

О ВЛИЯНИИ ПИКНОКЛИНА НА СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА НЕПОДВИЖНЫЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ЦИЛИНДР ПРИ НАБЕГАНИИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

УДК 532.59

Н. В. Гаврилов, Е. В. Ерманюк

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск

Из натуральных [1] и лабораторных [2, 3] экспериментов видно, что внутренние волны могут оказывать существенное динамическое воздействие на подводные аппараты и морские сооружения. В случае резкого скачка плотности на границе раздела сред для изучения сил, действующих на тела, находящиеся в слое жидкости постоянной плотности, применимы методы, развитые для поверхностных волн. Теоретическое решение задачи о качке тела, находящегося над (под) пикноклином, получено в [4, 5]. При малых по сравнению с длиной волны размерах тела возможно упрощение задачи [6]. Полуэмпирическая модель силового воздействия внутренних волн предложена в [7].

При набегании внутренних волн на тела, расположенные в зоне переменной плотности, возникает ряд интересных динамических эффектов. Возможность взаимной компенсации гидростатической и инерционной компонент силового воздействия экспериментально доказана в [2] для трехмерных тел. Нелинейный эффект удвоения частоты горизонтальной силы для тел, находящихся на границе раздела сред, показан в [3]. Следует отметить, что наличие слоя плавного изменения плотности приводит к появлению сложных дифракционных эффектов, связанных с перераспределением энергии между разными модами волновых движений жидкости [8, 9].

В данной работе изложены результаты измерений сил, действующих на эллиптический цилиндр при набегании внутренних волн в условиях стратификации, характеризуемой наличием слоя высокого градиента плотности (пикноклина). Показана существенная зависимость волновых нагрузок от толщины пикноклина. Для тела, погруженного в зону плавного изменения плотности, обнаружено появление направления, вдоль которого силовое воздействие волн максимально, а силовое воздействие, перпендикулярное этому направлению, в 5–6 раз меньше. Эффект связан с возникновением дополнительных дифракционных нагрузок.

Опыты проводились в гидродинамическом лотке (рис. 1) длиной 450 см, шириной 20 см, высотой 60 см, в котором создавалась стратификация, близкая к двухслойной. Верхний слой представлял собой дистиллированную воду с плотностью $\rho_1 = 0,999 \text{ г/см}^3$, нижний — раствор глицерина в воде с $\rho_2 = 1,011 \text{ г/см}^3$. Волны в пикноклине генерировались полуцилиндром 1, совершавшим гармонические колебания вдоль торцевой стенки лотка. Противоположный конец лотка был оборудован волногасителем 2 в виде наклонной пластины. Изучались силы, действующие на эллиптический цилиндр 3 длиной 19,8 см, малая ось которого $b = 3 \text{ см}$; отношение осей 2:1. Зазоры между торцами цилиндра и боковыми стенками лотка не превышали 0,1 см.

Измерения проводились двухкомпонентными гидродинамическими весами 4 [3], минимальная собственная частота колебаний которых с подвешенным на них цилиндром в

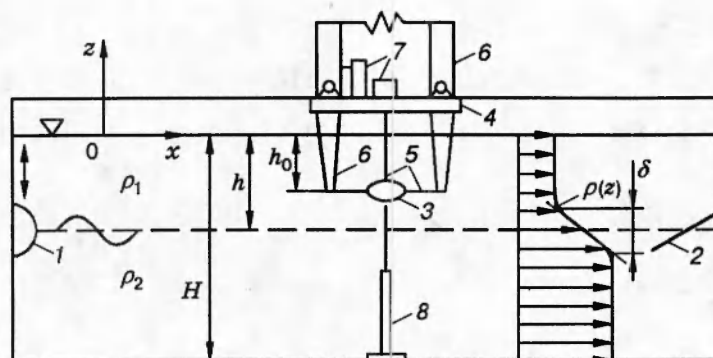


Рис. 1

воде составила 2,4 Гц. Максимальная частота силового воздействия в опытах не превышала 0,21 Гц, поэтому собственные колебания системы не влияли на измеренные силы. Система тяг 5 и обтекаемых ножей 6 служила для передачи усилий на упругие элементы 7. Деформации упругих элементов измерялись индукционными датчиками перемещений. Максимальная амплитуда силового воздействия в опытах составила $1,1 \cdot 10^{-3}$ Н. Упругое перемещение эллиптического цилиндра под действием этой силы не превышало $5 \cdot 10^{-3}$ мм. Специальными опытами установлено, что погрешность измерения волновых нагрузок, вызываемая наличием погруженных элементов весов, не более 0,5 %.

Параметры внутренних волн регистрировались волномерами резистивного типа 8 [10]. Сигналы от волномеров и датчиков сил обрабатывались с помощью ЭВМ. Распределение плотности по вертикали измерялось датчиками с горизонтально расположенными электродами. Принцип их действия основан на том, что смесь воды с глицерином — проводник. При малой разности плотностей (как, например, в данных опытах) проводимость смеси прямо пропорциональна концентрации глицерина (т. е. плотности). Это позволяет легко получить профиль плотности по измеренному датчиком напряжению в различных точках по вертикали, если известны плотности ρ_1 и ρ_2 у свободной поверхности и у дна лотка. Последние измерялись с помощью стандартных ареометров. Распределение плотности по глубине измерялось до и после проведения опытов. Ввиду малости коэффициента диффузии глицерина в воде параметры распределения в течение одной серии опытов практически не изменялись. В системе координат, связанной со свободной поверхностью (ось z направлена вверх, ось x — по бегу волн), распределение плотности, устанавливающееся с течением времени, близко к соотношению

$$\rho(z) = \rho_0 - \frac{\varepsilon \rho_1}{2} \operatorname{th} \frac{2(z+h)}{\delta}; \quad \rho_0 = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \quad (1)$$

($h = 14$ см — глубина верхнего слоя жидкости, δ — параметр, характеризующий толщину пикноклина). Общая глубина жидкости в лотке $H = 45$ см.

При колебаниях волнопродуктора генерируются, строго говоря, все моды волновых движений жидкости. Однако при малой амплитуде колебаний волнопродуктора и большом по сравнению с толщиной пикноклина диаметре колеблющегося полуцилиндра высшие моды порождаются слабо и быстро затухают по мере удаления от источника возмущений. Зона измерений была удалена на расстояние 180 см от волнопродуктора. Визуальное изучение характера волнового движения показало, что возмущающее действие в опытах определялось первой модой. Известно, что первая мода волновых движений двухслойной

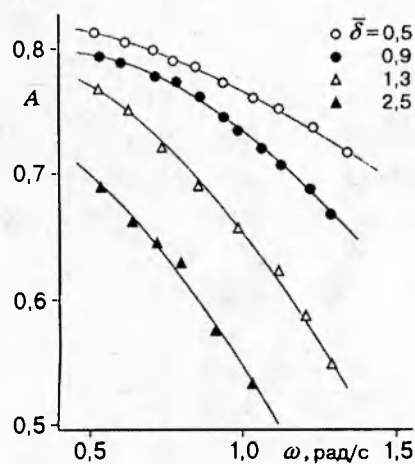


Рис. 2

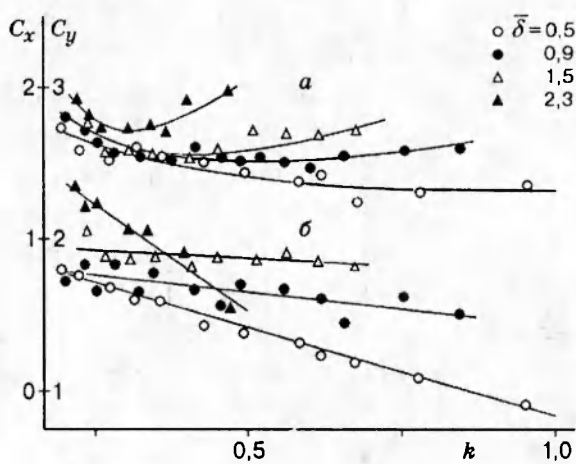


Рис. 3

жидкости, имеющей зону плавного изменения плотности, удовлетворяет дисперсионному соотношению [8]

$$\omega^2 = \varepsilon g k / (k\gamma + \text{cth } kh + \text{cth } k(H - h)), \quad (2)$$

где k — волновое число; ω — частота волны; γ — характерная ширина размытой зоны. Измерения показали, что соотношение (2) хорошо аппроксимирует экспериментальные результаты при условии $\gamma = \delta$.

Амплитуда колебаний первой моды определялась с учетом данных по динамической тарировке волномеров. Для этого волномерам сообщались вертикальные гармонические колебания относительно невозмущенной границы раздела сред, что моделировало работу в условиях волнения. Результаты тарировки приведены на рис. 2 в виде зависимости безразмерной амплитуды выходного сигнала $A = A/A_0$ от частоты ω при разных δ , где A — динамическая амплитуда выходного сигнала, A_0 — статическая амплитуда, соответствующая разности выходных сигналов, измеренных после затухания переходного процесса для крайнего верхнего и нижнего положения волномера. Значение δ определялось по измерению профиля плотности. Фазовый сдвиг между колебаниями волномера и выходным сигналом практически отсутствовал. Такая сильная зависимость кривых от δ указывает на важность проведения динамической тарировки волномеров при измерении амплитуд внутренних волн резистивными датчиками в условиях плавного изменения плотности в зависимости от глубины.

В описанной системе силовое воздействие первой моды внутренних волн на горизонтальный неподвижный эллиптический цилиндр определяется следующими безразмерными параметрами:

$$h/b, \quad H/b, \quad \zeta = h_0/b, \quad \eta = a/b, \quad \delta = \delta/b, \quad k = kb, \quad \beta = b\sqrt{\omega/\nu}.$$

Здесь a — амплитуда внутренних волн (осредненное по толщине пикноклина вертикальное смещение жидких частиц, погрешность измерения a с помощью волномеров типа [10] не превышала 7%); h_0 — расстояние от свободной поверхности до центра цилиндра; ν — кинематическая вязкость жидкости. Значения параметров h/b и H/b фиксированы.

Исследованы три варианта положения тела относительно пикноклина: в середине верх-

него слоя при $\zeta = 2,0$, вблизи границы раздела сред в верхнем и нижнем слое при $\zeta = 3,5$ и $\zeta = 5,4$ соответственно.

Для каждого заглубления параметр, характеризующий толщину пикноклина, варьировался в пределах $0,45 < \delta < 2,5$. Изменение толщины пикноклина происходило за счет диффузии глицерина. Значение $\delta = 0,9$ достигалось через 24 ч после заливки верхнего слоя жидкости [10]. Для каждой пары значений ζ и δ измерялась зависимость волновых нагрузок от амплитуды и длины набегающих волн. Соответствующие характерные параметры изменялись в пределах $0,1 < \eta < 0,4$ и $0,2 < k < 1,1$.

Оказалось, что при малых значениях η волновые нагрузки пропорциональны амплитуде волны в пределах точности измерений для всех серий опытов. Известно, что при малых по сравнению с размерами тела амплитудах колебаний частиц жидкости эффекты вязкости жидкости проявляются незначительно, и изменение параметра Стокса β практически не влияет на волновые нагрузки [11, 12]. Аналогичный результат был получен и в настоящей работе. Диапазон изменения параметра Стокса составил $20 < \beta < 30$. Отметим, что кинематические вязкости верхнего и нижнего слоя жидкости отличались не более чем на 10 %.

Амплитуды волновых нагрузок нормировались на масштаб инерционных сил $\rho_0 S \dot{u}_x$ и $\rho_0 S \dot{u}_y$, так что

$$C_x = F_x / \rho_0 S \dot{u}_x, \quad C_y = F_y / \rho_0 S \dot{u}_y, \quad (3)$$

где \dot{u}_x, \dot{u}_y — амплитуды локальных ускорений частиц жидкости на глубине, соответствующей центру цилиндра; S — площадь поперечного сечения эллиптического цилиндра; F_x, F_y — амплитуды горизонтальной и вертикальной сил, действующих на цилиндр единичной длины.

Использование теории первого порядка [8] с учетом дисперсионного соотношения (2) дает следующую оценку амплитуд локальных ускорений:

$$\begin{aligned} \dot{u}_x &= \frac{a\omega^2 \operatorname{ch} kh_0}{\operatorname{sh} kh}, & \dot{u}_y &= \frac{a\omega^2 \operatorname{sh} kh_0}{\operatorname{sh} kh} & \text{при } -h < z < 0, \\ \dot{u}_x &= \frac{a\omega^2 \operatorname{ch} k(H-h_0)}{\operatorname{sh} k(H-h)}, & \dot{u}_y &= \frac{a\omega^2 \operatorname{sh} k(H-h_0)}{\operatorname{sh} k(H-h)} & \text{при } -H < z < -h. \end{aligned} \quad (4)$$

Указанная нормировка позволяет в наиболее простом виде представить экспериментальные данные для тела, находящегося в слое однородной жидкости (см., например, [11, 13]). Для тела, находящегося в зоне плавного изменения плотности, суммарное силовое воздействие определяется не только инерционными нагрузками, но и эффектами дифракции и влиянием переменной силы плавучести. Однако в этом случае для разделения суммарной силы, измеряемой в опытах, на составляющие различной физической природы необходимо привлечение дополнительных гипотез. Поэтому в данной работе для всех заглублений тела используется нормировка (3). Следует отметить, что применение соотношений (4) для частиц жидкости, расположенных внутри пикноклина, дает завышенные оценки, которые в этом случае надо рассматривать просто как параметры нормировки.

Результаты измерений сил, действующих на эллиптический цилиндр, расположенный в верхнем слое жидкости при $\zeta = 2$, представлены на рис. 3, а, б соответственно в виде зависимостей C_x и C_y от безразмерного волнового числа k при разных δ . При всех значениях δ влияние силы плавучести полностью отсутствовало. Однако приведенные результаты показывают, что даже в этом случае проявляется существенная зависимость коэффициентов

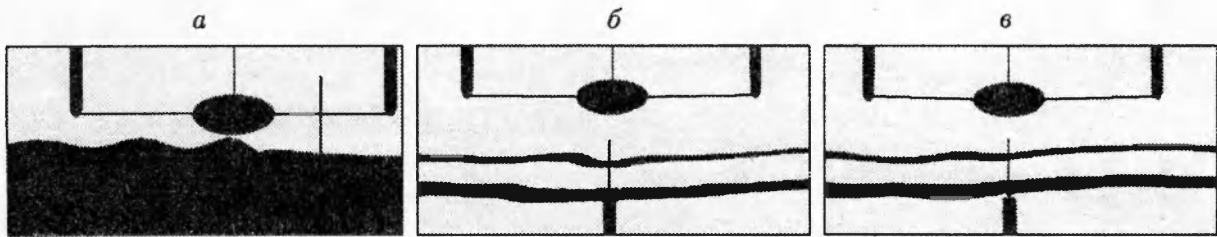


Рис. 4

сил от толщины пикноклина.

В случае резкого скачка плотности ($\bar{\delta} = 0,5$) коэффициент суммарной силы $C_x \sim 1,5$ в широком диапазоне \bar{k} , т. е. близок к полученному теоретически коэффициенту инерционной силы для эллиптического цилиндра с отношением осей 2:1, помещенного в поток безграничной идеальной жидкости, совершающей поступательные колебания вдоль большой оси эллипса (при колебаниях вдоль малой оси эллипса соответствующий коэффициент равен 3 [14]). Увеличение C_x с ростом $\bar{\delta}$ связано, по-видимому, с относительным уменьшением толщины верхнего слоя жидкости постоянной плотности и с возникающим эффектом загромождения потока.

Зависимость C_y от $\bar{\delta}$ имеет более сложный характер и в некотором диапазоне безразмерных волновых чисел \bar{k} немонотонна. Обращает на себя внимание линейная зависимость $C_y = 2 - 1,2\bar{k}$ в случае резкого скачка плотности ($\bar{\delta} = 0,5$). Следует отметить, что при всех сочетаниях $\bar{\delta}$ и \bar{k} значения C_y существенно меньше 3.

Фазовые сдвиги между колебаниями пикноклина и нагрузками, действующими на эллиптический цилиндр, составили $104,9^\circ \pm 1,5^\circ$ и $201,2^\circ \pm 2,2^\circ$ для горизонтальной и вертикальной сил соответственно. Влияния параметра $\bar{\delta}$ на фазовые сдвиги в этой серии опытов не обнаружено. При расположении эллиптического цилиндра вблизи пикноклина фазовые сдвиги не измерялись, а параметры набегающих внутренних волн регистрировались в точке, удаленной от центра цилиндра на 12 см.

Можно предположить, что характер зависимостей C_x и C_y от \bar{k} , $\bar{\delta}$ связан с порождением высших мод волновых движений жидкости. Типичная картина дифракции волн на теле в случае тонкого пикноклина ($\bar{\delta} = 0,5$) представлена на рис. 4, а (волны распространяются справа налево). В изученном диапазоне параметров набегающая волна была представлена первой модой, а эффекты отражения волн практически отсутствовали. Частота набегающей волны $\omega = 0,745$ рад/с, длина волны $\lambda = 56$ см. За телом наблюдаются волны второго порядка, имеющие удвоенную частоту колебаний по сравнению с частотой набегающих волн. Основное отличие от аналогичных эффектов, наблюдаемых для поверхностных волн (см., например, [13, 15]), состоит в том, что в силу дисперсионного соотношения (1) даже при малых $\bar{\delta}$ длина волн второго порядка λ' оказывается весьма малой (в приведенном примере $\lambda' = 7,5$ см), и их влияние на силы, действующие на тело, практически отсутствует. Выполненный с помощью ЭВМ спектральный анализ сигнала, поступающего от датчиков сил, показал, что амплитуда второй гармоники пренебрежимо мала по сравнению с амплитудой первой гармоники (менее 2%).

Кроме того, если частота набегающих волн $\omega > N_{\max}/2$ (N_{\max} — максимальная частота Вайсяля — Брента $N(z) = \sqrt{-g\partial\rho/\rho\partial z}$), то прогрессивные волны второго порядка не порождаются. Этот эффект проиллюстрирован на рис. 4, б, в (границы прослойки зачер-

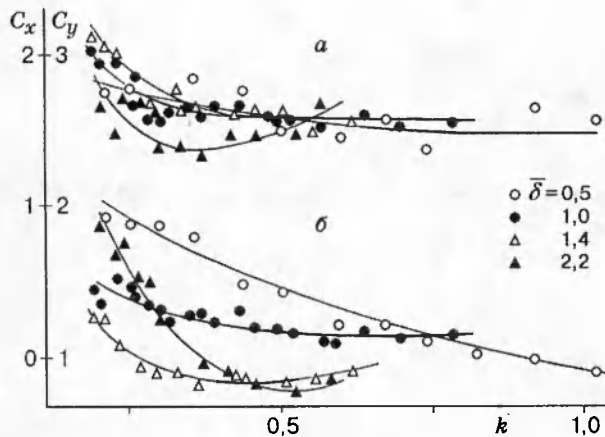


Рис. 5

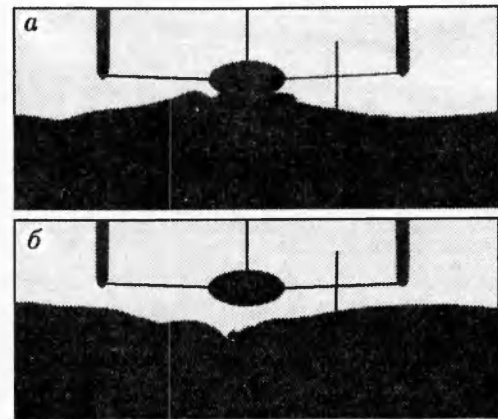


Рис. 6

нены) при $\bar{\delta} = 1,5$, $N_{\max} = 1,58$ рад/с. При таком значении $\bar{\delta}$ может породиться вторая мода колебаний жидкости. Если $\omega < 0,5N_{\max}$, волновая картина за телом представляет собой сумму колебаний первой и второй моды, а также волн второго порядка (рис. 4, б, $\omega = 0,773$ рад/с, $\lambda = 44$ см, $\lambda' = 6,5$ см). При $\omega > 0,5N_{\max}$ за телом наблюдаются только волны первой и второй моды (рис. 4, в, $\omega = 0,83$ рад/с, $\lambda = 37$ см, $\lambda_2 = 11,5$ см — длина волны второй моды). Следует отметить, что колебаниям с частотой $0,5N_{\max}$ соответствует длина волны $\lambda = 42$ см.

На практике из-за вязкой диссипации внутренних волн верхний порог частот набегающих внутренних волн ограничен $\omega \sim 0,7N_{\max}$. С этим связано сужение изученного диапазона k с ростом $\bar{\delta}$.

При приближении эллиптического цилиндра к границе раздела сред влияние параметра $\bar{\delta}$ увеличивается. Зависимости C_x и C_y от \bar{k} и $\bar{\delta}$ представлены соответственно на рис. 5, а, б для $\zeta = 3,5$ (тело находится в верхнем слое вблизи границы раздела сред).

Для малых значений $\bar{\delta}$ влияние переменной силы плавучести было пренебрежимо мало, что позволяет сопоставить результаты этой серии опытов с результатами предыдущей, полученными в сходных условиях. Из сравнения рис. 3 и 5 видно, что при $\zeta = 3,5$ значения C_x и C_y немного увеличиваются для длинных волн ($\bar{k} < 0,5$), а линейная зависимость C_y от k несколько искажается.

Зависимость C_x от $\bar{\delta}$ становится немонотонной. При увеличении $\bar{\delta}$ тело частично погружается в пикноклин, и наблюдается рост амплитуд горизонтальной силы при набегаии длинных волн, что, по-видимому, связано с появлением дополнительных нагрузок от удара волны по телу. Наблюдаемая при этом картина обтекания типа слеминга показана на рис. 6 (волны распространяются справа налево). Для наглядности представлены волны большой амплитуды. При ударе волны образуется струйное течение жидкости, однако из-за малой разности плотностей возмущение распространяется почти горизонтально. Вблизи задней кромки цилиндра образуется вихрь, который затем отрывается и уходит вниз вместе с волной (рис. 6, б). Слева от цилиндра хорошо видны возмущения второго порядка. При дальнейшем увеличении толщины пикнсклина цилиндр оказывается полностью погруженным в зону плавного изменения плотности, коэффициент горизонтальной силы C_x вновь уменьшается.

Вертикальные волновые нагрузки с увеличением $\bar{\delta}$ уменьшаются. Это связано с тем,

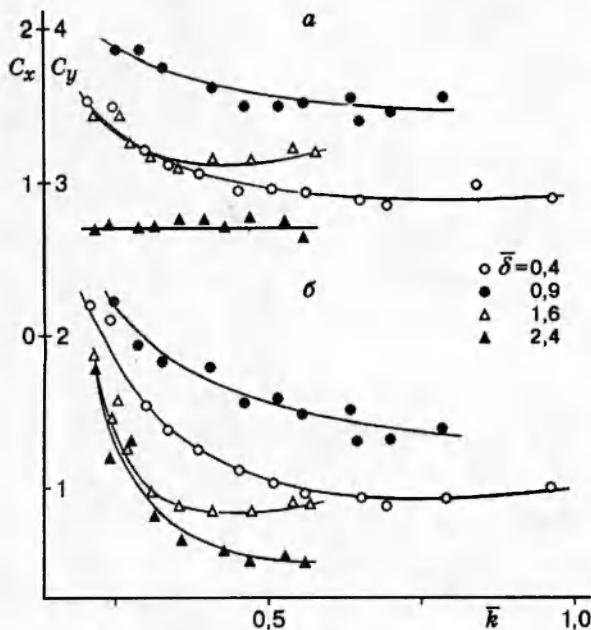


Рис. 7

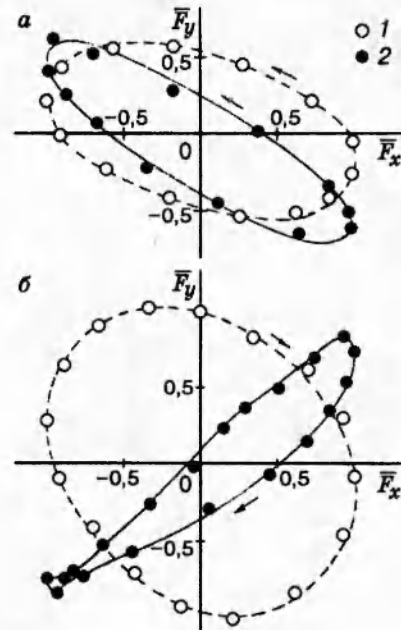


Рис. 8

что силы инерции и силы плавучести действуют в противофазе, и возможна их взаимная компенсация [7]. Вводя гипотезу о том, что распределение плотности при прохождении внутренних волн не искажается и вблизи тела может считаться линейным, нетрудно показать, что соотношение сил инерции и плавучести определяется параметром $\alpha = \omega^2/N^2(z_0)$, имеющим физический смысл числа Фруда. При $\alpha < 1$ доминируют силы плавучести, при $\alpha > 1$ — силы инерции (для однородной жидкости $\alpha \rightarrow \infty$). Рост C_y с увеличением толщины пикноклина при малых значениях \bar{k} является особенностью выбранной нормировки (3), (4), так как для длинных волн относительная роль сил плавучести возрастает.

Зависимости C_x и C_y , имеющие место для тела, расположенного под пикноклином ($\zeta = 5,4$), приведены на рис. 7, а, б. Особенность этого случая в том, что в изученном диапазоне длин волн нижний слой жидкости можно считать бесконечно глубоким ($k(H-h) > 3$). Из сравнения рис. 5 и 7 видно, что при малых значениях $\bar{\delta}$ коэффициенты C_x и C_y для тела под пикноклином существенно меньше соответствующих коэффициентов для тела над пикноклином. И в дальнейшем влияние параметра $\bar{\delta}$ на C_x, C_y также очень сильное. Наибольшие волновые нагрузки имеют место, когда эллиптический цилиндр частично погружен в пикноклин. При этом наблюдаются явления типа выхода тела из воды, а вертикальная и горизонтальная силы увеличиваются в 1,5 раза. Дальнейший рост толщины пикноклина приводит к заметному уменьшению волновых нагрузок. Однако в обоих случаях расположения тела вблизи пикноклина полной компенсации вертикальных сил не наблюдалось, хотя параметр α изменялся в пределах $0,1 < \alpha < \infty$. С увеличением толщины пикноклина амплитуда вертикальных сил уменьшалась примерно в 2 раза.

Наглядное представление об изменении характера силового воздействия внутренних волн при росте $\bar{\delta}$ дает построение годографов вектора суммарной силы, которые представлены на рис. 8 для цилиндра, расположенного над (а) и под (б) пикноклином. Наибольший интерес представляет форма кривых, поэтому длина вектора силы \mathbf{R} в каждом опыте нормировалась на амплитуду горизонтальной силы F_x (по осям отложены $\bar{F}_{x,y} = R_{x,y}/F_x$,

стрелками указано направление обхода). При малых значениях $\bar{\delta}$ годографы вектора силы представляют собой кривую, близкую к эллипсу. Для рис. 8,а $\bar{\delta} = 1,3$, $k = 0,6$, для рис. 8,б $\bar{\delta} = 0,4$, $k = 0,29$ (точки 1 и штриховые линии). С ростом $\bar{\delta}$ появляется четко выраженное направление, вдоль которого результирующее силовое воздействие максимально. Для рис. 8,а $\bar{\delta} = 2,2$, $k = 0,58$, для рис. 8,б $\bar{\delta} = 1,6$, $k = 0,28$ (точки 2 и сплошные линии). В опытах это направление отличалось от горизонтального на угол до 45° . Амплитуды сил, действующих перпендикулярно данному направлению, меньше в 5–6 раз. Кривые на рис. 8 отвечают значениям k , отличающимся не более чем на 3,5%. Эксперименты показали, что изменение параметра k при фиксированном значении $\bar{\delta}$ оказывает слабое влияние на форму кривых.

Характер изменения годографов вектора суммарной силы позволяет предположить, что при набегании внутренних волн первой моды на расположенное в широком пикноклине тело вблизи него генерируются мелкомасштабные внутренние волны типа описываемых «лучевой» теорией [8, 16]. При этом происходит своеобразная «поляризация» силового воздействия, причем наибольший вклад в выбор направления максимального силового воздействия, по-видимому, вносит прослойка, в которой распределение плотности линейно, а частота Вайсяля — Брента близка к N_{\max} . Угол θ , характеризующий линию, вдоль которой силовое воздействие максимально, для полученных в опытах годографов определяется выражением $\theta = \arcsin(\omega/N_{\max})$. Выбор знака угла зависел от направления орбитального движения частиц жидкости в каждом слое. Поэтому случаи расположения тела над и под пикноклином оказываются зеркально-симметричными, как это видно из сравнения рис. 8,а и б.

Следует отметить, что направление вращения вектора суммарной силы, совпадающее в каждом слое с направлением орбитального движения жидких частиц, не зависит от $\bar{\delta}$, хотя в одном случае (рис. 8) вертикальные нагрузки определяются силами инерции (штриховые линии и точки 1), а в другом — силами плавучести (сплошные линии и точки 2).

Авторы выражают искреннюю признательность И. В. Стуровой за полезное обсуждение полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда и Правительства России (грант JHX100).

ЛИТЕРАТУРА

1. Osborne A. R., Burch T. L., Scarlet R. I. The influence of internal waves on deep-water drilling // J. Petroleum Techn. 1978. V. 30, October. P. 1497–1504.
2. Разумеенко Ю. В. Лабораторное моделирование взаимодействия внутренних волн с подводными аппаратами // Проблемы стратифицированных течений: Тез. докл. Всесоюз. конф. Канев, 1991. Ч. 2.
3. Ерманюк Е. В. Экспериментальное изучение силового воздействия внутренних волн на неподвижную сферу // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 103–107.
4. Стурова И. В. Плоская задача о гидродинамической качке погруженного тела без хода в двухслойной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 144–155.
5. Стурова И. В. Плоская задача о гидродинамической качке погруженного тела при наличии хода в двухслойной жидкости // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 32–44.

6. Lighthill J. Fundamentals concerning loading on offshore structures // J. Fluid Mech. 1986. V. 173. P. 667–683.
7. Разумеенко Ю. В. Изменчивость гидрофизических полей Мирового океана и проблемы управляемости подводных объектов в реальном океане // Международный симпозиум по гидродинамике судна. С.-Петербург, 1995. С. 275–288.
8. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеиздат, 1980.
9. Стурова И. В. Влияние аномальных дисперсионных зависимостей на рассеяние и генерацию внутренних волн // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 47–54.
10. Букреев В. И., Гаврилов Н. В., Гусев А. В. Внутренние волны в пикноклине при движении крыла над барьером // ПМТФ. 1991. Т. 32, № 4. С. 68–74.
11. Moberg G. Wave forces on a vertical slender cylinder. Goteborg, 1988 (Chalmers Univ. Technol. Rep. Ser. A: 16).
12. Sarpkaya T. Forces on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan — Carpenter numbers // J. Fluid Mech. 1986. V. 165. P. 61–77.
13. Chaplin J. R. Nonlinear forces on a horizontal cylinder beneath waves // J. Fluid Mech. 1984. V. 147. P. 449–464.
14. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1.
15. Longuet-Higgins M. S. The mean forces exerted by waves on floating or submerged bodies with applications to sand bars and wave power machines // Proc. Roy. Soc. London. 1977. V. A 352. P. 463–480.
16. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977.

*Поступила в редакцию 12/VII 1995 г.,
в окончательном варианте — 22/VIII 1995 г.*
