

## РЕЖИМЫ РАБОТЫ ТЕПЛОВЫХ НОЖЕЙ

Л. К. Гусаченко

Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск, gusachen@kinetics.nsc.ru

Получены аналитические выражения для скорости продвижения теплового ножа в нескольких режимах его работы, а также определены условия смены режимов.

Ключевые слова: тепловой нож, теплопередача, вязкость, выдавливание, пиролиз, газовая прослойка, запирание.

### ВВЕДЕНИЕ

По словосочетанию «тепловой нож» в Интернете можно найти описания разнообразных конструкций для разрезания (без больших усилий) горячим металлическим предметом какого-нибудь монолита, например из асфальта или льда. В [1–3] описан близкий процесс с использованием горения, когда в двигателе (или газогенераторе) на унитарном твердом топливе (энергетическом материале) к его горячей поверхности с целью увеличения суммарного газообразования прижимали тепловой нож в виде решетки, составленной из металлических лезвий. В книге [3] этому вопросу посвящена целая глава. Тепловой нож, нагреваемый «сзади» горячими продуктами сгорания, в районе передней кромки обеспечивал увеличенный теплоподвод к горячей поверхности. Это приводило к локальному повышению скорости горения, изменению формы и увеличению площади горячей поверхности и в конечном итоге к росту суммарной скорости газообразования в устройстве. В [1] для такой конструкции используется также название «каталитическая решетка». Возможное каталитическое воздействие ножа на реакции в районе острия мы здесь не рассматриваем. Анализ происходящих при этом процессов указывает на возможность реализации различных режимов работы такой конструкции. Конкретные режимы могут оказаться нежелательными или, наоборот, полезными и в других устройствах, например в установках для пиролиза. В настоящей работе обсуждаются только процессы в районе передней кромки ножа. Влияние прочих процессов, элементов и параметров устройства учитывается формально заданием зависящих от них силы прижатия  $F$  (на единицу длины лезвия) и температуры передней кромки ножа  $T_0$ , а также давления над ножом  $P_{out}$  в камере сгорания.

Автор надеется, что излагаемая ниже теория процессов около передней кромки ножа послужит полезным дополнением к информации [1–3] для тех, кто работает с тепловыми ножами.

### 1. ВОЗМОЖНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ ТЕПЛОВОГО НОЖА И ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ НИМИ

Режимы работы теплового ножа и их переходы с одного на другой удобно обсуждать, представляя ситуации с действием на нож прижимающей силы  $F$  различной интенсивности. [При этом наибольшее доверие вызывают результаты, полученные для идеально тупого ножа (см. ниже рис. 2, а). «Идеальная тупость» ножа здесь используется для того, чтобы можно было сравнить различные режимы в одинаковой максимально простой постановке, в отличие от которой, например, учет поворота околосзвукового потока в газовой прослойке около кривой стенки ножа или учет неоднородных явлений в районе острия ножа чрезмерно усложняют общую картину.]

В предельном случае при действии очень большой силы  $F$  тепловой нож вырождается в обычный. Механическое разрезание энергетического материала (ЭМ) — главный в этом случае механизм, обеспечивающий повышенную скорость продвижения ножа. Тепловое воздействие оказывается вторичным и вдобавок ослабленным из-за охлаждения передней кромки узкого ножа, который в этом режиме глубоко внедрен в ЭМ и отдает значительную часть тепла через боковые стенки. Можно ожидать реализации подобных режимов для некоторых достаточно эластичных ЭМ. Для упругопластических ЭМ при достаточно большой прижимающей силе часть прилегающего к ножу ЭМ находится в пластическом состоянии и выдавливается холодным ножом назад при его дви-

жении вперед. Соответствующие задачи решаются в реологии, теории прочности, резания и т. д. Мы ограничимся здесь только сообщением о возможном способе проверки наличия или отсутствия режима разрезания: эффектами механического разрезания можно пренебречь, если скорость  $u$  продвижения ножа многократно уменьшается при устранении нагрева (с сохранением всех прочих условий эксперимента, включая силу прижатия). В [3] сообщается о случаях реализации режима разрезания с выдавливанием вещества ЭМ вдоль ножа, однако, судя по тексту [3], речь идет о режиме разжижения и выдавливания, или проплавления.

Используя представление о постепенном уменьшении прижимающей силы  $F$  и, соответственно, скорости продвижения ножа  $u$ , легко представить себе переход к другому режиму. Если ЭМ способен плавиться или, будучи аморфным, разжижаться при нагревании, то с уменьшением  $F$  горячий нож перейдет в режим проплавления (рис. 1). При дальнейшем уменьшении  $F$  возникает режим с газовой прослойкой (рис. 2). Заметим, что перечисленные режимы (разрезания, проплавления, с газовой прослойкой) зависят от процессов горения лишь косвенно, через температуру ножа, и могут быть реализованы также для инертных материалов при наличии дополнительного теплового источника для нагрева ножа. Возможны два варианта перехода из режима проплавления в режим с газовой прослойкой. В первом случае (пригодном и для инертного материала) используемый материал имеет некоторую предельную температуру газификации  $T_f$

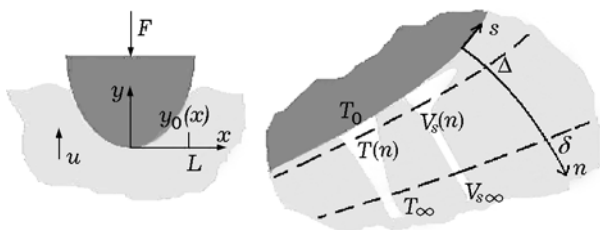


Рис. 1. Тепловой нож, вдавливаемый в аморфный материал:

$\Delta$  — толщина разжиженного слоя,  $\delta$  — толщина прогретого слоя ЭМ,  $L$  — граница области контакта ножа с ЭМ,  $T_0$  — температура передней кромки ножа,  $n, s$  — координаты соответственно поперек и вдоль пограничного слоя или газовой прослойки,  $V_s$  — скорость в пограничном слое,  $V_{s\infty}$  — касательная скорость на холодной границе прогретого слоя

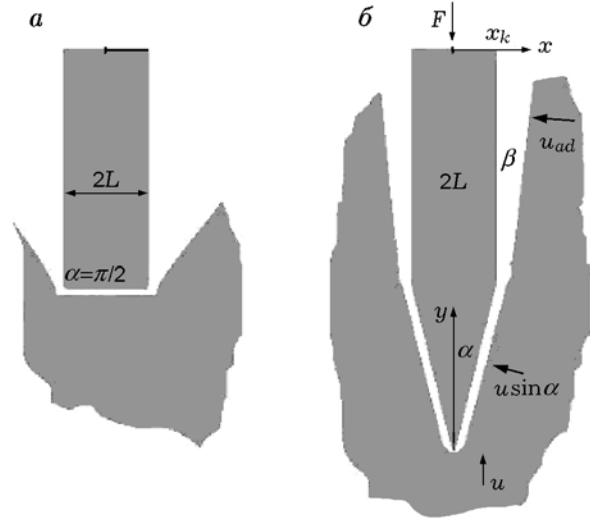


Рис. 2. Тепловой нож в режиме с газовой прослойкой:

$a$  — идеально тупой нож,  $b$  — клиновидный

(связанную с термодинамическими и химическими превращениями), но существенное тепловыделение (если оно есть) реализуется только в газовой фазе. В этом случае переход обеспечивается возрастанием температуры передней кромки ножа  $T_0$ : с уменьшением  $F$  уменьшается и полный тепловой поток по ножу к его передней кромке, а значит, и разница между  $T_0$  и температурой горячей тыльной стороны ножа, близкой к температуре продуктов сгорания ЭМ. В режиме проплавления температура жидкости, контактирующей с передней кромкой ножа, равна той же температуре  $T_0$ . После достижения условия  $T_0 > T_f$  такая ситуация становится невозможной по определению  $T_f$  (температура газификации) и возникает газовая прослойка. Второй (возможный только для ЭМ) вариант перехода — зажигание в конденсированной фазе (тепловой взрыв) за счет экзотермических реакций в жидкости. Если известны кинетические параметры глобальной реакции, то условие вспышки сразу можно взять из [4], используя значение приграничного градиента температуры, полученное согласно формулам (9), (10), приведенным ниже в § 2 (см. также аналогичные действия в § 4). После появления газовой прослойки из-за ее теплоизолирующих свойств можно ожидать некоторого уменьшения теплового потока, а значит, увеличения  $T_0$  и снижения  $u$ . В некоторых случаях (в зависимости от темпера-

туры передней кромки ножа) режим проплавления вообще может отсутствовать, если сразу после выхода из режима разрезания выполняется условие зажигания. Переходы между режимом разжижения и выдавливания и режимом с газовой прослойкой зафиксированы в экспериментах (см. [3]).

В режиме с газовой прослойкой отметим два следующих качественных изменения при уменьшении  $F$ . Первое связано с переходом на чисто дозвуковой режим течения в газовой прослойке. Известно, что скорость звука достижима на выходе из канала постоянного сечения с гидравлическим сопротивлением [5]. В [6, 7] показано, что это возможно и при прижатии с достаточным усилием горячей металлической пластинки к торцу горящего цилиндрического образца ЭМ (такой малогабаритный бескорпусный газогенератор благодаря звуковому запирающему на выходе может работать и в вакууме, например, для заполнения надувных временных космических конструкций). Естественно применить подход [6] и для описания режима с запирающим под передней кромкой теплового ножа. Разумеется, с выходом из режима запирающего зависимость скорости ножа  $u$  от силы прижатия  $F$  и внешнего давления  $P_{out}$  должна измениться.

Второе качественное изменение при уменьшении  $F$  в режиме с газовой прослойкой (возможное только для ЭМ) связано со скачкообразным выходом (типа теплового взрыва) в режим с почти окончательным составом продуктов сгорания в зазоре. В проточных реакторах идеального перемешивания при плавном изменении внешних параметров наблюдались [8] скачкообразные переходы типа зажигания — потухание. Теория и эксперимент [9, 10] показывают, что при горении ЭМ в узких каналах и щелях возможны такие же явления. Это относится и к тепловым ножам (см. ниже § 4). Можно ожидать, что при переходе в режим с почти окончательными продуктами реакции влияние силы  $F$  на скорость продвижения ножа  $u$  практически исчезнет. Следует также иметь в виду, что при уменьшении  $F$  вовсе не обязательна реализация всех перечисленных выше режимов.

## 2. РЕЖИМ ПРОПЛАВЛЕНИЯ. ВНЕДРЕНИЕ ТЕПЛООВОГО НОЖА В АМОРФНЫЙ МАТЕРИАЛ, РАЗЖИЖАЕМЫЙ ПРИ НАГРЕВЕ<sup>1</sup>

Пусть на горячий нож набегают в установленном режиме несжимаемая ньютоновская жидкость. Вязкость очень велика и зависит от температуры:  $\mu \sim \exp(A/T)$ ,  $A/T \gg 1$ , где  $A$  — константа. Движение материала относительно горячего ножа можно считать квазитвердым, если скорость  $u$  внедрения горячего ножа велика по сравнению со скоростью внедрения (в тот же материал тем же усилием) ножа холодного. При этом материал выдавливается назад через разжиженный слой вдоль ножа и при  $x > L$  ( $L$  — граница по  $x$  области контакта ножа с ЭМ (полутолщина ножа)), после выхода из пограничного слоя, его сопротивлением ножу можно пренебречь. В пограничном разжиженном слое толщиной  $\Delta$  полагаем  $Re \ll 1$ . Уравнения равновесия в ламинарном пограничном слое:

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{\partial \tau}{\partial n}, \quad \tau = \mu \frac{\partial V_s}{\partial n}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \quad P = P(s), \quad (2)$$

где  $s$  — координата вдоль пограничного слоя или газовой прослойки,  $n$  — поперек слоя или прослойки;  $\tau$  — касательное напряжение;  $V_s$  — скорость в пограничном слое. Отсюда следует

$$V_s = \int_0^n \left( \tau_0 + n \frac{dP}{ds} \right) \frac{dn}{\mu}.$$

Индекс 0 относится к параметрам на стенке (передней кромке теплового ножа). Зависимость вязкости от координаты  $n$  получим из исходного предположения  $\mu \sim \exp(A/T)$ ,  $A/T \gg 1$ , используя разложение Франк-Каменецкого:

$$\ln \mu \approx \ln \mu(T_0) + n \left( \frac{d \ln \mu}{dn} \right)_{n=0},$$

$$\mu \approx \mu(T_0) \exp \left( \frac{n}{\Delta} \right), \quad (3)$$

$$\frac{1}{\Delta} = \left( \frac{d \ln \mu}{dT} \frac{dT}{dn} \right)_{n=0} = - \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} \frac{A}{T_0^2}.$$

<sup>1</sup>Использованы материалы депонированной работы [11].

Величину  $\Delta$ , соответствующую расстоянию от стенки, на котором вязкость увеличивается в  $e$  раз, естественно назвать толщиной разжиженного слоя, который в нашем случае совпадает с пограничным. После вычисления интеграла получим распределение скорости в пограничном слое:

$$V_s = V_{s\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{n}{\Delta}\right) \left( 1 + \Delta \frac{n}{\mu(T_0)V_{s\infty}} \frac{dP}{ds} \right) \right],$$

$$V_{s\infty} = \Delta \frac{\tau_0 + \Delta dP/ds}{\mu(T_0)}. \quad (4)$$

Из первого соотношения (4) видно, что обозначенный через  $V_{s\infty}$  комплекс (второе равенство) имеет смысл касательной скорости при  $n \rightarrow \infty$ , т. е. на холодной границе разжиженного слоя.

В последующих рассуждениях учтем, что предполагаемая нами сильная зависимость вязкости от температуры  $A/T_0 \gg 1$  означает малость толщины  $\Delta$  разжиженного слоя по сравнению с толщиной  $\delta$  прогретого слоя (см. рис. 1). Если форма ножа задана в виде  $y = y_0(x)$ , то при  $n > \Delta$  (в ядре потока с квазитвердым движением) выполняется

$$V_{n\infty} = -u \cos \alpha, \quad V_{s\infty} = u \sin \gamma, \quad (5)$$

где  $\alpha$  — угол полураствора клина лезвия,  $\gamma = \arctg(dy_0/dx)$  — крутизна профиля лезвия ножа. Условие сохранения объема выдавливаемой ножом жидкости записывается в виде

$$xu = \int_0^{\Delta} V_s dn \approx \int_0^{\infty} (V_s - V_{s\infty}) dn. \quad (6)$$

Здесь верхний предел взят бесконечным для упрощения, величина  $V_{s\infty}$  вычитается для сходимости, при этом можно показать, что окончательный результат данного параграфа (см. ниже соотношение (11)) выполняется с относительной ошибкой порядка  $\Delta/x$ .

Из (4)–(6) следует

$$\frac{dP}{ds} = -[x + \Delta \sin \gamma] \frac{u\mu_0}{\Delta^3}. \quad (7)$$

Рассмотрим также механическое равновесие в направлении  $y$  для теплового ножа конечных размеров, на тыльную часть которого кроме давления  $P_{out}$  воздействует сила  $F$ , Н/м:

$$\begin{aligned} \frac{F}{2} + xLP_{out} &= \int (Pdx + \tau_0 dy) = \\ &= LP_{out} + \int (\tau_0 dy - xdP). \end{aligned}$$

Интеграл берется вдоль поверхности ножа. Используя (4), (7), получаем

$$F = 2\mu(T_0)u \int_0^L \left[ \left( \frac{x}{\Delta} \right)^2 + 2 \frac{x}{\Delta} \sin \gamma + 2 \sin^2 \gamma \right] \frac{dx}{\Delta \cos \gamma}. \quad (8)$$

Входящую в (8) толщину  $\Delta$  разжиженного слоя удобно выразить через легко определяемую толщину  $\delta$  прогретого слоя. Пока угол  $\gamma$  не слишком близок к  $\pi/2$ , в любом месте вблизи своей поверхности нож с температурой  $T_0$  гонит перед собой тепловую волну с нормальной скоростью  $V_{n\infty} = -u \cos \gamma$ . При этом продольный конвективный перенос тепла в тонком (по сравнению с  $\delta$ ) разжиженном слое не влияет на перенос тепла по нормали именно потому, что он продольный (и, кроме того, даже в продольном направлении он мал из-за  $T(s, n)_{n=0} = \text{idem} = T_0$ ). Поэтому в прогретом слое имеет место распределение Михельсона

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = \exp\left(-\frac{n}{\delta}\right), \quad (9)$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{u \cos \gamma}{\varkappa}, \quad \varkappa = \frac{\lambda}{c\rho},$$

где  $T_{\infty}$  — температура в глубине ЭМ,  $\varkappa$  — коэффициент температуропроводности,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $c$  — теплоемкость,  $\rho$  — плотность. Таким образом,  $-(\partial T/\partial n)_{n=0} = (T_0 - T_{\infty})/\delta = (T_0 - T_{\infty})u \cos \gamma/\varkappa$ , и согласно (3)

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{A}{T_0^2} \frac{T_0 - T_{\infty}}{\delta} = \frac{A}{T_0^2} (T_0 - T_{\infty}) \frac{u \cos \gamma}{\varkappa}. \quad (10)$$

Поскольку  $\Delta \ll L$ , под интегралом (8) можно учитывать только главный (первый) член. Тогда после подстановки (10) получим [11]:

$$u = \sqrt[4]{\left( \frac{\varkappa}{L} \frac{T_0^2}{A(T_0 - T_{\infty})} \right)^3 \frac{F}{2\mu(T_0)I}},$$

$$I = \int_0^1 \frac{(x/L)^2 d(x/L)}{1 + (dy_0/dx)^2}. \quad (11)^2$$

Например, для параболического ножа, заданного уравнением  $dy_0/dx = 2gx$ , входящий в (11) интеграл равен  $I = (1/\xi^2) - (1/\xi^3) \arctg \xi$ ,  $\xi = 2gL$ . Для клина с углом полураствора  $\alpha$   $I = (\cos \gamma)^2/3 = (\sin \alpha)^2/3$ , для идеально тупого ножа ( $\gamma = 0$ )  $I = 1/3$ . Острый нож эффективнее и в режиме проплавления. Но требуется оценка дополнительного сопротивления, вносимого острием. Следует также иметь в виду ограничение применимости (11), заложенное предположением о малости толщины прогретого слоя  $\delta$  по сравнению с радиусом кривизны лезвия и толщиной ножа. С увеличением  $\gamma$  величина  $\delta$  согласно (9) возрастает, и при  $\gamma \rightarrow \pi/2$  имеем  $\delta \rightarrow \infty$ . Это замечание относится и к режимам с газовой прослойкой (с заменой терминов: вместо толщины прогретого слоя будет фигурировать толщина газовой прослойки).

Зависимость (11) качественно соответствует приведенному в [3] эмпирическому соотношению  $u = 6.725N^{1/4}$  для 16-лучевого ножа и смесового ЭМ. Здесь  $N$  — прижимающая сила, Н;  $u$ , по-видимому, дано в мм/с; так что в наших обозначениях и в системе СИ

$$u = 0.00672(FL_1/(1 \text{ Н}))^{1/4} \text{ [м/с]},$$

$L_1$  — суммарная длина лезвий.

Из формулы (11) можно получить приведенное эмпирическое соотношение, например, при  $L_1 = 1$  м,  $I = 1/3$ ,  $L = 0.00025$  м,  $\alpha = 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $T_0 = 600$  К,  $T_\infty = 300$  К,  $A = 6470$  К,  $\mu(T_0) = 0.0003$  Па·с. Такие значения параметров, во всяком случае, находятся в разумных пределах.

### 3. ТЕПЛОЙ НОЖ С ГАЗОВОЙ ПРОСЛОЙКОЙ (РЕЖИМ ПИРОЛИЗА)<sup>3</sup>

Горячая металлическая поверхность начинает влиять на скорость горения ЭМ, когда расстояние  $h$  между ними становится меньше характерной толщины газовой части волны невозмущенного (адиабатического) горения

<sup>2</sup>В [3] эта формула (опубликованная впервые в [11]) была искажена при наборе.

<sup>3</sup>Согласно [12] близкий по физике режим имеет место при ускоренном выгорании ЭМ под металлической каплей, которую прижимает к горячей поверхности перегородка.

$D/u_{n,g} = \rho_g D/m_{ad}$ ,  $m_{ad} = \rho_g u_{n,g} = \rho_c u_{ad}$ . Здесь  $D$  — коэффициент диффузии,  $m_{ad}$ ,  $u_{ad}$  — массовая и линейная скорости горения,  $u_{n,g}$  — нормальная скорость оттока газа,  $\rho_g$ ,  $\rho_c$  — плотности газа и исходного ЭМ. Поскольку диффузия и теплопередача в газовом пламени действуют одновременно, в приведенном оценочном выражении вместо  $\rho_g D$  можно использовать (имеющую тот же порядок) величину  $(\lambda/c)_g$ . Действующий тепловой нож должен существенно изменять скорость горения, поэтому в рабочем режиме для него должно быть

$$hm_{ad}/\rho_g D \ll 1. \quad (12)$$

Толщину газового зазора можно считать всюду одинаковой. Это положение принималось или приближенно обосновывалось при исследовании близкого (к ситуации в районе кромки теплового ножа) процесса пиролиза в [6, 13, 14]. Учет переменности толщины зазора в [7] следует признать недостаточно обоснованным: локальная скорость газообразования (пиролиза) по нормали к поверхности ЭМ предполагалась зависящей от давления —  $u_n \sim P^\nu$ . Давление вдоль зазора (а с ним и скорость  $u_n$ ) падает в направлении к выходу из него, а составляющая  $u$  скорости пиролиза в направлении движения прижимаемого плоского горячего предмета (в нашем случае — тупой кромки теплового ножа) должна быть одинаковой в любом месте зазора, так что выполняется  $u_n(P)/u = \cos \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  — угол отклонения нормали локального участка поверхности ЭМ от направления движения нагревателя. Отсюда согласно [7] следует искривленность поверхности ЭМ и, значит, переменность толщины  $h(s)$  зазора (конкретно: нелинейное уменьшение  $h$  с приближением к выходу из зазора). На самом же деле эффективно работающий тепловой нож гасит газовые реакции, зависящие от давления (подробнее см. ниже). Слабая положительная зависимость температуры поверхности ЭМ  $T_f$  от давления сохраняется, но зависящее от  $T_f(P)$  подповерхностное тепловыделение резко ослабляется благодаря большому значению  $u$  (и, значит, малой толщине зоны реакций). Таким образом, вместо горения (с его зависимостью  $u_n \sim P^\nu$ ) фактически реализуется процесс пиролиза, в котором поступление тепла в конденсированную фазу обеспечивается только теплопроводностью через зазор:  $q \approx \lambda(T_0 - T_f(P))/h$ . Это тепло тратится на нагрев ЭМ от начальной температуры  $T_\infty$  до  $T_f$  и на газификацию (см.

ниже (15)). В случае слабой зависимости  $T_f(P)$  приведенные соотношения допускают  $q \approx \text{idem}$ ,  $u \approx \text{idem}$ ,  $h \approx \text{idem}$ . В узком вытянутом зазоре естественно пренебречь поперечным перепадом давления по сравнению с продольным, так что  $P = P(s)$ .

Далее будем полагать, что компонентный состав газа не зависит от поперечной координаты  $n$  (в отличие от температуры, концентрации компонентов не имеют жестких условий на стенках зазора, и благодаря малой толщине последнего диффузия выравнивает концентрации по толщине в каждом сечении зазора). Покажем подробнее, что такие представления об эффективности диффузии соответствуют уже приведенному условию эффективности ножа (12). В частности, для клиновидного ножа с длиной щетки лезвия  $L/\sin \alpha$  (см. рис. 2, б) эффективность процессов поперечного молекулярного переноса вещества и тепла (отсутствие влияния продольной координаты) означает, что характерное время установления температуры и выравнивания компонентного состава газа в зазоре между ножом и ЭМ  $t_h = h^2/D \approx h^2/\varkappa_g$  много меньше среднего времени  $t_{res}$  пребывания газа в этом зазоре. Считая упомянутый зазор (щель) проточным сосудом, применим к нему выражение  $t_{res} = M/M^*$ , где  $M$  — масса газа в сосуде,  $M^*$  — массовый расход из него за 1 с (равный поступлению). В [15] доказано, что такое соотношение справедливо для сосудов с произвольным распределением плотности газа и плотности его источников. Для зазора  $M \sim hL\rho_g/\sin \alpha$ ,  $M^* \sim Lm/\sin \alpha$ ,  $t_{res} = h\rho_g/m$ ,  $m = \rho_c u \sin \alpha$  (см. рис. 2), тогда требование  $t_h/t_{res} \ll 1$  дает соотношение (12).

На этом же основании полагаем, что температура газа в зазоре не зависит от продольной координаты  $s$ . На горячей и холодной границах зазора имеем не зависящие от  $s$  температуры  $T_0$  и  $T_f$ , и при условии (12) с учетом  $\varkappa \sim D$  теплопроводность обеспечивает в каждом сечении зазора квазистационарное и тоже не зависящее от  $s$  распределение температуры. Тепловыделение экзотермической реакции, благодаря сильной зависимости ее скорости от температуры, сосредоточено у кромки ножа (где  $n = 0$ ) и практически не искажает профиль температуры в газовом зазоре (пока не будет выполнено условие теплового взрыва и перехода на высокотемпературный режим с температурным максимумом внутри зазора).

Концентрацию исходного газа (поступаю-

щего с поверхности ЭМ) обозначим через  $\zeta$ , поток этого компонента сквозь поперечное сечение зазора — через  $G$ , полный продольный массовый поток газа в этом сечении (равный поступлению его с поверхности ЭМ) есть  $sm$ , тогда  $G = \zeta sm$ . Зависимость  $\zeta$  от продольной координаты  $s$  получим из баланса потока  $G$  между двумя сечениями зазора, отстоящими одно от другого на  $ds$ :  $dG \equiv d(\zeta sm) = mds - ds \int_0^h W(\zeta, T)dn$ . Скорость  $W$  превращения газа, поступающего с поверхности ЭМ, в окончательный продукт естественно взять в виде  $W = \zeta k \exp(-E/RT(n))$ , где  $R$  — газовая постоянная, Дж/(кг·К). Решение для  $\zeta$  имеет вид

$$\zeta = b[1 - Cs^{-1/b}], \quad (13)$$

$$b = 1 / \left[ 1 + \frac{k}{m} \int_0^h \exp\left(-\frac{E}{RT(n)}\right) dn \right],$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К),  $E$  — энергия активации,  $k$  — предэкспонент. Из условия конечности и положительности концентрации следует  $C = \text{const} = 0$ ,  $\zeta = b$ . Концентрация одинакова во всем зазоре, что делает его похожим на реактор идеального перемешивания. Распределение массовых потоков  $\rho V_s$ ,  $\rho V_n$  в зазоре получим из уравнения неразрывности  $\partial(\rho V_s)/\partial s + \partial(\rho V_n)/\partial n = 0$ ,  $\rho V_s(s, 0) = \rho V_n(s, 0) = \rho V_s(s, h) = 0$ ,  $(\rho V_n)_{n=h} = -m$ . Дополнительно предполагаем, что  $\rho V_n$  не зависит от  $s$  (при любом  $n$ , а не только при  $n = h$ ). Уравнению неразрывности и сформулированным условиям удовлетворяют зависимости

$$\rho V_s = \frac{s}{h} m f_1(n), \quad f_1 = 6 \frac{n}{h} \left(1 - \frac{n}{h}\right), \quad (14)$$

$$\rho V_n = -m f_2(n), \quad f_2 = \left(\frac{n}{h}\right)^2 \left(3 - 2 \frac{n}{h}\right).$$

Температура в газовом зазоре меняется от  $T_0$  на поверхности ножа до  $T_h$  на поверхности ЭМ. Перепад может быть 1000 К и более, что заставляет учитывать зависимости  $\lambda(T)$  и  $c(T)$ . Согласно [16] при возрастании температуры от 300 до 1000 °С теплопроводность увеличивается примерно вдвое для азота, углекислоты,

дымовых газов и т. д. На поверхности пиролиза выполняется следующее соотношение для массового и теплового (по Фурье) потоков:

$$-\lambda(T_f) \left( \frac{dT}{dn} \right)_{n=h} = m \Delta H, \quad (15)$$

$$\Delta H = H_f - H_\infty = H_{c,f} - H_\infty + L_g,$$

где  $L_g$  — теплота газификации,  $H_f$ ,  $H_{c,f}$  — энтальпии вещества над и под поверхностью ЭМ,  $H_\infty$  — энтальпия холодного ЭМ. Здесь используются полные энтальпии, состоящие из тепловой и химической частей.

Обсудим полный (по Фурье и конвективный) поперечный тепловой поток  $q = -\lambda(T)dT/dn - \rho V_n [H(T) - H_f]$ . Результат, естественно, не зависит от точки отсчета энтальпии. Заметим, что в [6, 13, 14] предполагалось  $q = \text{idem}$ . Кроме того, теплопередача предполагалась чисто кондуктивной, откуда при  $\lambda = \text{const}$  следует линейное распределение температуры поперек зазора. В [6] приведено условие, при котором выполняется это предположение (записываем его в наших обозначениях):  $H(T_0) - H_f \ll \Delta H$ . Оно имеет смысл малости доли конвективного члена в полном тепловом потоке, при этом для конвективного члена взята оценка сверху (максимальные из возможных значения обоих сомножителей). Несколько менее строгим оказывается условие, полученное из более точной оценки максимума конвективного члена  $0.26[H(T_0) - H_f] \ll \Delta H$  (здесь при оценке конвективного члена взято  $\rho V_n$  по (14), а для  $H - H_f$  принята линейная зависимость от  $n$ ). Тем не менее обсуждаемое условие может не выполняться для достаточно горячего теплового ножа. Более точную связь между значениями температуры и ее градиента у противоположных берегов зазора получаем из теплового баланса фиксированной области в зазоре:

$$\oint_{\sigma} \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} + \rho V_\nu (H(T) - H_f) \right) d\sigma = 0.$$

Здесь  $\sigma$  — поверхность упомянутой области,  $\nu$  — направление нормали к этой поверхности. Применим выписанный баланс к области, ограниченной двумя берегами зазора и двумя поперечными сечениями (при  $s = 0$  и при произвольном значении  $s < L/(2 \sin \alpha)$ ):

$$s(\lambda_0 T'_0 - \lambda_f T'_{n=h}) + \int_0^h \rho V_s (H(T) - H_f) dn = 0.$$

Здесь штрих означает производную по  $n$ ,  $\lambda_f$  — теплопроводность на поверхности ЭМ. Полагая под интегралом  $H(T) - H_f \approx [1 - (n/h)](H_0 - H_f)$  и используя для  $\rho V_s$  выражение (14), получаем  $\lambda_0 T'_0 - \lambda_f T'_{n=h} + m(H_0 - H_f)/2 = 0$ . С учетом (15) отсюда следует

$$-\lambda_0 T'_0 = m[\Delta H + (H_0 - H_f)/2]. \quad (16)$$

Для приближенных аналитических оценок предлагается использовать простейшее параболическое температурное распределение, которое кроме граничных условий учитывает переменность  $\lambda(T)$ , а также выписанный выше интегральный тепловой баланс:  $T = T_0 + A_1 n + A_2 n^2$ , и для выполнения (15), (16) должно быть

$$A_1 = T'_0 = -\frac{m}{\lambda_0} \left[ \Delta H + \frac{H_0 - H_f}{2} \right],$$

$$A_2 = \frac{T'_h - A_1}{2h} = \frac{m}{2h} \left( \frac{\Delta H + (H_0 - H_f)/2}{\lambda_0} - \frac{\Delta H}{\lambda_f} \right).$$

Требуя  $T(h) = T_f$ , получим связь толщины зазора  $h$  и массовой скорости оттока от поверхности ЭМ  $m = \rho_c u \sin \alpha$ :

$$mh = \frac{2\lambda_f}{\Delta H} \frac{T_0 - T_f}{1 + \frac{\lambda_f}{\lambda_0} \left( 1 + \frac{H_0 - H_f}{2\Delta H} \right)}. \quad (17)$$

С учетом (17) температурный профиль имеет вид

$$\frac{T_0 - T}{T_0 - T_f} = \frac{n}{h} a_1 + \left( \frac{n}{h} \right)^2 a_2, \quad (18)$$

$$a_1 = 2 \frac{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H}{1 + (\lambda_0/\lambda_f) + (H_0 - H_f)/2\Delta H},$$

$$a_2 = 1 - a_1.$$

Использование в (15)–(18) молекулярной (а не турбулентной) теплопроводности основано на оценке числа Рейнольдса  $Re$  для продольного потока в зазоре:  $Re = \frac{\rho \hat{V}_s h}{\mu} = \frac{ms}{\mu}$ . Пусть

для тупого ножа половина толщины передней кромки ( $L =$  максимальное значение  $s$ ) составляет  $L = 0.05$  см,  $m = 3$  г/(см<sup>2</sup>·с),  $\mu = 0.001$  г/(см·с), тогда  $Re < 150$ . Для потока в щели это значение  $Re$  еще соответствует области ламинарного движения газа.

Зная распределения массовых потоков и температуры, можно получить и распределения давления и касательного напряжения в зазоре. В качестве условия равновесия ножа используем закон сохранения импульса для произвольного проточного объема, ограниченного фиксированной замкнутой поверхностью  $\sigma$ :

$$\oint_{\sigma} (\bar{P}_\nu - \rho \bar{V} V_\nu) d\sigma = 0. \quad (19)$$

Здесь  $d\sigma$  — элемент поверхности с нормалью  $\nu$ ,  $\bar{P}_\nu$  — напряжение на этом элементе,  $\bar{V}$ ,  $V_\nu$  — скорость и ее нормальная составляющая. Продольная проекция (19) для элемента длиной  $ds$  газового зазора, изображенного на рис. 2, дает соотношение

$$(\tau_f - \tau_0) ds = d \left( hP(s) + \int_0^h \rho V_s^2 dn \right). \quad (20)$$

Обобщение на не тупую и не клиновидную форму передней кромки может быть выполнено, как в § 2. При этом возникнет и сформулированное в его конце ограничение на крутизну профиля. Приведенное в [3] аналитическое решение для игольчатого ножа с полусферическим закруглением на конце иглы соответствует упрощенной постановке задачи и не учитывает упомянутого ограничения. Некоторое математическое уточнение возможно также при отказе (в пользу численного счета) от использования простых степенных аппроксимаций для распределения массового потока и температуры по толщине зазора. Однако, скорее всего, подобные уточнения бесполезны на фоне слабого знания физики процесса.

Далее полагаем  $P = P(s)$ ,  $\rho = P(s)/RT(n)$ ,  $\rho V_s$  определяем по (14),  $T(n)$  — по (18), касательные напряжения —  $\tau(s, 0) = \tau_0 = \mu_0 \left( \frac{\partial V_s}{\partial n} \right)_n = \frac{sD_0}{P(s)}$ ,  $D_0 = \frac{6\mu_0 mRT_0}{h^2}$ ,  $\tau(s, h) = \tau_f = \mu_f \left( \frac{\partial V_s}{\partial n} \right)_{n=h} = -\frac{sD_f}{P(s)}$ ,  $D_f = \frac{6\mu_f mRT_f}{h^2}$ .

Тогда для скоростного напора выполняется

$$\int_0^h \rho V_s^2 dn = \int_0^h (\rho V_s)^2 \frac{RT}{P} dn = \frac{s^2}{P(s)} D_2, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \int_0^h \left[ \frac{mf_1(n)}{h} \right]^2 RT(n) dn = \\ &= \frac{6m^2 RT_0}{5h} \left\{ 1 - \frac{1 - T_f/T_0}{7} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( 2 + 5 \frac{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H}{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H + \lambda_0/\lambda_f} \right) \right\}, \end{aligned}$$

и (20) принимает вид  $-\frac{s(D_0 + D_f)}{hP(s)} = \frac{d}{ds} \left( P(s) + \frac{D_2 s^2}{hP(s)} \right)$ . Введем безразмерную скорость<sup>4</sup>  $M = (s/P(s))(D_2/h)^{1/2}$ , тогда

$$d \ln s = \frac{1 - M^2}{M(1 + M^2 D_3)} dM, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} D_3 &= 1 + \frac{D_0 + D_f}{D_2} = \\ &= 1 + \frac{5\mu_0}{2\lambda_f} \frac{\Delta H}{T_0 - T_f} \left\{ \left[ 1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_f} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{H_0 - H_f}{2\Delta H} \right] \left( 1 + \frac{(\mu T)_f}{(\mu T)_0} \right) \right\} / \left\{ 1 - \frac{1 - T_f/T_0}{7} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( 2 + 5 \frac{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H}{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H + \lambda_0/\lambda_f} \right) \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Структура (22) не допускает достижения  $M = 1$  внутри газовой прослойки. Приведем решение (22):

$$\frac{s}{L} = \frac{M}{M(L)} \left( \frac{1 + D_3 M^2(L)}{1 + D_3 M^2} \right)^{\frac{1+D_3}{2D_3}}. \quad (24)$$

Здесь и далее для простоты рассматриваем только случай идеально тупого ножа,  $\alpha = \pi/2$ . При этом условие равновесия ножа имеет вид

<sup>4</sup>Подставляя в выражение для  $M$  обозначение  $D_2$  из (21) и сохраняя только размерные множители, получим  $M = (s/P)(D_2/h)^{1/2} \sim (sm/Ph)(RT_0)^{1/2} \sim (sm/\rho h)/(RT_0)^{1/2}$ . Согласно массовому балансу величина  $sm/\rho h$  есть средняя продольная скорость в данном сечении зазора.



$$\frac{F}{2} + LP_{out} = \int_0^L P ds, \quad P(s) = \frac{s}{M(s)} \sqrt{\frac{D_2}{h}}. \quad (25)$$

Оно фактически является уравнением для массовой скорости  $m$ ;  $M(s)$  задано решением (24). Из (17), (24), (25) получаем

$$\sqrt{\frac{D_2}{h}} = \frac{P(L)M(L)}{L} = m^2 \left( \frac{\Delta H \sqrt{0.3RT_0}}{\lambda_f T_0} D_4 \right), \quad (26)$$

$$D_4 = \frac{1 + (\lambda_0/\lambda_f)[1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H]}{1 - T_f/T_0} \times \left[ 1 - \frac{1 - T_f/T_0}{7} \times \left( 2 + 5 \frac{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H}{1 + (H_0 - H_f)/2\Delta H + \lambda_0/\lambda_f} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\int_0^L \frac{s ds}{M(s)} = L^2 \int_0^{M(L)} \frac{s(M) ds(M)}{M} = L^2 I(D_3, M(L)), \quad (27)$$

$$I(y, z) = \frac{1}{1 + yz^2} \int_0^z (1 - x^2) \left( \frac{1 + yz^2}{1 + yx^2} \right)^{2+1/y} dx.$$

Из (25)–(27) следует

$$\frac{P(L)}{P_{out}} M(L) = \frac{1 + F/(2LP_{out})}{I(D_3, M(L))} = \frac{m^2 L \Delta H \sqrt{0.3RT_0}}{P_{out} \lambda_f T_0} D_4 \equiv U^2, \quad (28)$$

где  $U$  — безразмерная скорость продвижения ножа. Граничные условия на выходе из газового зазора таковы, что в (28) всегда равен единице один из сомножителей левой части. Пока  $M(L) < 1$ , давление равно наружному,  $P(L)/P_{out} = 1$ . Но с увеличением безразмерной добавки давления на нож  $F/(2LP_{out})$  достигается  $M(L) = 1$  и произведение продолжает увеличиваться. Согласно (22), (24) при  $s/L \leq 1$  может быть только  $M \leq 1$ , поэтому остается  $M(L) = 1$ , а больше единицы становится безразмерное давление на выходе  $P(L)/P_{out}$ . При этом процесс в зазоре перестает зависеть от

внешнего давления  $P_{out}$ , что позволяет говорить о запирании и с некоторой долей условности (вслед за [5]) о звуковом при  $M(L) = 1$  или дозвуковом при  $M(L) < 1$  истечении. Согласно (28) при звуковом истечении  $U^2 = [1 + F/(2LP_{out})]/I(D_3, 1)$ , при дозвуковом —  $U^2 = M(L)$ , где  $M(L)$  — корень трансцендентного уравнения  $M(L)I(D_3, M(L)) = 1 + F/(2LP_{out})$ . Но обратную зависимость  $F/(2LP_{out})$  от  $U$  можно сразу представить единым аналитическим выражением

$$\frac{F}{2LP_{out}} = \begin{cases} U^2 I(D_3, U^2) - 1, & 0 < U < 1, \\ U^2 I(D_3, 1) - 1, & U > 1. \end{cases} \quad (29)$$

Зависимость  $U(F/(2LP_{out}), D_3)$  изображена на рис. 3. В отличие от (11), в (29) входит внешнее давление  $P_{out}$ . Ожидается, что это обстоятельство (если есть возможность проводить эксперименты с одинаковой силой  $F$  при разных значениях  $P_{out}$ ), а также наличие или отсутствие выдавливания ЭМ из-под ножа позволят на практике различать режимы проплавления и с газовой прослойкой.

В качестве примера вычислим необходимую силу прижатия  $F$  и соответствующую скорость движения ножа на границе звукового и дозвукового режимов, если  $\rho_\infty = 1600$  кг/м<sup>3</sup>,  $R = 332.4$  Дж/(кг·К),  $T_0 = 1000$  К,  $T_f = 700$  К,  $\mu_0 = 0.00005$  Па·с,  $\lambda_0 = 0.1$  Дж/(мс·К),  $\mu_0/\mu_f = \lambda_0/\lambda_f = 2$ ,  $\Delta H = 10^6$  Дж/кг,  $c = 1000$  Дж/(кг·К). При этом выполняется  $D_3 = 43.4$ ,  $I(D_3, 1) = 5.61$ ,  $D_4 = 10$ . Пусть также  $P_{out} = 4$  МПа,  $L = 0.00025$  м. Тогда на искомой

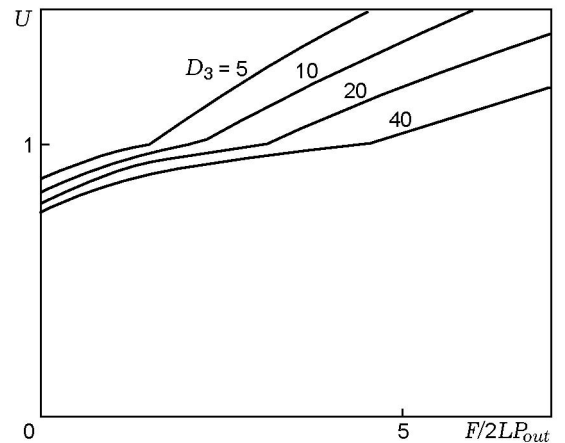


Рис. 3. Безразмерная скорость движения ножа в режиме с газовой прослойкой

границе по (29)  $U = 1$ , относительное увеличение давления под ножом  $F/(2LP_{out}) = 4.61$ ,  $F = 9\,200$  Па·м, и по (28)  $u = 0.01$  м/с.

#### 4. ВЫХОД ИЗ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА В ГАЗОВОЙ ПРОСЛОЙКЕ ПРИ УМЕНЬШЕНИИ УСИЛИЯ ПРИЖАТИЯ

В [9] аналогичный процесс (тепловой взрыв) рассмотрен для разгорающегося канала в образце ЭМ. Канал был заполнен движущимися газообразными продуктами неполного сгорания с одинаковыми всюду составом и температурой, что позволило использовать условие теплового взрыва в проточном реакторе идеального перемешивания. В нашем случае (газовый зазор между ЭМ и горячей передней кромкой ножа) состав газа всюду одинаков, но температура меняется поперек зазора. В такой постановке для моделирования теплового взрыва можно использовать условие Зельдовича, полученное в [4] применительно к зажиганию конденсированного ЭМ прижимаемой к нему накаленной поверхностью (скорость  $W$  тепловыделения химической реакции зависит от координаты только через температуру, как и в нашем случае). В [4] условие взрыва:

$$q = \sqrt{2\lambda_0 \frac{RT_0^2}{E} QW(T_0)}. \quad (30)$$

Здесь  $q$  — поперечный тепловой поток там, где уже можно пренебречь тепловыделением от реакций,  $Q$  — тепловой эффект реакции,  $W = \zeta k \exp(-E/RT(n))$ . Из выражения (13) для концентрации  $\zeta$  непрореагировавшего газа в зазоре следует соотношение

$$m(1 - \zeta) = \int_0^h W dn, \quad (31)$$

имеющее смысл массового баланса продуктов реакции. Согласно [4] на границе зажигания правая часть (30) равна суммарной скорости тепловыделения от реакций,  $q = Q \int_0^h W dn$ , что с учетом (16) и (30), (31) дает условие на границе теплового взрыва (и выхода в режим практически невозмущенного горения)

$$\zeta = 1 - \frac{\Delta H}{Q}, \quad m\Delta H =$$

$$= \sqrt{2\lambda_0 \frac{RT_0^2}{E} (Q - \Delta H)k \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)}. \quad (32)$$

#### ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Рассмотрены режимы работы передней кромки ножа и условия переходов между ними. Получены аналитические выражения для скорости движения ножа в режиме разжижения и выдавливания и в режиме пиролиза (с газовой прослойкой под ножом). Учтены двумерный характер течения под ножом и существенная зависимость коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности от температуры. Для режима разжижения и выдавливания имеет место качественное соответствие теоретической зависимости эксперименту [3]. Для режима пиролиза характерно появление отсутствовавшей в режиме разжижения и выдавливания зависимости скорости ножа от давления в камере. Показано, что с уменьшением этого давления или с увеличением прижимающего усилия происходит заклинивание течения газа под ножом, при этом график зависимости скорости ножа от прижимающего усилия и от давления в камере терпит излом. Показана возможность неполного тепловыделения под ножом в режиме пиролиза.

Для описания полной картины работы теплового ножа модель следует дополнить процессами, определяющими параметры  $F$ ,  $T_0$ ,  $P_{out}$ : это работа прижимающего устройства, теплопередача в ноже (и нагрев его задней части) и приход-расход газа в камере сгорания. Все они (в отличие от быстропротекающих процессов в районе передней кромки) должны быть рассмотрены и в нестационарном варианте, поскольку описанные в [1, 2] устройства призваны при необходимости многократно изменять производительность газогенератора в процессе его работы. К нестационарному рассмотрению относится и анализ устойчивости стационарных режимов. Следует иметь в виду [17, 18], что в двигателях или газогенераторах с устройствами для локального увеличения скорости газификации (в том числе с тепловыми ножами) возможна при определенных условиях неустойчивость с периодом колебаний порядка времени перестройки формы горячей поверхности при скачкообразном изменении силы прижатия. В устройствах, описанных в [1, 2], это время составляло  $3 \div 5$  с.

Автор благодарен В. Е. Зарко и В. А. Архипову за полезные замечания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Петренко В. И., Попов В. Л.** Регулируемый ракетный двигатель на твердом топливе с местным форсированием горения // Физика горения и взрыва. — 1996. — Т. 32, № 3. — С. 102–106.
2. **Петренко В. И., Попов В. Л., Ярушин С. Г.** Некоторые результаты исследования и разработки регулируемых двигательных установок твердого топлива // Регулируемые твердотопливные энергоустановки: сб. тр. VIII Всерос. науч.-техн. конф. — Пермь: ОКБ «Темп» при ПГТУ, 1998. — С. 3–8. (Препринт).
3. **Управляемые энергетические установки на твердом топливе** / Петренко В. И., Соколовский М. И., Зыков Г. А. и др. — М.: Машиностроение, 2003.
4. **Зельдович Я. Б.** Теория зажигания накаленной поверхностью // Теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1981. — С. 251–258. — (Перепечатано из: Журн. техн. физики. — 1941. — № 6. — С. 493–500).
5. **Крокко Л.** Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений // Основы газовой динамики / под ред. Г. Эммонса. — М.: Изд-во иностр. лит, 1963.
6. **Гусаченко Л. К.** Критические явления при пиролизе // Физика горения и взрыва. — 1977. — Т. 13, № 4. — С. 648–650.
7. **Гусаченко Л. К.** Горение в зазоре между сдавливаемыми образцами // Физика горения и взрыва. — 1980. — Т. 16, № 6. — С. 109–111.
8. **Абрамов В. Г., Мержанов А. Г.** Тепловой взрыв в гомогенных проточных реакторах // Физика горения и взрыва. — 1968. — Т. 4, № 4. — С. 548–556.
9. **Гусаченко Л. К., Ревягин Л. Н., Филиппов А. В.** Особенности горения топлив при наличии узких зазоров // Физика горения и взрыва. — 1979. — Т. 15, № 6. — С. 35–41.
10. **Гусаченко Л. К., Зарко В. Е.** Горение в узких щелях и каналах как источник информации о кинетике // Регулируемые твердотопливные энергоустановки: сб. тр. VIII Всерос. науч.-техн. конф. — Пермь: ОКБ «Темп» при ПГТУ, 1998. — С. 25–28. (Препринт).
11. **Барсуков В. Д., Гусаченко Л. К.** Скорость внедрения горячего предмета в аморфный материал. — Деп. в ВИНТИ в 1980 г., № 10,  $\sigma/0$  221.
12. **Райзберг Б. А., Ерохин Б. Т., Самсонов К. П.** Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. — М.: Машиностроение, 1972.
13. **Cantrell R. H.** Gas-film effects in the linear pyrolysis of solids // AIAA Journal. — 1963. — V. 7, N 1. — P. 1544.
14. **Ткаченко Е. В., Улыбин В. Б., Штейнберг А. С.** Линейный пиролиз полиметилметакрилата // Физика горения и взрыва. — 1969. — Т. 5, № 1. — С. 16–26.
15. **Гусаченко Л. К.** Время пребывания продуктов сгорания в камере с истечением // Физика горения и взрыва. — 1981. — Т. 17, № 1. — С. 140–142.
16. **Тепло- и массообмен.** Теплотехнический эксперимент: справочник / под ред. В. А. Григорьева, В. М. Зорина. — М.: Энергоиздат, 1982. — С. 117.
17. **Гусаченко Л. К.** Возможность колебаний очень низкой частоты в полузамкнутом объеме // Горение и взрыв: материалы III Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. — М.: Наука, 1972. — С. 100–103.
18. **Буркатовский Б. А., Гусаченко Л. К.** Устойчивость горения клина // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 2. — С. 47–49.

*Поступила в редакцию 20/III 2009 г.,  
в окончательном варианте — 15/VI 2009 г.*