты колебаний. Следовательно, если ограничиться возмущениями с достаточно малой длиной волны ( $k \gg \kappa_{\Sigma 1} / u_{\Sigma 1}$ ), то в дисперсионном уравнении (28) можно пренебречь всеми слагаемыми по сравнению с членами, пропорциональными волновому числу, тогда получим

$$\begin{aligned}
\Omega &= u_* \{ m_2 \varepsilon_2 / (m_1 \varepsilon_1 + m_2 \varepsilon_2) \cdot u_2 / \varepsilon_2 + m_1 \varepsilon_1 / (m_1 \varepsilon_1 + m_2 \varepsilon_2) \cdot u_1 / \varepsilon_1 - \\
&- \lambda_{\Sigma 1} / (\lambda_{\Sigma 1} + \lambda_{\Sigma 2}) \times (\theta - 1) (1 - T_0 / T_H) \cdot u_{\Sigma 1} / \kappa_{\Sigma 1} \}.
\end{aligned} \quad (29)$$

Из формулы (29) следует возможность существования как устойчивых, так и неустойчивых режимов горения. При этом знак инкремента  $\Omega$  определяется соотношением между значениями фильтрационной длины  $l_{\Phi 1,2} = \varepsilon_{1,2} / u_{1,2}$  и шириной михельсоновской зоны прогрева  $l_T = \kappa_{\Sigma 1} / u_{\Sigma 1}$ , определяющими интенсивность изменения давления и температуры вблизи фронта горения. При  $l_T \gg l_{\Phi 1,2}$  (высокая теплопроводность и слабая проницаемость среды)  $\Omega > 0$ , т. е. плоский фронт горения неустойчив. При  $l_T \ll l_{\Phi 1,2}$  (слабая теплопроводность и высокая проницаемость среды) реализуется устойчивое состояние.

Полученным результатам можно дать простое физическое объяснение, исходя из предположения об определяющем влиянии на устойчивость горения параметров основного состояния. В случае высокой теплопроводности и слабой проницаемости среды ( $l_T \gg l_{\Phi 1,2}$ ) процесс в основном состоянии характеризуется пренебрежимо малым изменением температуры в малой окрестности фронта и одновременно — резким изменением давления (рис. 1, 1 — фронт горения в невозмущенном состоянии, 2 — возмущенный фронт). Искривление фронта в этих условиях не сопровождается изменением температуры на его поверхности. На выпуклых навстречу потоку участках фронта давление резко возрастает, а на вогнутых — убывает (по сравнению с невозмущенным состоянием).

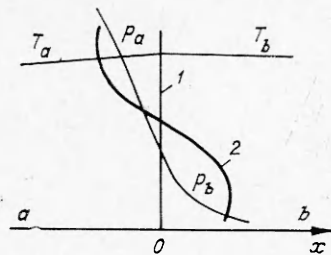


Рис. 1.

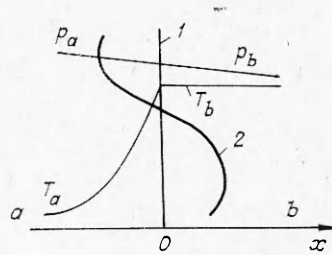


Рис. 2.

Подобно давлению ведет себя и плотность газа на фронте. Согласно уравнению (23), это должно привести к ускорению реакции на выпуклых участках фронта и к замедлению на вогнутых, т. е. к неустойчивости процесса. При  $l_r \ll l_{\phi 1,2}$  на возмущенном фронте, наоборот, практически остается неизменным давление и резко меняется температура (рис. 2). На выпуклых участках фронта плотность растет обратно пропорционально температуре, а на вогнутых плотность и температура остаются неизменными. В этих условиях скорость горения на вогнутых участках фронта сохраняется неизменной, а на выпуклых участках скорость реакции (вследствие определяющего влияния экспоненциальной зависимости ее от температуры) должна уменьшаться. Фронт горения при этом является устойчивым.

Ленинградское высшее военно-морское  
инженерное училище  
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию  
2/X 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1962, 4.
2. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1966.

### ГРАНИЦЫ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ В ЛАБОРАТОРНОЙ ГАЗОВОЙ ГОРЕЛКЕ

Н. А. Подлевских, В. А. Тарасюк

В работах [1, 2] была предложена полуэмпирическая методика оценки низкочастотной устойчивости горения газов. В настоящей статье эта методика применяется для построения границ устойчивости горения в плоскости режимных параметров: расход  $m$ , коэффициент избытка воздуха  $\alpha$  реального горелочного устройства — лабораторной горелки.

Расчетные границы сравниваются с экспериментальными, полученными под руководством одного из авторов Н. Ф. Котиковым. Конструкция горелки была разработана на основе выводов работы [1] так, чтобы обеспечить возбуждение вибрационного горения. Аналитическое решение задачи об устойчивости горения в том виде, как оно приведено в статье [1], неудобно для расчета и анализа эксперимента и нуждается в некотором преобразовании.