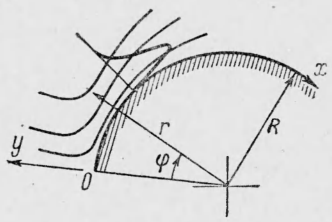
ПМТФ, № 6, 1962

ПЛОСКАЯ, ПОЛУОГРАНИЧЕННАЯ СТРУЯ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Н. И. Акатнов, Сюй Мянь-фын

(*Ленинград*)

§ 1. Пусть имеется твердая цилиндрическая поверхность, помещенная в безграничное пространство, затопленное покоящейся вязкой жидкостью. На выпуклой стороне поверхности находится линейный щелевой бесконечно тонкий источник, расположенный параллельно образующей цилиндрической поверхности. Из источника по касательной к поверхности бьет струя жидкости, имеющей те же физические постоянные, что и у жидкости, заполняющей окружающее пространство (фиг. 1). Эксперименты, поставленные по этой схеме, показывают, что жидкость в струе течет на значительном участке своего пути, огибая поверхность и не отрываясь от нее. Это явление может быть объяснено тем, что силы инерции, действующие на жидкость в струе, текущей вдоль искривленной поверхности, вызывают понижение давления вблизи обтекаемой поверхности. Разность между давлениями в затопленном пространстве и вблизи обтекаемой поверхности уравновешивает силы инерции, вследствие чего струя обтекает поверхность, не отрываясь от нее.



Фиг. 1

Таким образом, основным фактом, определяющим данное течение, является наличие перепада давления поперек области течения и вдоль нее. Последнее очевидно, так как с удалением от источника скорости жидкости в струе убывают, а давление вблизи поверхности соответственно возрастает, приближаясь к давлению окружающего пространства p_∞. Поэтому уравнения пограничного слоя в классической форме, которые можно использовать в случае распространения струи вдоль плоской поверхности [1,2], в данном случае неприменимы: в них не учитывается поперечный градиент давления.

Введем систему координат (фиг. 1) так, чтобы начало O совпало с источником, дуговую координату Ox направим по поверхности перпендикулярно к образующей в направлении текущей жидкости, а ось Oy перпендикулярно к обтекаемой поверхности. Радиус кривизны поверхности R будем считать постоянным. Проекции вектора скорости на орты касательных к координатным линиям x и y обозначим соответственно через u и v. Заметим, что между принятой системой координат и цилиндрической системой координат существуют простые соотношения

$$x = R\varphi, \qquad r = R + y, \qquad u = v_\varphi, \qquad v = v_r$$

в силу которых уравнения движения жидкости в принятой системе координат могут быть легко получены из уравнений в цилиндрической системе [3].

Считая жидкость несжимаемой, а движение стационарным и ламинарным, запишем уравнения Навье—Стокса в принятой системе координат

$$\frac{R}{R+y}u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{vu}{R+y}=-\frac{R}{R+y}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+$$
$$+\nu\left[\frac{R^2}{(R+y)^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1}{R+y}\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{u}{(R+y)^2}+\frac{2R}{(R+y)^2}\frac{\partial v}{\partial x}\right]$$

$$\frac{R}{R+y}u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{u^2}{R+y}=$$
$$=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left[\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}-\frac{2R}{(R+y)^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{(R+y)}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{R^2}{(R+y)^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}-\frac{v}{(R+y)^2}\right]$$
$$\frac{R}{R+y}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{v}{R+y}=0 \qquad (1.1)$$

Оценим относительные величины членов, входящих в систему уравнений (1.1). Для этого в некотором сечении, перпендикулярном к линии x и расположенном на расстоянии x_0 от источника, введем характерные размеры, определяющие течение жидкости в этом сечении. Характерными размерами для величин x и u в этом случае можно считать x_0 и, например, максимальную скорость в данном сечении u_0. В отношении поперечных величин будем исходить из предположения, что в данном случае они будут иметь тот же порядок, что и в обычном пограничном слое, т. е. для толщины области течения δ и для поперечной скорости v будут иметь место следующие оценки:

$$\frac{\delta_0}{x_0}\sim\frac{1}{\sqrt{R_0}},\qquad \frac{v_0}{u_0}\sim\frac{1}{\sqrt{R_0}},\qquad R_0=\frac{u_0x_0}{\nu}$$

Введем безразмерные величины, обозначая их чертой сверху:

$$\bar{x}=\frac{x}{x_0},\qquad \bar{u}=\frac{u}{u_0};\qquad \bar{y}=\frac{y}{\delta_0};\qquad \bar{v}=\frac{v_0x_0}{u_0\delta_0},\qquad \bar{p}=\frac{p_\infty-p}{\rho u_0^2} \qquad (1.2)$$

которые, очевидно, будут иметь порядок единицы. Выражая размерные величины через безразмерные, подставим их в систему уравнений (1.1), после чего эта система приведется к безразмерному виду. Считая, что

$$\frac{\delta_0}{x_0}\sim\frac{1}{\sqrt{R_0}}$$

есть величина малая, пренебрежем ее квадратом в полученных уравнениях, помня при этом, что величина R может быть или много больше или того же порядка, что и x_0 (фиг. 1). Тогда в безразмерных величинах система уравнений примет вид (черточки в обозначениях безразмерных величин опускаем)

$$\frac{1}{1+(\delta_0/R)y}u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\delta_0}{R}\frac{uv}{1+(\delta_0/R)y}=$$
$$=+\frac{1}{1+(\delta_0/R)y}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\delta_0}{R}\frac{1}{1+(\delta_0/R)y}\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\delta_0}{R}\frac{u^2}{1+(\delta_0/R)y}=\frac{\partial p}{\partial y},\qquad \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(1+\frac{\delta_0}{R}y\right)v\right]=0 \qquad (1.3)$$

В уравнениях системы (1.3) члены, имеющие порядок δ_0/R, учитывают влияние кривизны обтекаемой поверхности на течение жидкости. Если $\delta_0/R\approx 0$, что может быть при $R\gg x_0$, система сведется к обычным уравнениям пограничного слоя и, следовательно, вблизи источника струя будет распространяться так же, как на плоской поверхности. По мере удаления от источника с ростом x_0 величина δ_0 нарастает, а следовательно, растет и влияние членов, имеющих порядок δ_0/R. При решении рассматриваемой задачи будем учитывать кривизну поверхности в первом приближении, т. е. оставим в уравнениях системы (1.3) члены только порядка (δ_0 / R) и пренебрежем высшими степенями этого отношения. Тогда система уравнений данной задачи в размерной форме окончательно примет вид

$$\left(1-\frac{y}{R}\right)u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{uv}{R}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$
$$\frac{u^2}{R}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(1+\frac{y}{R}\right)v\right]=0 \tag{1.4}$$

Граничные условия задачи имеют вид

$$u=v=0 \quad \text{при } y=0, \qquad u=0, \quad p=p_\infty \quad \text{при } y=\infty \tag{1.5}$$

Для задания интенсивности струи необходимо задать некоторое интегральное условие сохранения, которое в данном случае может быть получено, как обобщение интегрального соотношения, имеющего место при распространении струи вдоль плоской поверхности. Путем преобразований и интегрирования системы (1.4) и удовлетворения граничным условиям необходимое интегральное соотношение можно представить в виде

$$\int_0^\infty\left[\left(u^2\int_0^y u\,dy\right)-\frac{1}{R}\left(\int_y^\infty u^2\,dy\right)\left(\int_0^y u\,dy\right)\right]dy-$$
$$-\frac{1}{R}\int_0^x\left[\int_0^\infty v\left(\int_y^\infty u^2\,dy\right)dy+\frac{\nu}{2}\int_0^\infty u^2\,dy-\int_0^\infty uv\left(\int_0^y u\,dy\right)dy\right]dx=E_0=\text{const} \tag{1.6}$$

Таким образом, решение задачи должно удовлетворять уравнениям системы (1.4), граничным условиям (1.5) и интегральному соотношению (1.6). Величина E_0 является характерным масштабом, определяющим течение в струе, и она должна задаваться в каждом случае особо наравне с заданием величины R. Практически величина E_0 может быть вычислена по распределению скоростей в любом сечении, например, при $x=0$, так как соотношение (1.6) справедливо при любых значениях x.

Очевидно, что если в интегральном соотношении (1.6) положить $R=\infty$, то оно превращается в интегральное соотношение для плоской струи [1,2].

§ 2. Из сказанного выше следует, что решение задачи можно искать в виде разложения по обратным степеням радиуса кривизны $1/R$, причем первым членом в этом разложении будет решение задачи о струе на плоской поверхности, второй член порядка $1/R$ должен давать поправку на искривленность обтекаемой поверхности, а члены высших порядков должны быть отброшены в соответствии с принятым приближением уравнений системы (1.4).

Для удовлетворения уравнению неразрывности введем функцию тока ψ так, чтобы

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v=-\left(1-\frac{y}{R}\right)\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{2.1}$$

Решение задачи будем искать в виде

$$\psi=\sqrt[4]{E_0\nu x}\,\varphi_0(\eta)+\frac{\nu x}{R}\varphi_1(\eta)+\ldots \qquad \left(\eta=y\left(\frac{E_0}{\nu^3x^3}\right)^{1/4}\right) \tag{2.2}$$

При помощи выражения (2.2) можно найти все величины, входящие в уравнения системы (4), например

$$u=\sqrt{\frac{E_0}{\nu x}}\,\varphi'_0(\eta)+\frac{(E_0\nu x)^{1/4}}{R}\varphi'_1(\eta)+\ldots$$
$$v=-\frac{(E_0\nu x)^{1/4}}{x}\left(\frac{1}{4}\varphi_0-\frac{3}{4}\eta\varphi_0'\right)+$$
$$+\frac{\nu}{R}\left[\left(\frac{\eta}{4}\varphi_0-\frac{3}{4}\eta^2\varphi'_0\right)-\left(\varphi_1-\frac{3}{4}\eta\varphi'_1\right)\right]+\ldots \tag{2.3}$$

а давление может быть исключено из уравнений системы (1.4) при помощи второго уравнения, которое дает

$$\frac{p_\infty - p}{\rho} = \frac{1}{R}\int_y^\infty u^2\,dy \tag{2.4}$$

Выражая все члены, входящие в первое уравнение системы (1.4) при помощи формул (2.3) и (2.4), подставим их в это уравнение, соберем члены при одинаковых степенях $1/R$ и приравняем их суммы нулю. Тогда получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{gathered} 4\varphi'''_0 + \varphi_0\varphi''_0 + 2\varphi'^2_0 = 0 \\ \varphi'''_1 + \tfrac{1}{4}\varphi_0\varphi''_1 + \tfrac{1}{4}\varphi'_0\varphi'_1 + \varphi''_0\varphi_1 = \left(\tfrac{1}{4}\eta\varphi_0 - 1\right)\varphi''_0 + \\ + \tfrac{1}{4}\int_\eta^\infty \varphi'^2_0 d\eta + \tfrac{1}{2}\eta\varphi'^2_0 - \tfrac{1}{4}\varphi_0\varphi'_0 \end{gathered} \tag{2.5}$$

Граничные условия для φ_0 и φ_1, как это следует из (1.5) и (2.3), записываются следующим образом:

$$\varphi_0 = \varphi'_0 = \varphi_1 = \varphi'_1 = 0 \quad \text{при } \eta = 0, \qquad \varphi'_1 = \varphi'_1 = 0 \quad \text{при } \eta = \infty \tag{2.6}$$

Кроме того, должны выполняться интегральные соотношения следующего вида:

$$\begin{gathered} \int_0^\infty \varphi_0\varphi'^2_0 d\eta = 1 \\ \int_0^\infty (2\varphi_0\varphi'_0\varphi'_1 + (\varphi'_0)^2\varphi_1)\, d\eta = \int_0^\infty \left[\left(\tfrac{2}{3}\varphi_0 + \eta\varphi'_0\right)\int_\eta^\infty \varphi'^2_0 d\eta\right] d\eta + \\ + \int_0^\infty \left[\tfrac{2}{3}\varphi'^2_0 + \varphi_0\varphi'_0\left(\tfrac{1}{3}\varphi_0 - \eta\varphi'_0\right)\right] d\eta \end{gathered} \tag{2.7}$$

которые можно получить, подставляя выражения (2.3) в интегральное соотношение (1.6).

Первое дифференциальное уравнение системы (2.5) в совокупности с граничными условиями (2.6) и первым из интегральных соотношений (2.7) соответствует задаче о струе на плоской поверхности. Решение этого уравнения, удовлетворяющее всем поставленным условиям, имеет вид [1]

$$\begin{gathered} \frac{d\varphi_0}{d\eta} = 1.054\,(t - t^4), \qquad t^2 = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_\infty}\right) \\ \eta = \frac{2}{\varphi_\infty}\ln\frac{1 + t + t^2}{(1 - t)^2} + \frac{12}{\sqrt{3}\varphi_\infty}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{3t^2}}{t + 2} \end{gathered} \tag{2.8}$$

причем φ_∞ есть постоянная величина, равная 2.515, которая выбирается из условия удовлетворения первому из интегральных соотношений (2.7).

Решение второго дифференциального уравнения не выражается в аналитической форме и было найдено численным интегрированием. Для этого были введены новые переменные ζ и t следующим образом:

$$\eta = \frac{2}{\varphi_\infty}\zeta, \qquad \varphi_0 = \varphi_\infty t^2$$

причем из первого уравнения системы (2.8) следует, что

$$\frac{dt}{d\zeta} = \frac{1}{6}(1 - t^3) = \Phi(t), \qquad \zeta = 6\int_0^t \frac{dt}{1 - t^3} \tag{2.9}$$

Далее во втором уравнении системы (2.5) была произведена замена произвольной переменной при помощи оператора

$$\frac{d}{d\eta} = \frac{1}{2}\varphi_{\infty}\Phi(t)\frac{d}{dt}$$

после чего это уравнение было приведено к виду

$$(1-t^3)^2\varphi'''_1 - 6t^2(1-t^3)\varphi''_1 + 24(1-4t^3)\varphi_1 = 12\zeta t^2(5-8t^3) \quad (2.10)$$

В последнем уравнении штрихом обозначена производная по t. Граничные условия для φ_1 по новой переменной имеют вид

$$\varphi_1 = \varphi'_1 = 0 \quad \text{при } t=0, \qquad \lim(1-t^3)\varphi'_1 = 0 \quad \text{при } t\to 1 \quad (2.11)$$

Уравнение (2.10) имеет особую точку при $t = 1$, поэтому решение этого уравнения найдено было численно на участке $0 \leqslant t < 1$ и в виде разложения в ряд вблизи $t = 1$, а затем обе части решения сращивались.

Нетрудно убедиться, разлагая в ряд решение уравнения (2.10) вблизи $t = 0$, что это решение на промежутке $0 \leqslant t < 1$ должно иметь вид [1]

$$\varphi_1 = D\varphi_{11}(t) + \varphi_{12}(t) \quad (2.12)$$

где φ_{11} — решение однородного уравнения, соответствующего уравнению (2.10), удовлетворяющее начальным условиям вида

$$\varphi_{11} = \varphi'_{11} = 0 \qquad \varphi''_{11} = 1 \quad \text{при } t=0$$

а φ_{12} — частное решение неоднородного уравнения (2.10), удовлетворяющее начальным условиям

$$\varphi_{12} = \varphi'_{12} = \varphi''_{12} = 0 \qquad \text{при } t=0$$

В выражении (2.12) величина D — постоянная, определяемая из условия удовлетворения граничным условиям при $t = 1$.

Для определения функции φ_{11} в уравнении (2.10) правая часть полагалась равной нулю и полученное уравнение один раз интегрировалось по t, после чего оно приводилось к виду

$$\varphi''_{11} = \frac{1}{(1-t^3)^2}\left[1 - 24\int_0^t (1-4t^3)\varphi_{11}\,dt\right] \quad (2.13)$$

Решение интегродифференциального уравнения (2.13) искалось последовательными приближениями, т. е. в нулевом приближении полагалось $\varphi_{11} = 0$, определялась φ''_{11}, которая затем дважды интегрировалась, а найденная функция φ_{11} подставлялась в уравнение (2.13) и т. д. Процесс последовательных приближений продолжался до тех пор, пока значения φ_{11} и ее производных не повторялись с заданной степенью точности на всем участке интегрирования. Таким образом, функция φ_{11} и ее производные были найдены на участке $0 \leqslant t \leqslant 0.95$. Точно так же на этом участке была вычислена функция φ_{12} с ее производными.

Решение уравнения (2.10) вблизи $t = 1$ искалось в виде ряда по степеням $S = 1 - t$, для чего в уравнении была сделана замена переменной согласно оператору

$$\frac{d}{dt} = -\frac{d}{dS}$$

[1] Известно, что решение линейного уравнения с краевыми условиями сводится к решению уравнения с начальными условиями [4].

Общее решение уравнения вблизи точки $S = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned}\varphi_1(S) = {} & c_1(S - 2.000S^2 + 1.333S^3 - 0.333S^4 + \ldots) + c_2[(S - 2.000S^2 + \\ & + 1.333S^3 - 0.333S^4 + \ldots)\ln S + (-0.125 + 4.000S^2 - \\ & - 3.166S^3 + 1.638S^4 + \ldots)] + C_3[(S - 2.000S^2 + 1.333S^3 - \\ & - 0.333S^4 + \ldots)\ln^2 S + (-0.250 + 8.000S^2 - 6.333S^3 + 3.277S^4 + \ldots)\ln S + \\ & + (-0.437 - 11.71S^2 + 10.78S^3 - 15.93S^4 + \ldots)] + \\ & + [(-1.000 + 12.00S^2 - 6.666S^3 + 3.333S^4 + \ldots)\ln S + \\ & + (1.706 - 42.31S^2 + 30.60S^3 - 16.52S^4 + \ldots)] \qquad (2.14)\end{aligned}$$

В последнем выражении постоянные c_1, c_2 и c_3 определяются из граничного условия при $S = 0$ и из условий сращивания этого решения с численным в точке $S = 0.05$. Из этих же условий сращивания определяется постоянная интегрирования в выражении (2.12), которая оказывается равной $D = 3.28$.

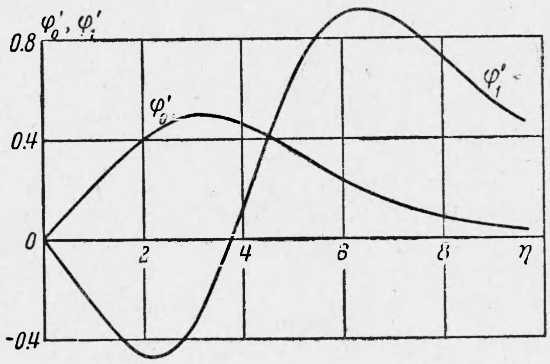
Найденное решение уравнения тождественно удовлетворяет второму интегральному соотношению (2.7), что является лишним доказательством правильности решения. Значения φ'_0 и φ'_1 в зависимости от η приведены в таблице, а их графики построены на фиг. 2.

§ 3. Проекцию вектора скорости на орт касательной к линии x (2.3) можно представить в виде

$$u = \sqrt{\frac{E_0}{\nu x}}\left[\varphi'_0(\eta) + \frac{1}{R}\left(\frac{\nu^3 3x^3}{E_0}\right)^{1/4}\varphi'_1 + \ldots\right] \qquad (3.1)$$

Если все коэффициенты в разложении (3.1) будут конечными величинами, то этот ряд будет сходящимся при всех

$$\alpha = \frac{1}{R}\left(\frac{\nu^3 x^3}{E_0}\right)^{1/4} < 1$$



Фиг. 2

К сожалению, мы не имеем возможности оценить хотя бы порядок n-го члена в разложении (3.1). Поэтому мы можем только утверждать, что если коэффициент n-го члена не стремится к ∞ при $n \to \infty$, то выражение в квадратных скобках при достаточно малых α с любой степенью точности представляет собой профиль скорости в струе на искривленной поверхности и дает в какой-то мере приближение к этому профилю при α, близких к единице.

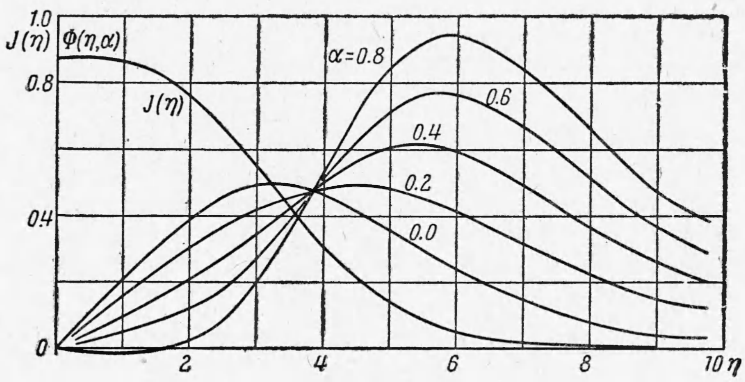
На фиг. 3 построены графики выражения $\Phi(\eta, \alpha)$, заключенного в квадратных скобках формулы (3.1) при различных значениях α. Из этой фигуры видно, что при $\alpha \approx 0$, т. е. на небольших расстояниях от источника, профиль скоростей тот же, что и в струе на плоской поверхности. По мере удаления от источника растет влияние кривизны поверхности, струя утолщается, а вблизи обтекаемой поверхности скорости падают вследствие наличия встречного градиента давления (скорости падают вниз по течению, а давление соответственно возрастает). При значениях α, приближающихся к 0.8, профиль скоростей вблизи обтекаемой поверхности приобретает отрывной характер и уже при $\alpha = 0.8$ вблизи стенки обнаруживается слабый обратный ток. Если предполагать, что отброшенные члены не сильно исказят результат, можно найти координату точки отрыва. Для этого необходимо при помощи выражения (3.1) найти $\partial u/\partial y$ и потребовать, чтобы

$$\partial u / \partial y = 0 \quad \text{при } y = 0$$

Найденная таким образом координата точки отрыва равна

$$x_s = 0.703 \frac{\rho R}{\mu} (E_0 R)^{1/3} \tag{3.2}$$

Отсюда видно, что положение точки отрыва сильно зависит от плотности и вязкости жидкости, а также от радуса кривизны обтекаемой поверхности и от скорости истечения из источника.

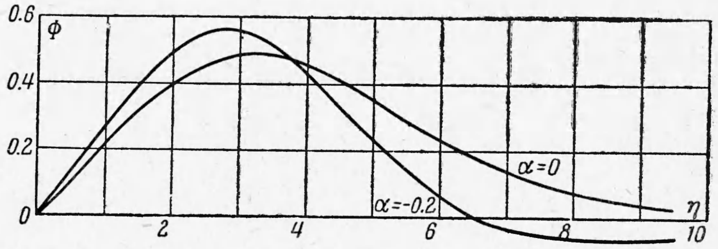


Фиг. 3

О распределении давления поперек струи можно судить по графику $\tau(\eta)$ на фиг. 3

$$\tau(\eta) = \frac{R}{\rho} \sqrt[4]{\frac{\nu x}{E_0^3}} (p_\infty - p) = \int_\eta^\infty \varphi_0'^2 \, d\eta \tag{3.3}$$

Если в окончательных формулах для распределения скоростей и давлений положить $R < 0$ (что соответствует $\alpha < 0$), то получится решение



Фиг. 4

для распространения струи вдоль вогнутой поверхности. На фиг. 4 построены профили скоростей для $\alpha = 0$ и $\alpha = -0.2$. Из фигуры видно, что уже при $\alpha = -0.2$ при больших η получается зона отрицательных скоростей, а это означает, что в найденном разложении для представления профиля скоростей при больших η существенную роль играют отброшенные члены высших порядков относительно $1/R$. Из вида профилей скоростей на фиг. 4 можно сделать качественный вывод о том, что толщина струи существенно уменьшается в случае, когда струя распространяется вдоль вогнутой поверхности по сравнению с толщиной струи на плоской поверхности.

Найденное решение справедливо и в том случае, когда величина R является функцией от x. Необходимым условием того, чтобы решение было пригодно для этого случая, является то, что $dR/dx \sim 1$ и тогда

$$\frac{d}{dx}\frac{1}{R} = -\frac{R'}{R^2} \sim -\frac{1}{R^2}$$

а следовательно, эта производная может быть отброшена как имеющая высший порядок малости.

Таблица

Значения функции $\varphi_0'(\eta)$ и $\varphi_1'(\eta)$

η	$\varphi_0'(\eta)$	$\varphi_1'(\eta)$	η	$\varphi_0'(\eta)$	$\varphi_1'(\eta)$
0.0	0.0	0.0	4.6398	0.3986	0.4717
0.2930	0.0525	—0.0686	4.7440	0.3863	0.5215
0.4790	0.1049	—0.1369	4.8535	0.3732	0.5707
0.7176	0.1570	—0.2043	4.9682	0.3592	0.6193
0.9576	0.2083	—0.2697	5.0877	0.3444	0.6667
1.1990	0.2584	—0.3311	5.2159	0.3287	0.7117
1.4429	0.3065	—0.3858	5.3512	0.3120	0.7549
1.6910	0.3518	—0.4302	5.4960	0.2943	0.7942
1.9434	0.3931	—0.4600	5.6519	0.2757	0.8301
2.2040	0.4295	—0.4702	5.8202	0.2561	0.8605
2.4693	0.4594	—0.4548	6.0056	0.2354	0.8842
2.5797	0.4693	—0.4402	6.2093	0.2138	0.8997
2.6916	0.4778	—0.4201	6.4383	0.1910	0.9046
2.8063	0.4848	—0.3941	6.7008	0.1672	0.8971
2.9239	0.4901	—0.3623	7.0077	0.1423	0.8740
3.0439	0.4939	—0.3239	7.1847	0.1294	0.8448
3.1673	0.4959	—0.2787	7.3799	0.1162	0.8254
3.2949	0.4959	—0.2266	7.6006	0.1028	0.8046
3.4264	0.4938	—0.1681	7.8543	0.0889	0.7461
3.5636	0.4895	—0.1020	8.1521	0,0749	0.6918
3.7061	0.4829	—0.0290	8.5154	0.0605	0.6257
3.8543	0.4738	—0.0507	8.9815	0.0458	0.5419
4.0106	0.4622	0.1362	9.6349	0.0309	0.4534
4.1765	0.4477	0.2274			
4.3524	0.4303	0.3232			
4.5403	0.4099	0.4218			

Поступила 16 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Акатнов Н. И. Распространение плоской ламинарной струи несжимаемой жидкости вдоль твердой стенки. Тр. Ленингр. политехи. ин-т, 1953, № 5.
2. Glauert M. Wall. Tet. Journ. of Fluid. Mech., 1956, No. 1.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. ИИЛ, 1956, стр. 57.
4. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений. ИИЛ, 1953, стр. 96.