

$1 \leq m_2/m_1 < 2$. Величина $1/p$ называется коэффициентом скоростной чувствительности [14], причем для сверхпластической деформации характерны большие значения как γ , так и $1/p$. Это согласуется с проведенным выше качественным анализом, если считать, что $1 \leq m_2/m_1 < 2$. Такое предположение, по-видимому, следует считать разумным, так как сверхпластическая деформация наблюдается при высоких температурах, когда развито множественное скольжение и когда разброс эффективных ориентационных факторов должен быть малым (отношение m_2/m_1 мало отличается от единицы). Это подтверждается, в частности, отсутствием текстуры при сверхпластической деформации [14].

Поступила 19 I 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Gardner R. N., Pallock T. C., Wilsdorf H. G. F. Crack initiation at dislocation cell boundaries in the ductile fracture of metals.— *Materials Science and Engineering*, 1977, vol. 29, N 2.
2. Иващенко Р. К., Мильман Ю. В. и др. Анизотропия низкотемпературной пластичности и склонность деформированного молибдена к расслоению.— *Проблемы прочности*, 1973, № 7.
3. Разрушение/Под. ред. Г. Либовица. Т. 1. М.: Мир, 1974.
4. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. М.: Metallургия, 1972.
5. Evans A. G. Microfracture from thermal expansion anisotropy. I.— *J. Appl. Phys.*, 1978, vol. 26, N 12.
6. Chaudhari P. A dislocation cascade mechanism in superplasticity.— *Metallurgical Transactions*, 1974, vol. 5, N 7.
7. Панасюк В. В., Бережницкий Л. Г., Садивский В. М. Коэффициенты интенсивности и распределение напряжений около остроугольных упругих включений.— *ДАН СССР*, 1977, т. 232, № 2.
8. Ханнанов Ш. Х. О распределении дислокаций в пересекающихся скоплениях в кристаллах с кубической симметрией.— *ФММ*, 1978, т. 46, № 1.
9. Кунин И. А. Теория дислокаций.— Дополнение к книге: Я. Схоутен. Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965.
10. Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. Киев: Наукова думка, 1978.
11. Де Вит Р. Континуальная теория дисклинаций. М.: Мир, 1977.
12. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972.
13. Ханнанов Ш. Х. Раскалывание кристалла дислокационной стенкой наклона.— *ФТТ*, 1978, т. 20, № 1.
14. Грабский М. В. Структурная сверхпластичность металлов. М.: Metallургия, 1975.
15. Эшелби Дж. Континуальная теория дислокаций. М.: ИЛ, 1963.

УДК 539.4;539.376

К ПРОБЛЕМЕ ОЦЕНКИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ПРИ СТУПЕНЧАТОМ НАГРУЖЕНИИ

А. М. Локощенко, С. А. Шестериков

(Москва)

Во многих исследованиях работы конструкций при переменных напряжениях в условиях длительного высокотемпературного воздействия основным вопросом является возможность оценки времени разрушения по результатам испытаний при постоянных напряжениях. В качестве самой простой и наиболее известной гипотезы обычно используется правило линейного суммирования парциальных времен, предложенное в [1] для анализа результатов испытаний при переменной температуре. Рассмотрим случай, когда напряжение в образце, равное σ_1 и действовавшее время t_1 , скачком меняется на σ_2 и остается постоянным в течение t_2 вплоть до разрушения в момент времени $t^* = t_1 + t_2$. Сумму парциальных времен запишем в виде

$$(1) \quad A = t_1/t_1^* + t_2/t_2^*.$$

В случае выполнения принципа линейного суммирования

$$(2) \quad A \equiv 1.$$

Под t_1^* (или t_2^*) понимается время разрушения при не меняющемся в течение опыта напряжении σ_1 (или σ_2). Многие исследования в той или иной мере подтверждают правило (2), однако в значительном количестве работ наблюдаются систематические отклонения от него, которые выходят за границы естественного разброса. При этом для некоторых материалов характерно отклонение A от 1 в одну сторону независимо от параметров испытаний, для других материалов величина A больше или меньше 1 в зависимости от знака разности ($\sigma_1 - \sigma_2$).

В работе [2] исследовалось поведение стали ЭИ388 при 600°C для $\sigma_1 > \sigma_2$ и $\sigma_1 < \sigma_2$ при малых изменениях напряжения ($|\sigma_1 - \sigma_2|/\sigma_1 < 0,06$), опыты показали значительное одностороннее отклонение от закона (2): среднее значение A составляло $A_0 = 0,72$. Ниже предлагается модель, позволяющая описать отклонение A от 1 в одну сторону независимо от знака разности ($\sigma_1 - \sigma_2$).

В рамках механики сплошных сред для описания процессов ползучести металлов используется предложенная в [3] концепция механического уравнения состояния с системой кинетических уравнений для определения параметров, характеризующих рассматриваемое состояние. При описании длительной прочности чаще всего используется один структурный параметр $\omega(t)$, который является некоторой мерой «растресканности» материала. Каждому состоянию «растресканности» приписывается значение ω из диапазона $0 \leq \omega \leq 1$, при этом $\omega = 0$ условно соответствует неповрежденному материалу, значение $\omega = 1$ соответствует моменту разрушения t^* .

Известно, что для ряда материалов при одной и той же температуре характер разрушения может быть качественно различным в зависимости от уровня напряжения. При больших напряжениях наблюдается развитие необратимых сдвиговых деформаций ползучести вплоть до разрушения, которое проходит главным образом по телу зерна. При малых напряжениях происходит образование пор вдоль границ зерен, объединение пор перерастает в трещины, которые приводят материал к межзеренному разрушению. Очевидно, что в условиях, когда существуют нарушения структуры двух типов, естественно ввести два структурных параметра: $\omega(t)$ и $\Omega(t)$.

Рассмотрим следующие кинетические уравнения, характеризующие изменение структурных параметров ω и Ω во времени t :

$$(3) \quad \dot{\omega} = B(\sigma/\sigma_0)^n / f'(\omega), \quad \dot{\Omega} = B(\sigma/\sigma_0)^m / F'(\Omega), \quad k = (m - n) > 0,$$

где параметры ω и Ω изменяются от 0 в начальный момент времени до 1; $f(\omega)$ и $F(\Omega)$ — дифференцируемые функции своих аргументов, непрерывно возрастающие от значений $f(0) = F(0) = 0$ до $f(1) = F(1) = 1$. Момент разрушения определяется некоторым соотношением между параметрами ω и Ω . В качестве простейшего условия разрушения примем

$$(4) \quad \max(\omega, \Omega) = 1.$$

Соотношения (3), (4) показывают, что структурные параметры $\omega(t)$ и $\Omega(t)$ изменяются во времени независимо друг от друга. Разрушение наступает в момент времени t^* , когда один из параметров станет равным 1.

Сначала рассмотрим длительную прочность при постоянном напряжении ($\sigma(t) = \text{const}$). Интегрируя (3) по времени от 0 до t^* и по каждому из параметров ω и Ω от 0 до 1 и используя условие (4), определяем время разрушения

$$(5) \quad t^* = \begin{cases} B^{-1}(\sigma_0/\sigma)^n & \text{при } \sigma < \sigma_0, \\ B^{-1}(\sigma_0/\sigma)^m & \text{при } \sigma > \sigma_0. \end{cases}$$

Формула (5) соответствует известной аппроксимации экспериментальных кривых длительной прочности в двойных логарифмических координатах $\log \sigma - \log t^*$ в виде двух прямолинейных участков (фиг. 1). Напряжение σ_0 соответствует точке пересечения этих участков.

Пусть постоянное напряжение σ_1 действует в течение времени t_1 , после чего скачком изменяется до значения σ_2 и затем остается неизменным в течение времени t_2 вплоть до разрушения.

Сначала рассмотрим случай, когда каждое из напряжений σ_1 и σ_2 больше σ_0 . Анализ (3) показывает, что в этом случае параметр Ω становится равным 1 быстрее, чем ω , независимо от значения t_1 , а также от того, что больше — σ_1 или σ_2 . Поэтому из двух уравнений (3) в этом случае существенно только второе. Можно показать, что при $\min(\sigma_1, \sigma_2) > \sigma_0$ условие (2) всегда выполняется. Аналогичный вывод следует также в том случае, если каждое из напряжений σ_1 и σ_2 меньше σ_0 .

Рассмотрим теперь ступенчатое нагружение, когда при $t = t_1$ совершается переход через $\sigma = \sigma_0$. Для этого перепишем уравнения (3) в более удобной для исследования форме

$$(6) \quad dj = B(\sigma/\sigma_0)^n dt, \quad dF = B(\sigma/\sigma_0)^m dt.$$

Иследуем сначала случай частичной разгрузки ($\sigma_1 > \sigma_0 > \sigma_2$). Введем безразмерные переменные $x = \sigma_1/\sigma_0$, $y = \sigma_2/\sigma_0$ и проинтегрируем уравнения (6). В результате определим время t_ω^* , за которое параметр ω и соответствующая ему функция $f(\omega)$ достигнут значения 1, а также время t_Ω^* , при котором параметр Ω и функция $F(\Omega)$ становятся равными 1:

$$(7) \quad \begin{aligned} B[x^n t_1 + y^n (t_\omega^* - t_1)] &= 1, \quad t_\omega^* = t_1 + y^{-n} (B^{-1} - x^n t_1), \\ B[x^m t_1 + y^m (t_\Omega^* - t_1)] &= 1, \quad t_\Omega^* = t_1 + y^{-m} (B^{-1} - x^m t_1). \end{aligned}$$

Истинное время разрушения t^* определяется как минимальное из двух значений: t_ω^* и t_Ω^* . Из сравнения t_ω^* и t_Ω^* следует

$$(8) \quad t^* = \begin{cases} t_\omega^* & \text{при } t_1/t_1^* < c_1, \\ t_\Omega^* & \text{при } t_1/t_1^* > c_1, \end{cases}$$

значение c_1 определяется из равенства $c_1 = (1 - y^h)/(1 - y^h x^{-h})$. Из (5) получаем, что постоянно действующему напряжению x соответствует время разрушения $t_1^* = (Bx^m)^{-1}$, а напряжению y — время разрушения $t_2^* = (By^n)^{-1}$. Используя (7), (8), вычислим сумму парциальных времен (1)

$$(9) \quad A = \begin{cases} 1 + (t_1/t_1^*)(1 - x^{-h}) & \text{при } t_1/t_1^* < c_1, \\ 1 + (1 - t_1/t_1^*)(y^{-h} - 1) & \text{при } t_1/t_1^* > c_1. \end{cases}$$

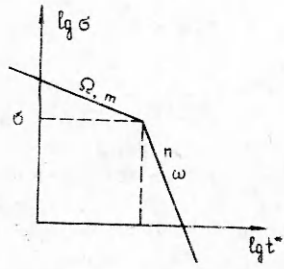
Из (9) видно, что независимо от t_1/t_1^* величина A всегда превышает 1. Зависимость A от t_1/t_1^* представляет собой непрерывную кусочно-линейную функцию, изображаемую двухзвенной ломаной. Максимум A достигается при $t_1/t_1^* = c_1$, при этом

$$(10) \quad A_{\max} = 1 + (1 - x^{-h})(1 - y^h)/(1 - y^h x^{-h}).$$

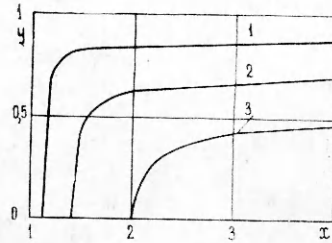
Из формулы (10) можно найти значения A_{\max} для полуполосы на плоскости (x, y) : $x > 1$, $0 < y < 1$. На двух границах этой полуполосы ($x=1$ и $y=1$) $A_{\max}=1$. Вдоль луча ($x>0$, $y=0$) A_{\max} увеличивается с ростом x от 1, асимптотически стремясь к 2. Анализ (10) показывает, что рассматриваемая модель (3) при $\sigma_1 > \sigma_0 > \sigma_2$ предсказывает одностороннее отклонение от принципа линейного суммирования

$$(11) \quad 1 < A < 2.$$

Исследование длительной прочности при $\sigma_1 < \sigma_0 < \sigma_2$ проводится таким же образом. В этом случае время разрушения t^* определяется по



Ф и г. 1



Ф и г. 2

формуле

$$t^* = \begin{cases} t_{\Omega}^* = t_1 + y^{-m} (B^{-1} - x^m t_1) & \text{при } t_1/t_1^* < c_2, \\ t_{\omega}^* = t_1 + y^{-n} (B^{-1} - x^n t_1) & \text{при } t_1/t_1^* > c_2, \end{cases}$$

где $c_2 = (1 - y^{-k}) / (1 - x^k y^{-k})$. Сумма парциальных времен вычисляется, как обычно, по формуле (1):

$$A = \begin{cases} 1 + (1 - x^k) (t_1/t_1^*) & \text{при } t_1/t_1^* < c_2, \\ 1 + (y^k - 1) (1 - t_1/t_1^*) & \text{при } t_1/t_1^* > c_2. \end{cases}$$

Можно видеть, что при $x < 1 < y$ сумма парциальных времен, как и в предыдущем случае, всегда превышает 1. В этом случае также выполняется неравенство (11). Максимальное значение суммы A равно

$$A_{\max} = 1 + (1 - x^k) (1 - y^{-k}) / (1 - x^k y^{-k}).$$

Рассмотрим первый квадрант плоскости (x, y) и выделим в нем области с различными значениями A . В квадранте $(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$, а также внутри прямого угла $(x \geq 1, y \geq 1)$ при любой комбинации x и y величина A всегда равна 1. В оставшихся полуполосах $(x > 1, 0 < y < 1)$ и $(0 < x < 1, y > 1)$ A находится между 1 и 2. На фиг. 2 внутри полуполосы $(x > 1, 0 < y < 1)$ для случая $k = 2$ приведены кривые 1—3, соответствующие постоянным уровням A_{\max} (1,25; 1,5; 1,75). Проведенный анализ показывает, что модель (3), (4) может описать одностороннее отклонение от принципа линейного суммирования ($1 < A < 2$) только в случаях, когда $\sigma_1 < \sigma_0 < \sigma_2$ или $\sigma_1 > \sigma_0 > \sigma_2$.

Перейдем к случаю многоступенчатого нагружения. Если нагружение характеризуется многократным чередованием напряжений σ_1 и σ_2 , не проходящим через σ_0 , то доминирующим является один из двух исследуемых структурных параметров; разрушение материала определяется поведением только этого структурного параметра, и принцип линейного суммирования парциальных времен выполняется тождественно.

Рассмотрим чередование напряжений с переходом через σ_0 . Будем исходить из приведенного выше одноступенчатого нагружения, которое разобьем по времени на два этапа. Пусть напряжение $\sigma_1 > \sigma_0$ действует в течение $0,5t_1$, затем напряжение $\sigma_2 < \sigma_0$ приложено в течение $0,5t_2$; после этого происходит догрузка (напряжение $\sigma_1 > \sigma_0$ в течение $0,5t_1$), а затем — повторная разгрузка (напряжение $\sigma_2 < \sigma_0$ приложено в течение τ вплоть до разрушения). Интегрируя уравнения (6) при таком нагружении, получаем, что время τ действия напряжения σ_2 во втором цикле составляет $0,5t_2$. Если рассмотреть нагружение со многими переходами через σ_0 , то аналогичным способом можно показать, что разрушение наступает в результате совместного действия напряжения σ_1 в течение t_1 и напряжения σ_2 в течение t_2 , где t_1 — суммарное время приложения напряжения σ_1 на всех этапах, а t_2 — суммарное время, в течение которого было приложено напряжение σ_2 . Отсюда следует, что сумма парциальных времен не зависит от количества переходов напряжения через σ_0 и совпадает со значением (9). Таким образом, модель (3), (4) при описании нагружения

с однократным или неоднократным переходом через напряжение σ_0 приводит к одностороннему отклонению ($1 < A < 2$) от принципа линейного суммирования парциальных времен.

Заметим, что если условие разрушения (4) заменить на

$$(12) \quad \min(\omega, \Omega) = 1,$$

то с помощью модели (3), (12) можно описать отклонения от условия (2) в сторону $A < 1$.

Поступила 10 II 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Robinson E. L. Effect of temperature variation on the creep strength of steels.— Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs, 1938, vol. 60, p. 253.
2. Одинг И. А., Бурдукский В. В. Влияние переменного силового режима на длительную прочность стали.— В сб.: Исследования по жаропрочным сплавам. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
3. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.

УДК 539.3

К ЗАДАЧЕ О НАБЕГАНИИ ВОЛН НОРМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ НА ШТАМП

В. А. Бабешко, Ж. Ф. Зинченко, А. В. Смирнова

(Ростов-на-Дону)

Рассматривается задача о движении жесткого массивного круглого штампа с плоским основанием под действием набегающей волны нормальных давлений. Штамп предполагается контактирующим без трения с упругой средой. Считается, что волна давлений является плоской и приходит из бесконечности. Путем снятия нормальных давлений с поверхности среды решением краевой задачи при отсутствии штампа (несмешанная задача) исходная краевая задача сводится к следующей смешанной: по экранированной от нормального давления поверхности среды бежит волна, которая взаимодействует со штампом. Добавив к решению этой смешанной задачи решение, отвечающее несмешанной, получим решение исходной задачи. Учитывая, что решение несмешанной задачи с помощью интегралов Фурье и Лапласа не представляет труда, в работе основное внимание уделено отмеченной смешанной задаче с экранированной вне штампа поверхностью.

1. Изучается задача о взаимодействии с упругой слоистой средой жесткого штампа массы m , занимающего круговую в плане область Ω радиуса a . Предполагается, что контакт осуществляется без трения, а на штамп действует равномерно движущийся импульс нормального давления $p(x, y, t)$. Требуется найти нормальную составляющую контактных напряжений $q(x, y, t)$, вертикальное смещение центра штампа $\delta(t)$, а также углы его поворота относительно горизонтальных осей $\omega(t)$ и $\theta(t)$; $q(x, y, t)$ определяем, решив динамические уравнения Ламэ

$$(\lambda + 2\mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{U} - \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{U} - \rho \partial^2 \mathbf{U} / \partial t^2 = 0$$

с граничными условиями смешанного типа и начальными условиями. В частности, в случае нестационарного воздействия штампа на упругое однородное полупространство ($z \leq 0$) граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(x, y, 0, t) = \tau_{yz}(x, y, 0, t) = 0, \quad -\infty < x, y < +\infty, \\ w(x, y, 0, t) = f(x, y, t), \quad x, y \in \Omega, \\ \sigma_{zz}(x, y, 0, t) = 0, \quad x, y \notin \Omega, \end{aligned}$$

при $z \rightarrow -\infty$ $u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t) \rightarrow 0$, где $f(x, y, t)$ — перемещение точки жесткого штампа с плоским основанием, имеющей координаты $(x, y, 0)$. В декартовой системе координат, начало которой совмещено с центром штампа, а положительное направление оси Oz совпадает