УДК 532.5

ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ ВДОЛЬ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ, ПОГРУЖЕННОЙ В СТРАТИФИЦИРОВАННУЮ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ И КОНЦЕНТРАЦИИ ПОРИСТУЮ СРЕДУ, ФИЛЬТРАЦИЯ ЧЕРЕЗ КОТОРУЮ НЕ ПОДЧИНЯЕТСЯ ЗАКОНУ ДАРСИ

Д. Сринивасачарья, О. Сюрендер

Национальный технологический институт, Варангал, Индия
E-mails: dsrinivasacharya@yahoo.com, reddysurender3@gmail.com

Получено неавтомодельное решение задачи о естественной конвекции тепла и массы вдоль вертикальной пластины с постоянными температурой и концентрацией вещества на ней, погруженной в стратифицированную по температуре и концентрации пористую среду, фильтрация через которую происходит в соответствии с законом Дарси — Форхгеймера. Нелинейные уравнения задачи с соответствующими краевыми условиями записаны в безразмерных псевдоавтономных переменных. Методом ячеек Келлера численно решена нелинейная система дифференциальных уравнений. Изучено влияние параметра плавучести, числа Форхгеймера, параметров температурной и концентрационной стратификации на безразмерные скорость, температуру, концентрацию и коэффициенты переноса тепла и массы.

Ключевые слова: естественная конвекция, стратифицированная среда, закон Дарси — Форхгеймера.

DOI: 10.15372/PMTF20150406

Введение. Конвекция в пористой среде имеет многочисленные приложения (геотермические системы, ядерные реакторы, установки, используемые в нефтяной промышленности, технологии изготовления теплозащитных материалов и т. п.).

Процессы переноса тепла и массы в пористой среде в результате свободной конвекции изучались во многих работах. Эти процессы играют существенную роль в термоизоляции, распределении температуры и влажности на сельскохозяйственных полях и плантациях фруктовых деревьев, при защите урожаев от заморозков и окружающей среды от загрязнения, извлечении сырой нефти, в химических каталитических реакторах и т. п.

Результаты исследования естественной конвекции тепла и массы вблизи вертикальной поверхности, погруженной в пористую среду, насыщенную жидкостью, приведены в работе [1].

В [2] представлены результаты аналитического и численного исследования движения жидкости под действием сил плавучести и переноса тепла и массы вблизи вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, при условии, что температура пластины поддерживается постоянной. Учитывается также влияние потока тепла.

В [3] приведено автомодельное решение задачи о плавучести, вызывающей перенос тепла и массы от вертикальной пластины, погруженной в насыщенную пористую среду.

Предполагается, что температура пластины и концентрация вещества на ней постоянны и через пластину поступают постоянные потоки тепла и массы.

В [4] проведено исследование свободной конвекции в неавтомодельном пограничном слое на вертикальной пластине, погруженной в насыщенную жидкостью пористую среду, с учетом массопереноса на поверхности и генерации внутреннего тепла. В [5] на основе численного анализа изучено влияние рассеяния и излучения тепла на свободную конвекцию, не подчиняющуюся закону Дарси, вблизи вертикальной пластины, поддерживаемой при высокой постоянной температуре и погруженной в насыщенную пористую среду.

В [6] исследована двухдиффузионная естественная конвекция вблизи наклонной шероховатой поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду. Температура поверхности и концентрация вещества на ней полагаются постоянными.

В [7] изучалась естественная конвекция в пористой среде, не подчиняющаяся закону Дарси, с учетом зависимости плотности от температуры и концентрации. В [8] получено неавтомодельное решение задачи о свободной конвекции вблизи вертикальной пластины, погруженной в насыщенную пористую среду, при наличии массопереноса на поверхности. В [9] получено численное решение задачи о свободной конвекции тепла в вязкой жидкости вблизи проницаемой поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду, с учетом вязкой диссипации и зависимости свойств жидкости от температуры. В [10] исследована свободная конвекция тепла в пористой среде вблизи вертикального цилиндра с неравномерно нагретой поверхностью.

С помощью численных методов естественная конвекция в потоке жидкости вблизи пористой пластины, погруженной в пористую среду, с учетом эффектов Дюфура и Соре изучалась в [11]. В [12] с использованием модели взаимодействия жидкости и конструкции численными методами исследовалась естественная конвекция тепла, не подчиняющаяся закону Дарси, в замкнутой области квадратной формы, заполненной пористой средой.

В последнее время проводятся исследования естественной конвекции в стратифицированной среде вблизи вертикальной пластины, поскольку такая конвекция встречается как в геофизических процессах, так и в течениях, используемых в промышленных установках. Такая конвекция происходит при отражении тепла от поверхности воды в озерах, реках и морях, при эксплуатации геотермальных установок, а также при передаче тепла от электростанций. Однако изучению влияния двойной стратификации на конвекцию в пористой среде уделяется недостаточно внимания.

Стратификация происходит либо вследствие наличия градиента температуры или градиента концентрации, либо вследствие наличия в потоке различных жидкостей. Ввод тепловой энергии в замкнутые объемы, заполненные жидкостью, часто является причиной возникновения тепловой стратификации.

В работе [13] исследовано влияние двойной стратификации на естественную двухдиффузионную конвекцию от вертикальной проницаемой пластины в пористой среде, не подчиняющуюся закону Дарси.

Перенос тепла и массы в результате естественной конвекции вдоль вертикальной шероховатой поверхности в стратифицированной по температуре и концентрации жидкости в замкнутом объеме пористой среды численно исследовался в работе [14]. В [15] решена задача о неустановившейся конвекции тепла потоком вдоль бесконечной вертикальной пластины, погруженной в стратифицированную по температуре пористую среду. В работе [16] с использованием численных методов исследована свободная конвекция тепла и массы от вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, подчиняющаяся закону Дарси, с учетом эффектов Дюфура и Соре. В [17] предложена математическая модель не подчиняющейся закону Дарси естественной конвекции в двумерном установившемся несжимаемом потоке на пластине, непрерывно движущейся в сверхпористой среде.

С использованием теории масштабов и численных методов в [18] исследована неустановившаяся естественная конвекция в пограничном слое первоначально стратифицированной жидкости, примыкающем к вертикальной пластине, нагреваемой однородным потоком тепла. Число Прандтля предполагалось меньшим единицы.

В [19] исследована естественная конвекция тепла и массы в неньютоновской жидкости вблизи шероховатой поверхности, погруженной в насыщенную пористую среду, стратифицированную по температуре и концентрации.

В [20] изучена естественная конвекция тепла и массы вдоль вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, не подчиняющуюся закону Дарси и насыщенную стратифицированной микрополярной жидкостью.

В [21] получено в виде рядов решение задачи о естественной конвекции в неавтомодельном пограничном слое жидкости вблизи вертикальной проницаемой поверхности. В [22] изучалась естественная конвекция тепла и массы от вертикальной шероховатой стенки при наличии поверхностных потоков тепла и массы в пористую среду, не подчиняющуюся закону Дарси и стратифицированную по температуре и концентрации.

В [23] исследовалась свободная конвекция тепла и массы в микрополярной жидкости вдоль вертикальной пластины с однородной постоянной температурой. Пластина находилась под действием постоянного потока тепла и была погружена в насыщенную пористую среду, фильтрация через которую не подчиняется закону Дарси.

В работах, посвященных изучению конвекции, основное внимание уделялось построению автомодельных решений, поскольку они имеют ясный физический смысл и их получение не вызывает затруднений.

Однако в реальных процессах неавтомодельные течения в пограничных слоях встречаются значительно чаще, чем автомодельные течения. Поэтому в данной работе строится неавтомодельное решение задачи о естественной конвекции тепла и массы вдоль вертикальной пластины с постоянными температурой и концентрацией, погруженной в стратифицированную пористую среду, процесс фильтрации через которую не описывается законом Дарси. Предполагается, что температура и концентрация окружающей среды изменяются по линейному закону. Для решения нелинейных уравнений задачи используется метод конечных разностей, предложенный в работе [24]. Исследуется влияние на конвекцию параметров стратификации, числа Льюиса, числа Форхгеймера, параметров плавучести.

1. Постановка задачи. Рассматривается задача о естественной конвекции тепла и массы, не подчиняющейся закону Дарси, в установившемся потоке несжимаемой стратифицированной вязкой жидкости, движущемся вдоль полубесконечной вертикальной пластины, погруженной в пористую среду. Ось x направлена вверх вдоль пластины, ось y — по нормали к ней, начало системы координат расположено на нижнем крае вертикальной пластины. Физическая модель и система координат показаны на рис. 1. Температура пластины T_w и концентрация потока на ней C_w считаются постоянными. Окружающая среда полагается стратифицированной в вертикальном направлении по линейному закону (как по температуре, так и по концентрации): $T_\infty(x) = T_{\infty,0} + A_1 x$, $C_\infty(x) = C_{\infty,0} + B_1 x$ (A_1, B_1 — постоянные, характеризующие интенсивность стратификации; $T_{\infty,0}$, $C_{\infty,0}$ — температура и концентрация окружающей среды соответственно). Предполагается, что в любой точке пограничного слоя температура T_w и концентрация C_w существенно больше температуры $T_{\infty,0}$ и концентрации $C_{\infty,0}$.

При формулировке задачи принимаются следующие допущения:

1) поток является двумерным установившимся ламинарным и несжимаемым;

2) пористая среда однородная и изотропная (плотность и проницаемость постоянные);

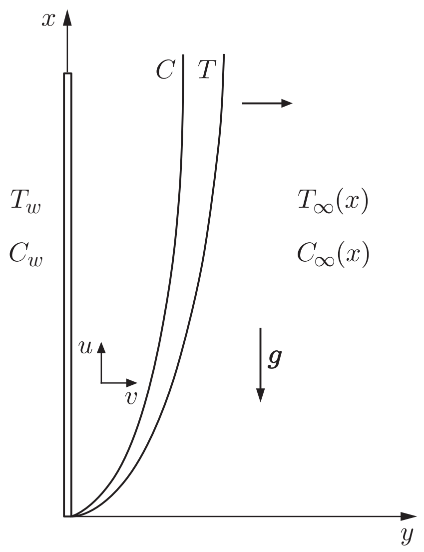


Рис. 1. Физическая модель задачи и система координат

3) характеристики жидкости являются постоянными, за исключением плотности, входящей в слагаемое для сил плавучести в уравнении движения;

4) справедлива зависимость Форхгеймера между градиентом давления и скоростью фильтрации (модель течения Форхгеймера);

5) применимы приближение Буссинеска и допущения теории пограничного слоя.

С учетом принятых допущений уравнения задачи записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad (2)$$

$$u + \frac{c\sqrt{K}}{\nu}\, u^2 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Kg}{\nu}\,[\beta_T(T - T_\infty) + \beta_C(C - C_\infty)]; \qquad (3)$$

$$u\,\frac{\partial T}{\partial x} + v\,\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\,\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \qquad u\,\frac{\partial C}{\partial x} + v\,\frac{\partial C}{\partial y} = D\,\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}.$$

Продифференцировав уравнения (2), (3), из них можно исключить давление p. В результате получаем

$$\begin{gathered}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2c\sqrt{K}}{\nu}\, u\,\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{Kg\beta_T}{\nu}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{Kg\beta_C}{\nu}\,\frac{\partial C}{\partial y},\\ u\,\frac{\partial T}{\partial x} + v\,\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\,\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \qquad u\,\frac{\partial C}{\partial x} + v\,\frac{\partial C}{\partial y} = D\,\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}.\end{gathered} \qquad (4)$$

В (1)–(4) u, v — компоненты вектора скорости в направлениях осей x и y соответственно; T — температура; C — концентрация; β_T, β_C — температурный и концентрационный коэффициенты соответственно; ν — кинематическая вязкость жидкости; c — эмпирический коэффициент в соотношении Форхгеймера; K — проницаемость; g — ускорение свободного падения; α, D — коэффициенты термодиффузии и диффузии вещества соответственно.

Ставятся следующие граничные условия:

$$\begin{gathered} y = 0: \qquad v = 0, \quad T = T_w, \quad C = C_w,\\ y \to \infty: \qquad u = 0, \quad T = T_\infty(x), \quad C = C_\infty(x).\end{gathered} \qquad (5)$$

В силу уравнения (1) введем функцию тока ψ:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (4) и используя безразмерные переменные

$$\xi = \frac{x}{L}, \qquad \eta = \frac{\mathrm{Ra}^{1/2}}{L\xi^{1/2}}\, y, \qquad \psi = \alpha\, \mathrm{Ra}^{1/2}\, \xi^{1/2} f(\xi, \eta),$$

$$T - T_\infty(x) = (T_w - T_{\infty,0})\theta(\xi, \eta), \qquad C - C_\infty(x) = (C_w - C_{\infty,0})\varphi(\xi, \eta),$$

получаем систему дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered} f'' + 2F_c f' f'' = \theta' + B\varphi', \\ \theta'' + \frac{1}{2}\, f\theta' - \varepsilon_1 \xi f' = \xi\Big(f'\,\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta'\,\frac{\partial f}{\partial \xi}\Big), \\ \frac{1}{\mathrm{Le}}\,\varphi'' + \frac{1}{2}\, f\varphi' - \varepsilon_2 \xi f' = \xi\Big(f'\,\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \varphi'\,\frac{\partial f}{\partial \xi}\Big), \end{gathered} \tag{7}$$

где L — длина пластины; штрих обозначает производную по переменной η; $\mathrm{Ra} = Kg\beta_T(T_w - T_{\infty,0})L/(\alpha\nu)$ — число Рэлея; $F_c = c\sqrt{K}\,\mathrm{Ra}\,/(L\,\mathrm{Pr})$ — число Форхгеймера; $\mathrm{Pr} = \nu/\alpha$ — число Прандтля; $\mathrm{Le} = \alpha/D$ — коэффициент диффузии; $B = \beta_C(C_w - C_{\infty,0})/[\beta_T(T_w - T_{\infty,0})]$ — коэффициент плавучести; $\varepsilon_1 = A_1 L/(T_w - T_{\infty,0})$, $\varepsilon_2 = B_1 L/(C_w - C_{\infty,0})$ — параметры температурной и концентрационной стратификации соответственно.

Параметр B характеризует вклад термодиффузии и диффузии вещества в силы плавучести. При $B = 0$ диффузия массы отсутствует и поток движется только под действием сил термической плавучести (в этом случае наличие сил плавучести обусловлено только разностью температур). При $B > 0$ силы плавучести, наличие которых обусловлено термодиффузией и диффузией вещества, действуют в одном направлении, при $B < 0$ — в противоположных направлениях.

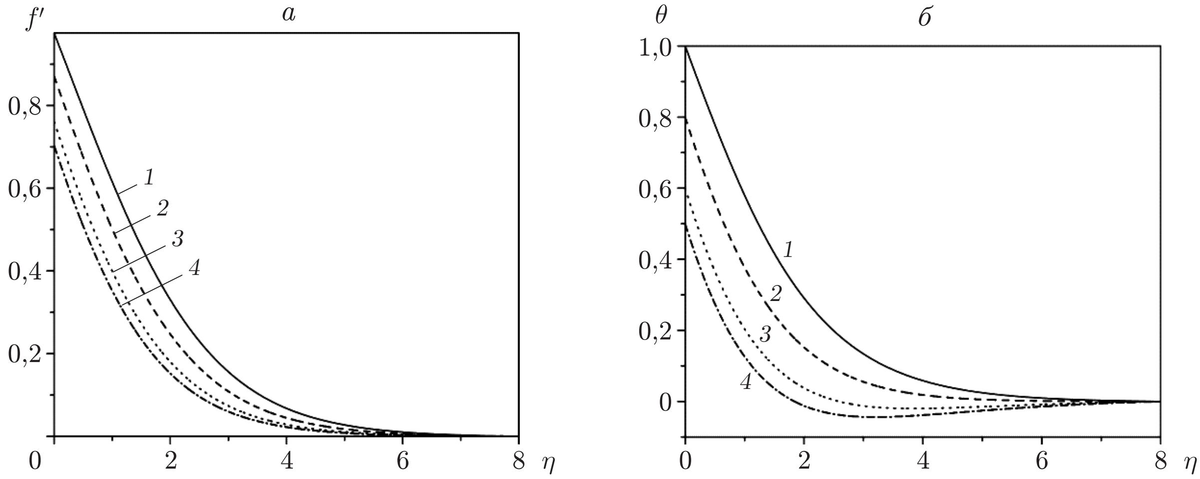
Краевые условия (5) в новых переменных имеют следующий вид:

$$\begin{gathered} f(\xi, 0) = -2\xi\Big(\frac{\partial f}{\partial \xi}\Big)\Big|_{\eta=0}, \qquad \theta(\xi, 0) = 1 - \varepsilon_1\xi, \qquad \varphi(\xi, 0) = 1 - \varepsilon_2\xi, \\ f'(\xi, \infty) = 0, \qquad \theta(\xi, \infty) = 0, \qquad \varphi(\xi, \infty) = 0. \end{gathered} \tag{8}$$

Представляет интерес исследование скорости переноса тепла и скорости переноса массы. Локальные числа Нуссельта Nu_ξ и Шервуда Sh_ξ определяются следующим образом:

$$\frac{\mathrm{Nu}_\xi}{\mathrm{Ra}^{1/2}} = -\xi^{1/2}\theta'(\xi, 0), \qquad \frac{\mathrm{Sh}_\xi}{\mathrm{Ra}^{1/2}} = -\xi^{1/2}\varphi'(\xi, 0).$$

2. Результаты исследования и их обсуждение. Уравнения (7) с краевыми условиями (8) являются системой нелинейных неоднородных уравнений, аналитическое решение которых получить невозможно. Поэтому было получено численное решение этих уравнений методом ячеек Келлера [24]. С помощью преобразования $f' = F$, $\theta' = G$, $\varphi' = P$ сначала система (7) была сведена к системе уравнений первого порядка. Затем частные производные по переменным ξ и η были заменены конечными центральными разностями в средних точках прямоугольной сетки в области переменных (ξ, η). Полученная система нелинейных алгебраических уравнений была линеаризована с использованием метода Ньютона и представлена в виде системы с блочной матрицей. Решение этой системы получено методом исключения для трехдиагональной блочной матрицы.



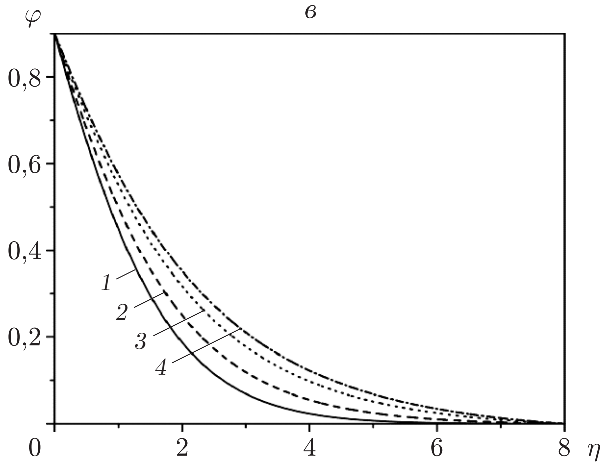


Рис. 2. Зависимости скорости (*а*), температуры (*б*) и концентрации (*в*) от параметра η при $\varepsilon_2 = 0{,}2$, $F_c = 0{,}5$, $B = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях параметра температурной стратификации ε_1:
1 — $\varepsilon_1 = 0$, *2* — $\varepsilon_1 = 0{,}4$, *3* — $\varepsilon_1 = 0{,}8$, *4* — $\varepsilon_1 = 1{,}0$

Начальные условия выбирались таким образом, чтобы они были согласованы с краевыми условиями. В качестве критерия сходимости итерационного процесса использовалась величина относительной погрешности двух последовательных приближений. Итерационный процесс заканчивался, когда эта погрешность достигала величины порядка 10^{-5}.

Установлено, что с использованием изложенного выше метода можно получить точное решение уравнений пограничного слоя. В данной работе условия на бесконечности заменялись условиями при достаточно большом, но конечном значении переменной η, при котором скорость, температуру и концентрацию можно считать практически равными нулю. В расчетах полагалось, что $\eta_\infty = 8$, при этом размер ячейки в направлении η равен 0,02. Для изучения влияния параметров стратификации ε_1, ε_2 вычисления были выполнены при различных значениях этих параметров и фиксированных значениях $F_c = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$, $B = 0{,}5$.

Проведено сравнение результатов численных расчетов, полученных описанным выше методом, и результатов работы [25] при $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = 0$, $\xi = 0$, $B = 0$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях F_c (см. таблицу).

Зависимости безразмерных скорости, температуры и концентрации от параметра η при различных значениях параметра температурной стратификации ε_1 приведены на рис. 2. Видно, что с увеличением параметра температурной стратификации скорость потока жидкости уменьшается (см. рис. 2,*а*). Это обусловлено тем, что наличие температурной стратификации приводит к уменьшению интенсивности конвекции в области между нагре-

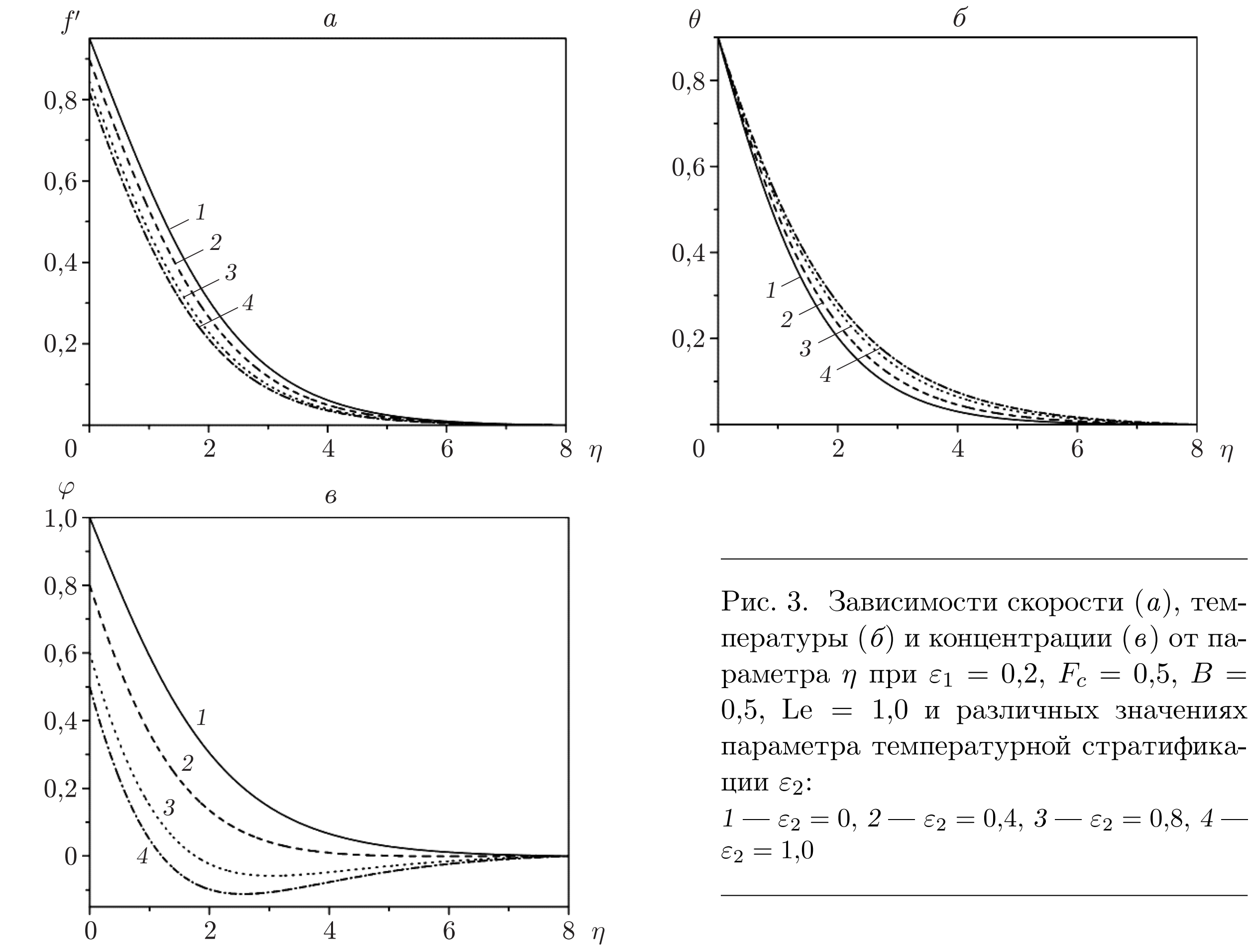


Рис. 3. Зависимости скорости (*а*), температуры (*б*) и концентрации (*в*) от параметра η при $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $F_c = 0{,}5$, $B = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях параметра температурной стратификации ε_2:
1 — $\varepsilon_2 = 0$, *2* — $\varepsilon_2 = 0{,}4$, *3* — $\varepsilon_2 = 0{,}8$, *4* — $\varepsilon_2 = 1{,}0$

той пластиной и окружающей жидкостью, а следовательно, и к уменьшению скорости пограничного слоя. При увеличении температурной стратификации температура жидкости уменьшается (см. рис. 2,*б*). При учете температурной стратификации различие температур пластины и окружающей жидкости уменьшается, поэтому толщина температурного пограничного слоя увеличивается, а его температура уменьшается. Концентрация жидкости увеличивается с увеличением параметра температурной стратификации (см. рис. 2,*в*).

Зависимости безразмерных скорости, температуры и концентрации от параметра η при различных значениях параметра концентрационной стратификации ε_2 приведены на рис. 3. Видно, что с увеличением параметра ε_2 скорость жидкости уменьшается, а температура увеличивается (см. рис. 3,*а,б*). Концентрация жидкости уменьшается с увеличением параметра ε_2 (см. рис. 3,*в*). Безразмерные температура и концентрация могут принимать отрицательные значения внутри пограничного слоя. Положение и длина интервала отрицательных значений этих величин зависят от значений других параметров. Это объясняется тем, что вблизи пластины температура и концентрация меньше, чем в окружающей стратифицированной среде. Такой же результат получен в работах [13, 14, 16, 26–28].

На рис. 4 приведены зависимости безразмерных скорости, температуры и концентрации от параметра η при различных значениях коэффициента плавучести B. Видно, что с увеличением коэффициента плавучести скорость жидкости увеличивается вблизи пластины и уменьшается вдали от нее (см. рис. 4,*а*). Температура и концентрация жидкости уменьшаются с увеличением коэффициента плавучести (см. рис. 4,*б,в*). Это обусловлено тем, что с увеличением коэффициента плавучести B увеличиваются скорость теплообме-

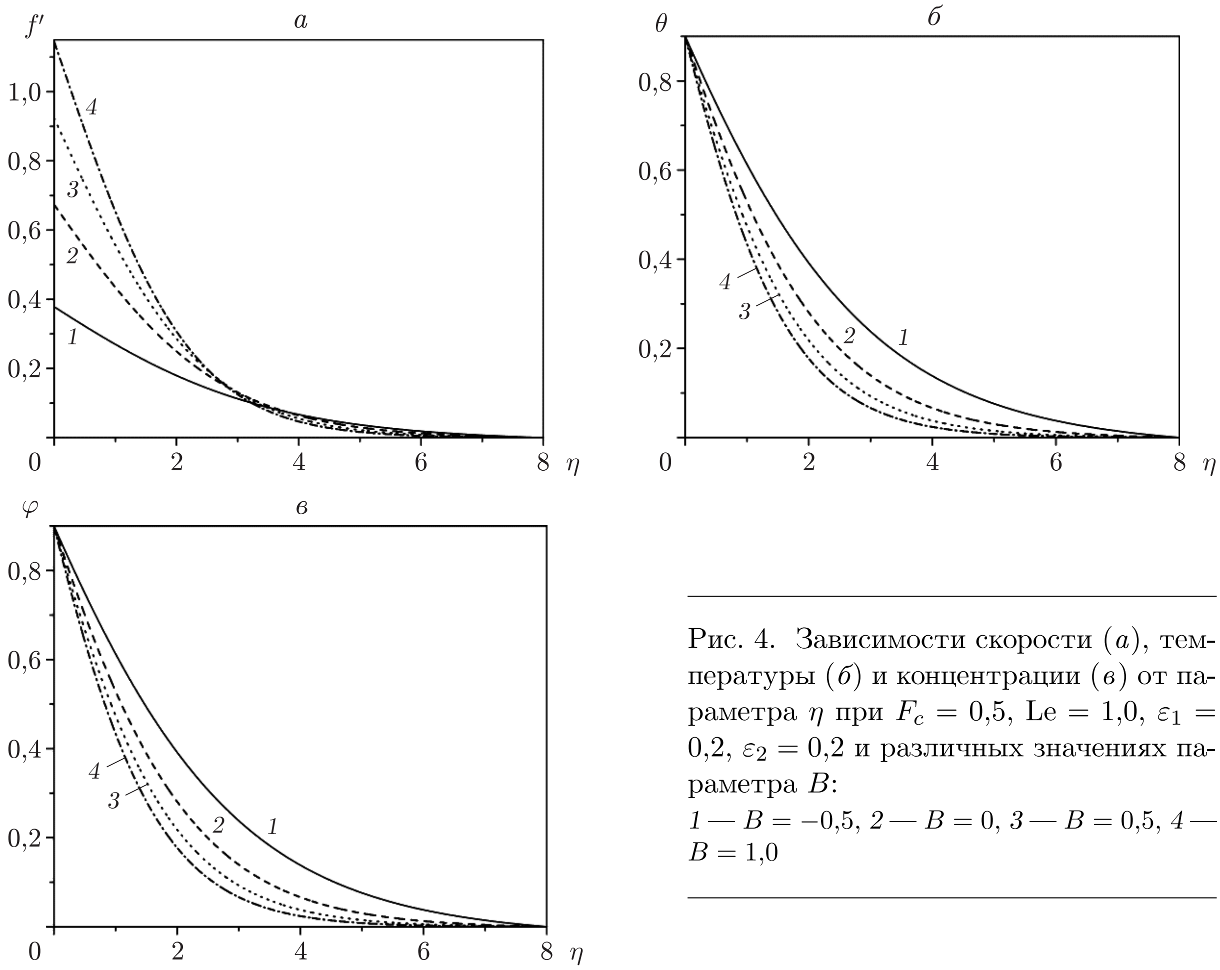


Рис. 4. Зависимости скорости (*а*), температуры (*б*) и концентрации (*в*) от параметра η при $F_c = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$, $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $\varepsilon_2 = 0{,}2$ и различных значениях параметра B:
1 — $B = -0{,}5$, *2* — $B = 0$, *3* — $B = 0{,}5$, *4* — $B = 1{,}0$

на на поверхности и скорость переноса массы. С увеличением коэффициента плавучести увеличивается скорость жидкости вблизи вертикальной пластины и поток, обладающий большой скоростью, переносит тепло с поверхности пластины. Вследствие этого уменьшаются толщины температурного и концентрационного пограничных слоев.

На рис. 5 приведены зависимости безразмерных скорости, температуры и концентрации от параметра η при различных значениях числа Форхгеймера. Видно, что с увеличением числа Форхгеймера скорость жидкости уменьшается вблизи пластины и увеличивается вдали от нее (см. рис. 5,*а*). Поскольку число Форхгеймера F_c характеризует силу инерционного сопротивления, с его увеличением увеличивается сопротивление потоку и как следствие уменьшается скорость жидкости вблизи пластины. В случае $F_c = 0$ фильтрация подчиняется закону Дарси. В этом случае скорость максимальна, так как отсутствует сила инерционного сопротивления. Температура жидкости увеличивается с увеличением числа Форхгеймера (см. рис. 5,*б*), поскольку движение жидкости замедляется и кинетическая энергия переходит в тепло. С увеличением числа Форхгеймера концентрация жидкости увеличивается (см. рис. 5,*в*), при этом увеличиваются толщины температурного и концентрационного пограничных слоев.

На рис. 6 представлены зависимости чисел Нуссельта и Шервуда от координаты ξ при различных значениях параметра температурной стратификации ε_1. С увеличением параметра температурной стратификации ε_1 локальная скорость переноса тепла увеличивается (см. рис. 6,*а*). При положительных значениях параметра ε_1 толщина пограничного слоя уменьшается вследствие уменьшения различия температур пластины и потока, что

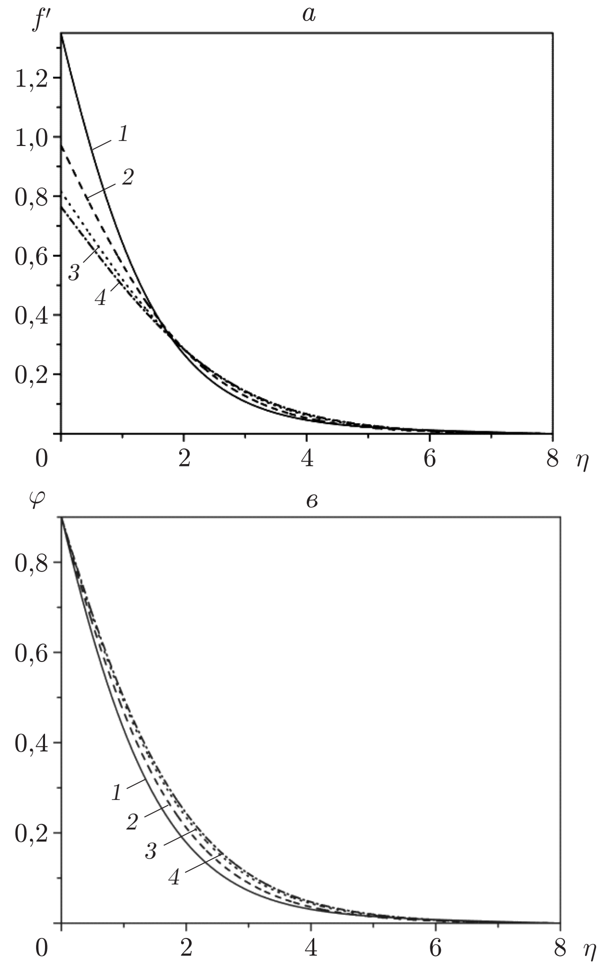


Рис. 5. Зависимости скорости (a), температуры ($б$) и концентрации ($в$) от параметра η при $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $\varepsilon_2 = 0{,}2$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$, $B = 0{,}5$ и различных значениях параметра F_c:
1 — $F_c = 0$, *2* — $F_c = 0{,}4$, *3* — $F_c = 0{,}8$, *4* — $F_c = 1{,}0$

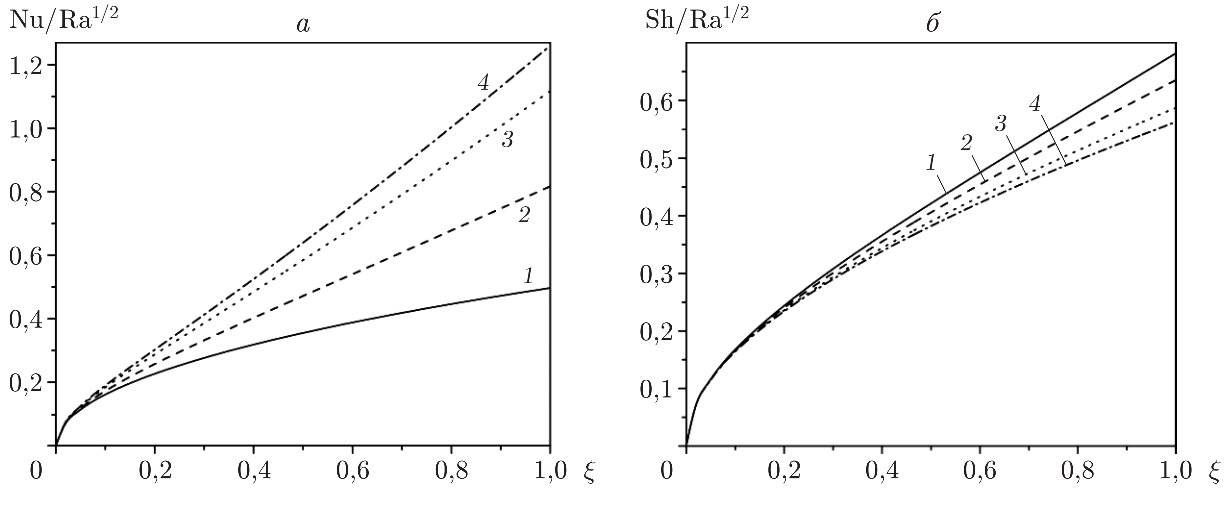


Рис. 6. Зависимости чисел Нуссельта (a) и Шервуда ($б$) от координаты ξ при $\varepsilon_2 = 0{,}2$, $F_c = 0{,}5$, $B = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях параметра ε_1:
1 — $\varepsilon_1 = 0$, *2* — $\varepsilon_1 = 0{,}4$, *3* — $\varepsilon_1 = 0{,}8$, *4* — $\varepsilon_1 = 1{,}0$

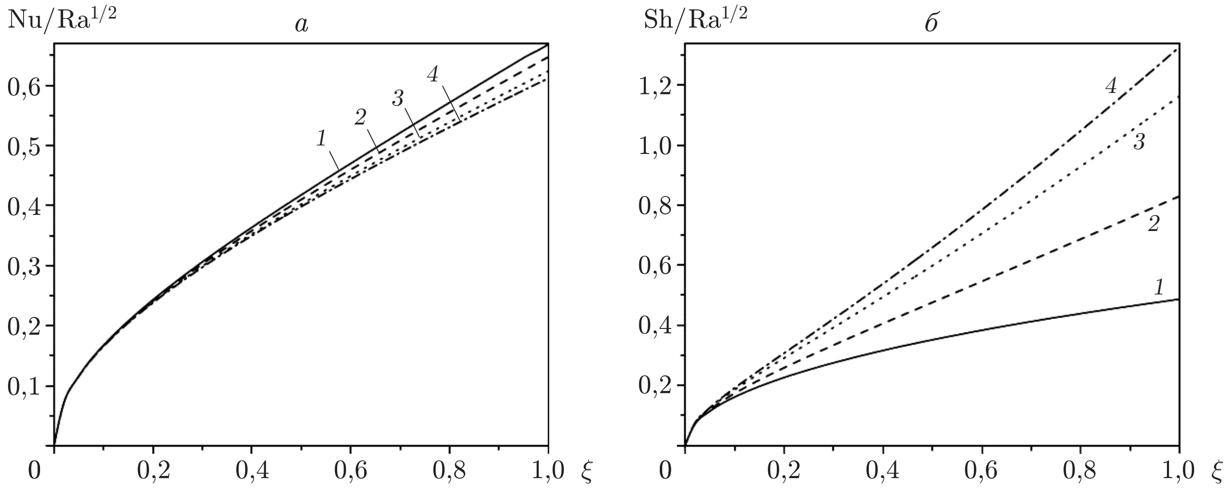


Рис. 7. Зависимости чисел Нуссельта (*а*) и Шервуда (*б*) от координаты ξ при $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $F_c = 0{,}5$, $B = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях параметра ε_2:
1 — $\varepsilon_2 = 0$, *2* — $\varepsilon_2 = 0{,}4$, *3* — $\varepsilon_2 = 0{,}8$, *4* — $\varepsilon_2 = 1{,}0$

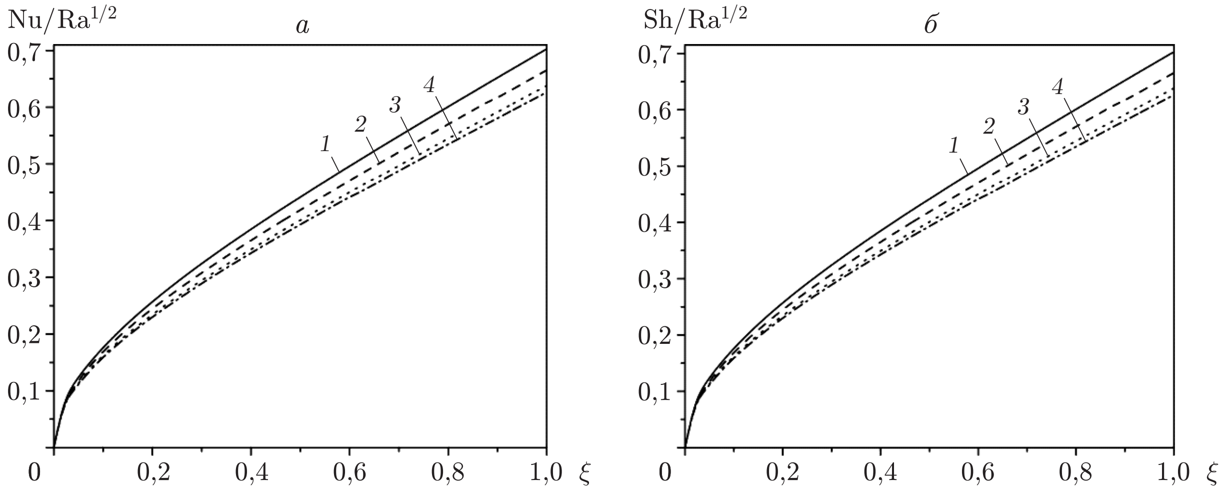


Рис. 8. Зависимости чисел Нуссельта (*а*) и Шервуда (*б*) от координаты ξ при $\varepsilon_1 = 0{,}2$, $\varepsilon_2 = 0{,}2$, $B = 0{,}5$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях параметра F_c:
1 — $F_c = 0$, *2* — $F_c = 0{,}4$, *3* — $F_c = 0{,}8$, *4* — $F_c = 1{,}0$

приводит к увеличению числа Нуссельта. С увеличением параметра температурной стратификации число Шервуда уменьшается (см. рис. 6,*б*).

На рис. 7 представлены зависимости чисел Нуссельта Nu и Шервуда Sh от координаты ξ при различных значениях параметра ε_2. Видно, что с увеличением параметра ε_2 локальная скорость переноса тепла незначительно уменьшается (см. рис. 7,*а*), а число Шервуда увеличивается (см. рис. 7,*б*).

Зависимости чисел Нуссельта Nu и Шервуда Sh от координаты ξ при различных значениях числа Форхгеймера представлены на рис. 8. Видно, что с увеличением числа Форхгеймера F_c числа Нуссельта и Шервуда уменьшаются. Поскольку F_c является инерционной силой сопротивления, с увеличением числа Форхгеймера возрастает сопротивление движению потока.

Заключение. В работе приведены результаты исследования свободной конвекции тепла и массы вблизи вертикальной стенки стратифицированным по температуре и кон-

Значения $\theta'(0)$ и $f'(0)$ при $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = 0$, $B = 0$, $\mathrm{Le} = 1{,}0$ и различных значениях F_c

F_c	$\theta'(0)$		$f'(0)$	
	Данные [25]	Данные настоящей работы	Данные [25]	Данные настоящей работы
0	−0,443 90	−0,443 91	1,000 00	1,000 00
0,01	−0,442 32	−0,442 32	0,990 20	0,990 20
0,10	−0,429 69	−0,429 69	0,916 08	0,916 08
1,00	−0,366 17	−0,366 17	0,618 03	0,618 03
10,00	−0,251 26	−0,251 26	0,270 16	0,270 16

центрации потоком ньютоновской жидкости в пористой среде. Зависимость между скоростью фильтрации жидкости и градиентом давления описывается зависимостью Форхгеймера.

Получено численное решение задачи при различных значениях параметров температурной и концентрационной стратификаций и параметра плавучести. Показано, что с увеличением параметра температурной стратификации ε_1 скорость, температура потока и локальный коэффициент массопереноса уменьшаются, а концентрация и локальный коэффициент теплопереноса увеличиваются. С увеличением параметра концентрационной стратификации ε_2 уменьшаются скорость, концентрация и локальный коэффициент теплопереноса, но увеличиваются температура и локальный коэффициент массопереноса. С увеличением параметра плавучести увеличивается скорость вблизи пластины, но уменьшаются скорость, температура и концентрация вдали от нее. С увеличением числа Форхгеймера увеличивается как локальный коэффициент теплопереноса, так и локальный коэффициент массопереноса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Bejan A., Khairy R. K.** Heat and mass transfer by natural convection in porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1985. V. 28. P. 909–918.
2. **Kim S. J., Vafai K.** Analysis of natural convection about a vertical plate embedded in a porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1989. V. 32. P. 665–677.
3. **Lai F. C., Kulacki F. A.** Coupled heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. V. 34. P. 1189–1194.
4. **Bakier A. Y., Mansour M. A., Gorla R. S. R., Ebiana A. B.** Nonsimilar solutions for free convection from a vertical plate in porous media // Heat Mass Transfer. 1997. V. 33. P. 145–148.
5. **Abbas I. A., El-Amin M. F., Salama A.** Combined effect of thermal dispersion and radiation on free convection in a fluid saturated, optically thick porous medium // Forsch. Ingenieurw. 2008. Bd 72. S. 135–144.
6. **Cheng C. Y.** Double diffusive natural convection along an inclined wavy surface in a porous medium // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2010. V. 37. P. 1471–1476.
7. **Partha M. K.** Nonlinear convection in a non-Darcy porous medium // Appl. Math. Mech. 2010. V. 31. P. 565–574.
8. **Mahdy A., Mohamed R. A., Hady F. M.** Natural convection heat and mass transfer over a vertical wavy surface with variable wall temperature and concentration in porous media // Intern. J. Appl. Math. Mech. 2011. V. 7. P. 1–13.
9. **Vajravelu K., Prasad K. V., Van Gorder R. A., Lee J.** Free convection boundary layer flow past a vertical surface in a porous medium with temperature-dependent properties // Transport Porous Media. 2011. V. 90. P. 977–992.
10. **Shakeri E., Nazari M., Kayhani M. H.** Free convection heat transfer over a vertical cylinder in a saturated porous medium using a local thermal non-equilibrium model // Transport Porous Media. 2012. V. 93. P. 453–460.

11. **Aouachriaa Z., Rouichia F., Haddadb D.** Double diffusion effects on convection in flow on vertical plate imbedded in porous media // Frontiers Heat Mass Transfer. 2012. V. 3. 023004.
12. **Khanafer K.** Fluid-structure interaction analysis of non-Darcian effects on natural convection in a porous enclosure // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2013. V. 58. P. 382–394.
13. **Murthy P. V. S. N., Srinivasacharya D., Krishna P. V. S. S. S. R.** Effect of double stratification on free convection in Darcian porous medium // J. Heat Transfer. 2004. V. 126. P. 297–300.
14. **Rathish Kumar B. V., Shalini.** Double diffusive natural convection in a doubly stratified wavy porous enclosure // Appl. Math. Comput. 2005. V. 171. P. 180–202.
15. **Magyari E., Pop I., Keller B.** Unsteady free convection along an infinite vertical plate embedded in a stably stratified fluid-saturated porous medium // Transport Porous Media. 2006. V. 62. P. 233–249.
16. **Lakshmi Narayana P. A., Murthy P. V. S. N.** Soret and Dufour effects on free convection heat and mass transfer in a doubly stratified Darcy porous medium // J. Porous Media. 2007. V. 10. P. 613–623.
17. **Beg A. O., Zueco B. J., Takhar H. S.** Laminar free convection from a continuously-moving vertical surface in thermally-stratified non-Darcian high-porosity medium. Network numerical study // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2008. V. 35. P. 810–816.
18. **Lin W., Armfield S. W., Patterson J. C.** Unsteady natural convection boundary-layer flow of a linearly-stratified fluid with $\Pr < 1$ on an evenly heated semi-infinite vertical plate // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 327–343.
19. **Cheng C. Y.** Combined heat and mass transfer in natural convection flow from a vertical wavy surface in a power-law fluid saturated porous medium with thermal and mass stratification // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2009. V. 36. P. 351–356.
20. **Srinivasacharya D., RamReddy Ch.** Heat and mass transfer by natural convection in a doubly stratified non-Darcy micropolar fluid // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2010. V. 37. P. 873–880.
21. **Kousar Nabeela, Liao ShiJun.** Series solution of non-similarity natural convection boundary-layer flows over permeable vertical surface // Sci. China Phys. Mech. Astron. 2010. V. 53. P. 360–368.
22. **Neagu M.** Free convective heat and mass transfer induced by a constant heat and mass fluxes vertical wavy wall in a non-Darcy double stratified porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2011. V. 54. P. 2310–2318.
23. **Srinivasacharya D., RamReddy Ch.** Free convective heat and mass transfer in a doubly stratified non-Darcy micropolar fluid // Korean J. Chem. Engng. 2011. V. 28. P. 1824–1832.
24. **Cebeci T.** Physical and computational aspects of convective heat transfer / T. Cebeci, P. Bradshaw. N. Y.: Springer-Verlag, 1984.
25. **Plumb O. A., Huenefeld J. C.** Non-Darcy natural convection from heated surfaces in saturated porous media // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2011. V. 24. P. 765–768.
26. **Gebhart B.** Buoyancy induced flows and transport / B. Gebhart, Y. Jaluria, R. Mahajan, B. Sammakia. N. Y.: Hemisphere Publ. Co., 1988.
27. **Prandtl L.** Essentials of fluid dynamics. L.: Blackie and Son, 1952.
28. **Jaluria Y., Himasekhar K.** Buoyancy induced two dimensional vertical flows in a thermally stratified environment // Comput. Fluids. 1983. V. 11. P. 39–49.

Поступила в редакцию 3/IV 2013 г.,
в окончательном варианте — 5/XI 2013 г.