

## К ПОСТРОЕНИЮ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ ВОДЫ НЕФТЬЮ ИЗ ОБРАЗЦА ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Ю. А. Афиногенов, В. И. Пеньковский  
(Новосибирск)

Система уравнений, описывающая двухфазное движение жидкостей с различными физико-химическими характеристиками в пористой среде, как известно [1], достаточно сложна и может быть проинтегрирована лишь численными методами. Это обусловлено как сложностью системы, так и тем обстоятельством, что входящие в нее функциональные зависимости относительных фазовых проницаемостей и капиллярного давления от насыщенности зачастую задаются в виде экспериментальных кривых.

Для получения аналитических решений задач двухфазового движения прибегают к различного рода допущениям. Здесь будем предполагать, что реальный образец пористой среды может быть заменен системой параллельных капилляров [2], радиусы  $r$  которых в единичном поперечном сечении образца распределены по логарифмически-нормальному закону с плотностью

$$f(r) = n_0 \exp \left\{ -\frac{\ln^2 r / r_0}{2\sigma^2} \right\} \quad (1)$$

где  $n_0$ ,  $r_0$ ,  $\sigma$  — параметры. В пользу введения такого распределения говорят некоторые экспериментальные исследования (см., например, [3]). Константы  $n_0$ ,  $r_0$ ,  $\sigma$  естественно подобрать таким образом, чтобы основные фильтрационные характеристики реальной среды и модели совпадали.

Рассмотрим сначала движение однородной жидкости с вязкостью  $\mu$  под действием некоторого градиента давления  $dp/dx = \Delta p/l = \text{const}$ . Здесь  $\Delta p$  — перепад давления на торцах образца длины  $l$ ,  $x$  — координатная ось вдоль образца, расположенного горизонтально.

Число капилляров  $dN$ , радиусы которых лежат в интервале  $(r, r + dr)$ , равно  $dN = f(r)dr$ , так что число всех капилляров в единичном сечении будет равно

$$N := \int_0^{\infty} f(r) dr = \sqrt{2\pi} n_0 r_0 \sigma \exp \left\{ \frac{\sigma^2}{2} \right\} \quad (2)$$

Размерность числа  $N$  равна  $\text{см}^{-2}$ . Очевидно, минимальный  $r_*$  и максимальный  $r^*$  радиусы капилляра найдутся из соотношений

$$\int_0^{r_*} f(r) dr = 1, \quad \int_{r^*}^{\infty} f(r) dr = 1$$

Эффективная пористость  $m$  образца-модели запишется так:

$$m = \pi \int_0^{\infty} r^2 f(r) dr = \pi N r_0^2 \exp \{4\sigma^2\} \quad (3)$$

По формуле Гагена — Пуазейля для расхода  $q$  сквозь капилляр радиуса  $r$  имеем

$$q = -\frac{\pi r^4}{8\mu} \frac{dp}{dx}$$

Следовательно полный расход  $Q$  через единичное сечение модели равен

$$Q = -\frac{\pi}{8\mu} \frac{dp}{dx} \int_0^{\infty} r^4 f(r) dr$$

Сравнивая это с законом Дарси для реальной пористой среды с проницаемостью  $k$

$$Q = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

получаем

$$k = \frac{\pi}{8} \int_0^{\infty} r^4 f(r) dr = \frac{\pi}{8} r_0^4 N \exp \{12\sigma^2\} \quad (4)$$

Из формул (3) и (4) для дисперсии  $\sigma$  найдем

$$\sigma^2 = \frac{1}{8} \ln \frac{1}{a} \quad \left( a = \frac{m r_0^2}{8k} \right) \quad (5)$$

Для получения третьего соотношения, связывающего параметры функции  $f(r)$ , можно потребовать совпадения одной из важных характеристик процесса двухфазного движения — остаточной водонасыщенности  $s_0$  реальной среды и модели.

Известно [2], что при нагнетании нефти в образец, ранее полностью насыщенной водой, вытеснение воды начинается только при давлениях выше определенного минимального «давления вытеснения»  $\Delta p_*$  и что всегда остается так называемая остаточная водонасыщенность, практически не зависящая от величины созданного перепада давления на торцах образца. Это явление объясняется гидрофильностью среды. По формуле Лапласа капиллярное давление, препятствующее проникновению нефти в капиллярах радиуса  $r$ , будет равно:

$$p_c = c/r \quad (c = 2\sigma_{12} \cos \theta) \quad (6)$$

Здесь  $\sigma_{12}$  — сила межфазного натяжения на границе вода — нефть,  $\theta$  — контактный угол смачивания.

Вследствие гидрофильности среды на стенках пор (капилляров) остается водная пленка. В дальнейшем предположим, что толщина пленки  $\delta$  постоянная, не зависит от радиуса капилляра и что

$$\Delta p > c/r^* = \Delta p_*$$

Пусть  $\mu_1, \mu_2$  вязкости нефти и воды соответственно.

По формуле, полученной Ф. И. Котяховым [4], определим расстояние  $x(r, t)$ , пройденное водонефтяным контактом от точки  $x = 0$  за время  $t$  в капилляре радиуса  $r$  (фиг. 1, где 1 — область нефти, 2 — воды)

$$x(r, t) = \frac{\mu_2 l - \sqrt{(\mu_2 l)^2 - t \Delta \mu (\Delta p - p_c) (r - \delta)^2 / 4}}{\Delta \mu} \quad (7)$$

$$(\Delta \mu = \mu_2 - \mu_1)$$

Из (7) видно, что  $x(r, t)$  — возрастающая функция переменной  $r$ , и, следовательно, нефть будет заполнять преимущественно капилляры с большими радиусами.

Передний фронт распространения водо-нефтяного контакта в модели-образце, очевидно,

$$x^*(t) = x(r^*, t)$$

Первые порции нефти пройдут сквозь образец за время  $t_*$ , вычисляемое формулой

$$t_* = \frac{4l^2 (\mu_2 + \mu_1)}{(\Delta p - \Delta p_*) (r^* - \delta)^2} \quad (8)$$

Рассмотрим некоторое сечение образца  $x = x(r, t)$ , задаваемое формулой (7) и расположенное между точками с абсциссами:  $x = x_*(t)$  и  $x = x^*(t)$ .

К моменту времени  $t$  в этом сечении будут заполнены нефтью все капилляры, радиусы которых больше  $r$ , капилляры с меньшими радиусами будут насыщены водой. Таким образом, нефтенасыщенность  $s$  в этом сечении определится в виде

$$s(r) = \frac{1}{m} \int_r^\infty \pi (r - \delta)^2 f(r) dr \quad (9)$$

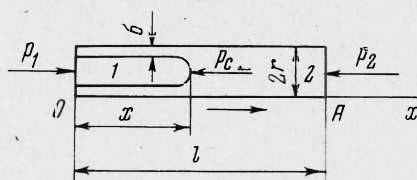
Величину остаточной водонасыщенности  $s_0$ , не зависящую от перепада давления (благодаря принятому допущению о постоянстве толщины смачивающей стенки капилляров водной пленки), определим, принимая во внимание (9), в виде

$$s_0 = 1 - s(\delta) \quad (10)$$

Таким образом, если заданы пористость, проницаемость и остаточная водонасыщенность реальной среды, то формулы (3), (4) и (10) могут быть использованы для построения капиллярной модели, обладающей теми же характеристиками, что и реальная среда, а процесс вытеснения воды нефтью описан простыми аналитическими выражениями.

Исключая из формул (9) и (7) параметр  $r$ , пробегающий, вообще говоря, полуинтервал  $[\delta, \infty]$ , найдем профили нефтенасыщенности в любой момент времени  $t$ , т. е. зависимость вида  $s = s(x, t)$ .

Полагая, что фильтрация через образец может происходить при любых задаваемых градиентах давления  $\Delta p_i$ , как и в естественных условиях залегания нефтяного пласта и используя формулу вида (6), для  $r_i^* = c / \Delta p_i$  можно найти время вытеснения свободной воды из образца из формулы (8).



Фиг. 1

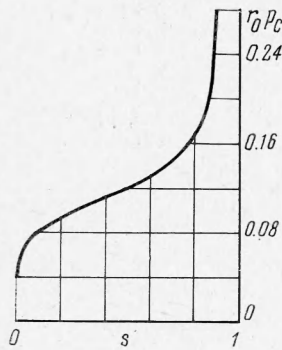
Для определения фазовой проницаемости нефти  $k_1^0$  используем так называемую средневзвешенную проницаемость для несмачивающей фазы [5,6]

$$k_1^0 = s(r^*) \int_{r^*}^{\infty} (r - \delta)^4 f(r) dr \left( \int_0^{\infty} r^4 f(r) dr \right)^{-1} \quad (11)$$

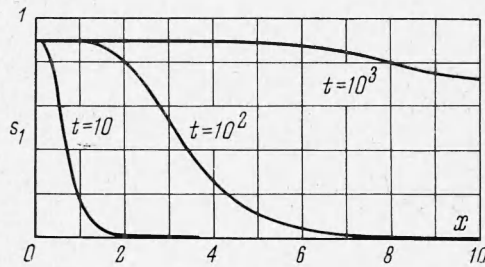
Для проницаемости смачивающей фазы воды  $k_2^0$  получаем аналогично

$$k_2^0 = [1 - s(r^*)] \left( \int_0^{r^*} r^4 f dr + \int_{r^*}^{\infty} [r^4 - (r - \delta)^4] f dr \right) \left( \int_0^{\infty} r^4 f dr \right)^{-1} \quad (12)$$

При перепаде давления  $\Delta p = \text{const}$  вытеснение воды нефтью будет проходить во всех капиллярах, радиусы  $r$  которых больше  $r^*$ , в остальных капиллярах будет неподвижная вода. В этом случае нефть будет двигаться избирательно по капиллярам наибольшего радиуса, образуя фронт водонефтяного контакта, изменяющийся со временем  $t$  и приближающийся к противоположному торцу образца-модели. В момент  $t_1$  противоположного торца коснется передняя точка фронта водонефтяного контакта, соответствующая максимальному радиусу капилляра  $r^{\max}$ , затем в момент  $t_2$  противоположного торца достигнет отстающая точка фронта водонефтяного контакта, соответствующая минимальному радиусу капилляра  $r^{\min}$ , по которому еще может двигаться нефть при взятом  $\Delta p$ ; моменты времени  $t_1, t_2$  находятся из (8) при  $r^* = r^{\max}$  и  $r^* = r^{\min}$  соответственно.



Фиг. 2



Фиг. 3

В течение интервала времени  $(t_1, t_2)$  расход нефти через противоположный торец образца будет переменным. Ф. И. Котяхов [4] получил формулу для расхода жидкостей через капилляр

$$b(r, t) = \frac{\pi (r - \delta)^4 (\Delta p - p_c)}{8 \sqrt{(\mu_2 t)^2 - (r - \delta)^2 \Delta \mu (\Delta p - p_c) t / 4}} \quad (13)$$

Подставляя в (13) выражение (8) для  $t$  при  $r^* \in [r^{\min}, r^{\max}]$ , получаем расход  $b_1(r^*)$  по капиллярам на противоположном торце образца. Составляя произведение  $b_1(r) f \Delta r$  и суммируя в пределах от  $r^{\min}$  до  $r^{\max}$  (причем  $r^{\max} \sim \infty$ ), получим формулу для расхода нефти за промежуток времени  $(t_1, t_2)$

$$Q = \int_{r^{\min}}^{\infty} b_1(r) f dr$$

Если же  $r^* = r^{\min}$  брать как функцию времени  $t$  из формулы (8), то получим расход нефти через противоположный торец образца в полуинтервале  $[t_1, t]$ , где  $t_1$  соответствует  $r^{\max} \sim \infty$

$$Q(t) = - \int_{t_1}^t b_1(\tau) f(\tau) J(\tau) d\tau$$

$$(dr(\tau) = J(\tau) d\tau)$$

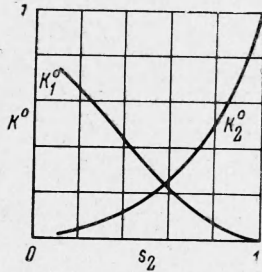
Здесь  $\tau$  — переменная интегрирования.

Вообще говоря, на противоположном торце образца и остаточная водонасыщенность и проницаемость в промежутке  $(t_1, t_2)$  будут переменными.

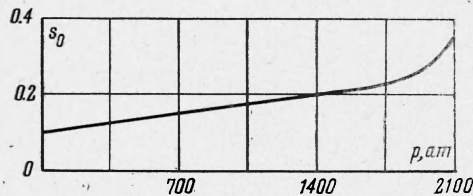
При движении нефти по капиллярам  $\{r\} \in [r^{\min}, r^{\max}]$  можно найти, как меняется нефтенасыщенность в сечениях фронта водонефтяного контакта при  $t = t_1$

$$s(x, t_1) = \int_{r(x, t_1)}^{\infty} (r - \delta)^2 f dr \left( \int_0^{\infty} r^2 f dr \right)^{-1}$$

При нестационарном режиме фильтрации, когда перепад давления является функцией времени, т. е.  $\Delta p = \Delta p(t)$ , фильтрационные характеристики  $s$  и  $k^o$  также будут функциями времени.



Фиг. 4



Фиг. 5

Зная, например, экспериментально или теоретически, как изменяются пористость и проницаемость образцов горных пород в зависимости от эффективного горного давления и температуры, а также располагая еще одним данным, например, изменением  $r_0$  — параметра  $f(r)$  в зависимости от эффективного горного давления и температуры, можно выразить параметры распределения  $f(r)$  через эффективное горное давление и температуру, а с их помощью на примере описанной выше модели-образца искать  $s_0$ ,  $k^o$  как функции эффективного горного давления и температуры.

На фиг. 2, 3, 4 представлены соответственно графики капиллярного давления, профилей нефтенасыщенности и фазовых проницаемостей, рассчитанные по формулам (6), (7), (9), (11), (12) при  $k_0 = 0.4065$  дарси,  $m_0 = 0.182$ ,  $r_0 = 3 \cdot 10^{-4}$  см,  $\sigma = 0.3$ ,  $a = 0.5$ ,  $\delta = 0.2 \cdot 10^{-4}$  см,  $\mu_2 = 0.01$  снз,  $\mu_1 = 0.11$  снз,  $l = 10$  см,  $\Delta p = 5075 \cdot 10^2$  дн/см<sup>2</sup> для  $t = 10, 10^2, 10^3$  сек.

На фиг. 5 представлена зависимость  $s_0 = s_0(p_1)$ , где  $p_1$  — эффективное горное давление. При этом, как показала обработка ядерного материала в лаборатории литологии СНИИГГИМС, можно представить следующие эмпирические зависимости:

$$k = \frac{210}{523 + p_1} 10^{-8} \text{ см}^2, \quad r_0 = \frac{18}{600 + p_1} 10^{-4} \text{ см}$$

$$m = [(1/m_0 - 1) \exp(0.015 p_1^{0.5140}) + 1]^{-1}$$

Поступила 13 VIII 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ч а р н ы й И. А. Подземная гидрогазодинамика М., Гостоптехиздат, 1963
2. Ш е й д е г г е р А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960.
3. Б о г о м о л о в а А. Ф., О р л о в а Н. А. Количественная характеристика структуры порового пространства. ПМТФ, 1961, № 4.
4. К о т я х о в Ф. И. Движение мениска двух несмешивающихся жидкостей в капиллярах. Вопросы разработки и эксплуатации нефтяных месторождений. Тр. Всес. н.-и. ин-та, вып. 2, М., Гостоптехиздат, 1952.
5. М и н с к и й Е. М. Элементы статистического исследования фильтрационных движений газа. Разработка газовых месторождений, транспорт и экономика газа и нефти. Тр. Всес. н.-и. ин-та природных газов, 1958, вып. 2.
6. В а й н е р М. И. Статистические критерии подобия при фильтрации жидкости в однородной пористой среде. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 5.