

$C_A \sim t^{-1/2}$; при плоскопараллельном вытеснении толщина оторочки $\sim t^{1/2}$, при радиальном — стабилизируется.

Автор благодарит Я. Е. Дорфмана за полезные обсуждения и большую помощь в работе.

Поступила 30 XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт № 161, М.: ИПМ АН СССР, 1980.
2. Брагинская Г. С., Ентов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6.
3. Зискин Е. А., Рыжик В. М. Автономные решения задачи двухфазного вытеснения нефти раствором активной примеси с учетом массообмена между фазами. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4.
4. Wachmann C. A mathematical theory for the displacement of oil and water by alcohol. — Soc. Petrol. Eng. J., 1964, vol. 4, N 3.
5. Николаевский В. П., Бондарев Э. А. и др. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968.
6. Гельфанд Н. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений. — УМН, 1959, вып. 2(86).
7. Рождественский Б. Л., Яненко Н. П. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978.
8. Ентов В. М., Шыганаков Н. О капиллярной проницаемости гидрофобных нефтенасыщенных пород раствором активной примеси. — ЦМТФ, 1981, № 4.
9. Куликовский А. Г. О свойствах ударных адиабат в окрестности точек Жуге. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2.
10. Бедриковецкий П. Г. Вытеснение нефти оторочками растворов активных примесей. — ДАН СССР, 1982, т. 262, № 1.
11. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации. — ДАН СССР, 1982, т. 264, № 1.

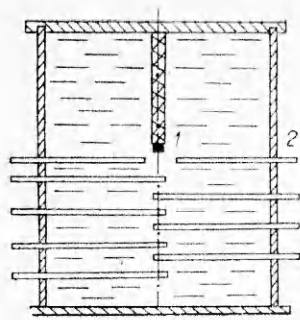
УДК 534.222

КОЭФФИЦИЕНТ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ГАЗОМ ИЛИ ЖИДКОСТЬЮ, ПОСЛЕ ПРОВЕДЕНИЯ В НЕЙ КАМУФЛЕТНОГО ВЗРЫВА

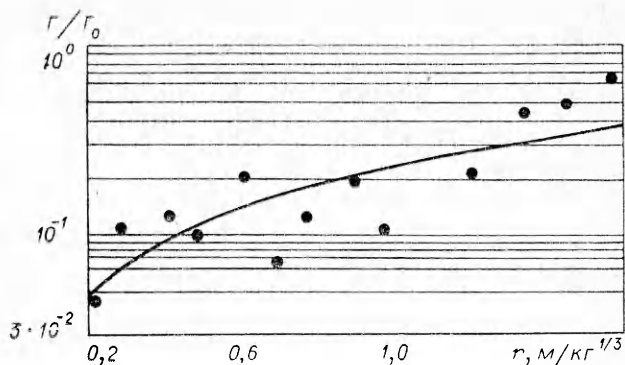
А. Н. Бовт, Н. Ф. Зобов,
В. В. Кадет, В. И. Селяков, Е. А. Шурыгин
(Москва)

Исследование изменения фильтрационных свойств среды под действием камуфлетного взрыва представляет большой научный и практический интерес. Одна из первых попыток определения коэффициента проницаемости среды в окрестности камуфлетного взрыва была сделана в [1]. В данной работе приводятся результаты обработки экспериментальных данных, полученных при исследовании фильтрационных свойств пористой насыщенной среды после проведения в ней камуфлетного взрыва. Методика исследования фильтрационных свойств среды подробно описана в [2, 3]. В эксперименте в стационарном режиме фильтрации определяется перепад давлений и расход флюида между различными точками среды, подвергнутой действию взрыва. С использованием этих данных в качестве исходных в настоящей работе решается двумерная обратная задача по определению коэффициента проницаемости среды. Разработанная методика решения такой задачи используется при обработке экспериментальных результатов, полученных при исследовании фильтрационных свойств пористой насыщенной среды после проведения в ней камуфлетного взрыва.

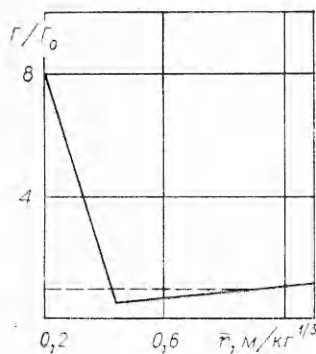
Экспериментальные данные. Исследование фильтрационных свойств среды после проведения в ней камуфлетного взрыва проводилось по методике, аналогичной [2, 3]. Экспериментальные взрывы проводились в искусственно-цементированной среде, имеющей свойства, близкие к свойствам реальных коллекторов, и представляющей собой смесь из обогащенного песка, известковой муки и жидкого стекла. Среда размещалась в металлической цилиндрической емкости диаметром 300 мм и высотой



Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3

350 мм. В опытах использовались заряды тэна весом 0,4; 0,76 и 1,34 г. Заряд располагался в средней части модели, инициирование производилось в центре заряда.

Исследование механического действия взрыва в высокопористой среде ($m = 25\%$) проводилось комплексно. Результатами эксперимента предстояло ответить на вопрос, существует ли отличие в фильтрационных свойствах монолитной и пористой среды при воздействии на нее энергией взрыва и каково отличие этих свойств, если взрыв производится в среде с заполнением пор воздухом при атмосферном давлении или жидкостью.

Для исследования изменений в результате взрыва фильтрационных параметров коллектора от полости к периферии в моделях на различных расстояниях от заряда размещались трубки диаметром 3 мм. Концы трубок перфорировались, противоположные концы трубок, выходящие из модели, соединялись со схемой измерений. Трубки в модели располагались в горизонтальной или вертикальной плоскости заряда. Модель коллектора, заключенная в металлический цилиндр, герметично закрывалась с торцов фланцами. Геометрия расположения трубок в образце приведена на фиг. 1.

В опытах определялись установившийся расход Q_i воздуха или керосина и соответствующий ему перепад давления между парами трубок в моделях до и после взрыва. В качестве фильтрационной характеристики насыщенной жидкостью среды принималось отношение $\Gamma = Q_i / \Delta p_i$, где Q_i — установившийся расход, $\Delta p_i = p_{i+1} - p_i$ — перепад давления между парой трубок, индекс $i = 1, 2, \dots, N$ обозначает номер трубки. В случае газонасыщенной среды параметр Γ определялся следующим образом: $\Gamma = Q / (p_{i+1}^2 - p_i^2)$.

Изменение фильтрационных параметров среды в результате взрыва оценивалось отношением Γ/Γ_0 , где Γ_0 — фильтрационная характеристика среды до взрыва. Результаты обработки экспериментальных данных представлены на фиг. 2, 3.

Обратная задача определения коэффициента проницаемости по данным эксперимента. Падение давления Δp_i между трубками определяется не только проницаемостью среды между ними, но и фильтрационными свойствами соседних областей, а также геометрией исследуемой модели. Поэтому для определения радиальной зависимости коэффициента проницаемости по результатам эксперимента необходимо решать обратную задачу.

Рассмотрим фильтрацию флюида в среде, ограниченной сферой радиуса R . Будем считать, что распределение коэффициента проницаемости среды внутри сферы является сферически-симметричным, а поток через

внешнюю границу равен нулю. Задавая на каком-либо луче, проведенном из центра сферы, пары источник — антиисточник, попытаемся по данным, характеризующим перепад давления Δp_i и поток Q_i флюида между заданными точками, определить распределение коэффициента проницаемости $k(r)$. Стационарный процесс фильтрации в таком теле в случае работы какой-либо пары источник — антиисточник может быть описан в сферической системе координат с учетом осевой симметрии следующим образом [4]:

$$(1) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k(r) \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{k(r)}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = -A\mu Q [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i+1})];$$

$$(2) \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = 0;$$

$$(3) \quad u|_{r=0} < \infty,$$

где r и θ — радиальная и угловая координаты в плоскости меридионального сечения; R — координата внешней границы сферического образца; $k(r)$ — коэффициент проницаемости среды, являющийся функцией только радиуса; μ — вязкость фильтрующего флюида; Q — поток рабочего тела, прокачиваемый через систему в единицу времени; $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ — дельта-функция источника.

Здесь необходимо подчеркнуть, что реальные источники и стоки имеют конечный характерный размер ρ , однако для упрощения математических расчетов их, как правило, заменяют точечными источниками, обеспечивающими нужный поток Q и давление p на границе реального источника.

Система (1)–(3) описывает фильтрацию как жидкости, так и газа. В случае рассмотрения жидкости $u = p$, $A = 1$; для газа $u = p^2$, $A = 2$, где p — давление флюида, p_i — давление в точке источника, p_{i+1} — давление в точке антиисточника. Условие (2) означает непроницаемость внешней границы сферического образца, а условие (3) — ограниченность давления в центре сферы.

Предположим, что функция $k(r)$ неизвестна и попытаемся восстановить ее, имея информацию о величинах Q_i и $\Delta p_{i,i+1}$. Для этого предполагается следующий метод: перепишем уравнение (1) в виде

$$(4) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = -\frac{1}{k(r)} A\mu Q [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i+1})] - \frac{1}{k(r)} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r}.$$

Если учесть, что в установившемся режиме фильтрации $\frac{\partial u}{\partial r}$ не зависит от времени и является некоторой функцией радиус-вектора \mathbf{r} , а в левой части уравнения (4) стоит лапласиан функции u в сферической системе координат, где $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$, то уравнение (4) с учетом граничного условия (2) представляет собой вторую краевую задачу для шара:

$$(5) \quad \Delta u = f(\mathbf{r}), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} = 0,$$

$$\text{где} \quad f(\mathbf{r}) = \frac{1}{k(r)} A\mu Q [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i+1})] - \frac{1}{k(r)} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r}.$$

Решение задачи (5) может быть получено методом функции Грина [4]:

$$(6) \quad u(\mathbf{r}) = - \int_{\Omega} \int f(\mathbf{r}_1) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d\mathbf{r}_1,$$

где Ω — область интегрирования $|\mathbf{r}| \leq R$; $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})$ — функция Грина.

Функция Грина второй краевой задачи имеет вид [5]

$$(7) \quad G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \left\{ -\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}|} - \frac{R}{|\mathbf{r}| r_0} - \frac{1}{R} \ln \frac{2R^2}{R^2 + |\mathbf{r}| r_0 - |\mathbf{r}| |\mathbf{r}_1| \cos \theta} \right\},$$

$$\text{где } r_0 = \sqrt{\left(\frac{R}{|r|}\right)^2 + |r_1|^2 - 2R \frac{|r_1|}{|r|} \cos \theta}, \quad \cos \theta = \frac{(r_1, r)}{|r_1||r|}.$$

Используя (6), (7), получаем окончательное выражение для функции $u(r)$ в произвольной точке r_j , в которой производится измерение давления:

$$(8) \quad u(r_j) = \frac{A\mu Q}{4\pi} \left[\frac{G(r_i, r_j)}{k(r_i)} - \frac{G(r_{i+1}, r_j)}{k(r_{i+1})} - I_0 \right],$$

$$\text{где } I_0 = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\nabla k}{k(r_1)} \nabla u G(r_1, r_j) dr_1.$$

Поскольку векторы r_i и r_{i+1} имеют вид

$$r_i = \{r_i, \theta = 0\}; \quad r_{i+1} = \{r_{i+1}, \theta = 0\},$$

в дальнейшем векторы, ориентированные по оси симметрии в направлении $\theta = 0$, не будут показаны как векторы. Точки измерений для удобства также расположены на оси $\theta = 0$.

Тогда разность давлений между точками измерений r_j и r_{j+1} может быть представлена в виде

$$(9) \quad \Delta u_{j,j+1} = \frac{A\mu Q}{4\pi} \left\{ [G(r_i, r_j) - G(r_i, r_{j+1})] \frac{1}{k(r_i)} + [G(r_{i+1}, r_{j+1}) - G(r_{i+1}, r_j)] \frac{1}{k(r_{i+1})} \right\} + I_j,$$

$$\text{где } I_j = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\nabla k}{k(r_1)} \frac{\partial u}{\partial r} [G(r_1, r_j) - G(r_1, r_{j+1})] dr_1.$$

Если учесть, что $G(r_i, r_j) \approx G(r_{i+1}, r_{j+1}) \approx 1/(4\pi\rho)$, где ρ — характерный размер источника, а $G(r_i, r_{j+1}) \approx G(r_{i+1}, r_j) \approx 1/(4\pi\Delta)$, где Δ — расстояние между источником и антиисточником, причем $\Delta \gg \rho$, то из (9) следует следующая рекуррентная формула:

$$(10) \quad \frac{1}{k(r_{i+1})} = -\frac{1}{k(r_i)} + \frac{\rho}{A\mu Q} [4\pi A \Delta u_{j,j+1} + I_j].$$

Таким образом, зная величину коэффициента проницаемости до взрыва и считая, что в периферийной области характеристики среды после воздействия взрыва меняются мало, можно, начав с наиболее удаленной точки, последовательно вычислить $k(r_i)$ во всех точках расположения источников. Очевидно, расчет коэффициента проницаемости по формуле (10) может быть проведен только методом последовательных приближений, поскольку для вычисления интеграла I необходимо знать как само распределение $k(r)$, так и определяемое им значение производной $\partial u(r)/\partial r$.

В данной работе реализован следующий алгоритм вычислений. В нулевом приближении полагалось $I_j^{(0)} = 0$, по рекуррентной формуле (10) проводилось вычисление k_i^0 .

Полученные значения k_i^0 в дискретных точках использовались при аппроксимации зависимости $k^{(0)}(r)$ степенными многочленами по методу наименьших квадратов. Затем зависимость $k^{(0)}(r)$ подставлялась в уравнение (1) и проводилось решение серии прямых двумерных задач (1)—(3) для различных пар источник — антиисточник. Фильтрационные задачи (1)—(3) решались численно методом установления [6] с использованием продольно-поперечной прогонки по координатам r и θ . Описание численной методики решения прямых задач приведено в [7].

Получающиеся в результате решения прямых задач распределения $u(r)$ использовались при вычислении $I_j^{(1)}$. Величины $I_j^{(1)}$, полученные в первом приближении, позволяли вычислить величины k_i в следующем приближении. Аналогичным образом проводились последующие приближения, критерием сходимости которых служило выполнение условия

$$\max |I_j^{(l+1)} - I_j^{(l)}| < \varepsilon,$$

где ε — заранее заданная малая величина; l — номер приближения.

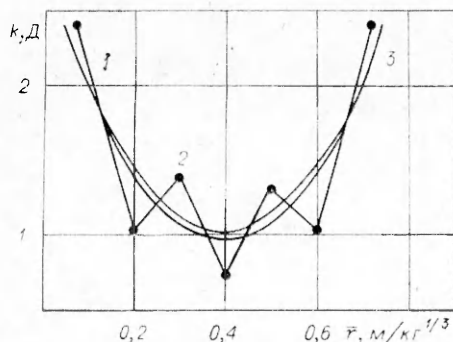
Решение обратной задачи. Рассмотрим метод решения обратной задачи с заранее известным модельным безразмерным распределением коэффициента проницаемости $k_0(r) = 1 + 12,5(0,5 - r/R)^2$. Для этого распределения коэффициента проницаемости проводилось решение серии двумерных прямых задач фильтрации (1)–(3) с различными парами источников — антиисточник, что позволяло для заданного значения Q определить соответствующие перепады давлений. Эти перепады давлений в дальнейшем использовались в качестве исходных данных для восстановления профиля $k(r)$. При решении задачи полагалось $A\mu Q = 1$, $R = 1$. Источники были расположены с интервалом $\Delta = 0,1R$, характерный размер источника ρ в расчетах определялся размерами счетной ячейки. При расчетах использовалась сетка с равномерным шагом по r и по θ . Число условных точек по координатам r и θ было равным и полагалось в различных вариантах равным 21 и 41.

При приближении к центру шара характерный размер источника уменьшается, поскольку размеры счетной ячейки зависят от расстояния до центра:

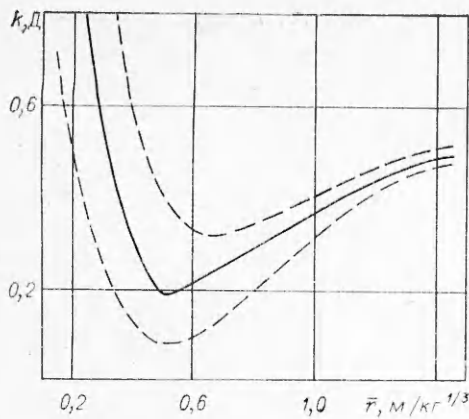
$$(11) \quad \rho_i \sim r_i^{2/3}.$$

Тарировка, проведенная путем расчета величин $\Delta u_{i,i+1}$ для $k = \text{const}$ с последующим вычислением ρ_i из формулы (10), дает зависимость ρ_i от радиуса, совпадающую с (11). При расчете по формуле (10) задавалось либо точное значение $k(r_N)$ в периферийной зоне, либо предполагалось, что $k(r_N) = k(r_{N-1})$. Погрешность, вносимая приравниванием значений $k(r)$ в двух крайних точках, ведет к некоторому увеличению ошибки в определении $k(r)$, но, как показали расчеты, эта ошибка в данной модельной задаче не превышает 5%. На фиг. 4 приведены результаты решения обратной модельной задачи (кривая 1 — истинное распределение коэффициента проницаемости, 2 — нулевое приближение $k^{(0)}(r_i)$ ($I_j^{(0)} = 0$), 3 — аппроксимация зависимости степенными многочленами по методу наименьших квадратов). Как можно видеть из графика, уже нулевое приближение (кривая 2) правильно отражает качественное поведение $k_0(r)$, количественное отличие от истинного решения не превышает 7%. Последующее приближение дает практически точное решение обратной задачи. Быстрая сходимость приближений объясняется тем, что величины $I_j^{(l)}$ малы по сравнению с величиной $4\pi A \Delta u_{j,j+1}$. Это связано с наличием в интеграле I_j логарифмической производной $\Delta k/k$, вследствие чего интеграл I_j может быть сравним с величиной $4\pi A \Delta u_{j,j+1}$ только в случае, когда функция $k(r)$ резко меняется в области ее определения.

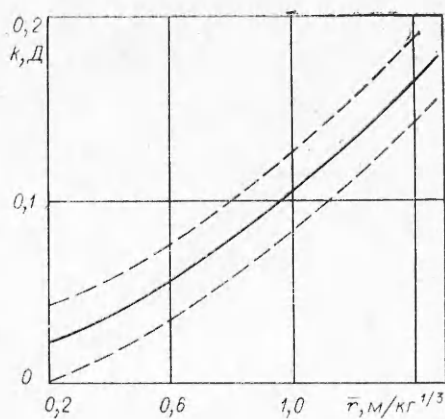
Кривая 2 имеет «пилообразный» характер, что связано с дискретным характером задания величин $\Delta u_{j,j+1}$. При увеличении числа точек измерения амплитуда колебаний уменьшается. Следует отметить, что в случае дискретного задания величин $\Delta u_{j,j+1}$ отсутствует информация о поведении функции $k(r)$ между точками, в которых проводятся измерения. Поэтому физический смысл имеет лишь среднее значение коэффициента проницаемости между точками измерений. По этой причине необходимо усреднение величин $k^{(l)}(r_i)$. В данной работе, как отмечалось выше, такая операция реализуется при аппроксимации зависимостей $k^{(l)}(r)$ степенными многочленами.



Ф и г. 4



Ф и г. 5



Ф и г. 6

Разработанная методика определения коэффициента проницаемости использовалась для обработки экспериментальных данных, полученных при проведении камуфлетных взрывов в пористой среде. При расчетах полагалось $\rho = (4-5) \cdot 10^{-1}$ см, $\Delta_{i,i+1} = 2$ см.

В принципе необходимо обрабатывать каждый отдельный эксперимент и затем усреднять совокупность полученных распределений $k(r)$. Однако не во всех экспериментах удалось получить непрерывную последовательность измерений между соседними трубками, что является необходимым при использовании рекуррентного соотношения (10). Поэтому представляется целесообразным вначале проводить статистическую обработку измерений $Q_{i,i+1}$, $\Delta_{i,i+1}$ и координат r_j , r_{j+1} , а затем по полученным усредненным данным рассчитать распределение $k(r)$. Результаты такой обработки представлены на фиг. 5 для влагонасыщенной среды с фоновой проницаемостью $k_{\Phi} = 0,4$ Д и на фиг. 6 для газонасыщенной среды с фоновой проницаемостью $k_{\Phi} = 0,32$ Д. Начальная пористость была в обоих случаях одинаковой ($m = 25\%$). Штриховыми линиями на фиг. 5,6 показаны доверительные интервалы кривых $k(r)$, обусловленные в основном статистическим разбросом величин Q_i и Δp_i .

Из приведенных графиков видно, что во влагонасыщенной среде кривая $k(r)$ после взрыва качественно совпадает с соответствующей зависимостью Γ/Γ_0 (см. фиг. 3). Что касается распределения $k(r)$ после взрыва в газонасыщенной среде, то в отличие от соответствующей зависимости Γ/Γ_0 (см. фиг. 2) кривая $k(r)$ обращена выпуклостью вниз. Необходимо отметить тенденцию к уменьшению проницаемости в окрестности полости после взрыва в насыщенных средах в интервале $1,5a < r < < 10a$, где a — радиус образовавшейся полости. Однако если в случае газонасыщенной среды падение коэффициента проницаемости весьма существенно (в точке минимума коэффициент проницаемости падает на порядок по сравнению с фоновым значением k_{Φ} до взрыва), то для влагонасыщенной среды $k(r)/k_{\Phi} \geq 1/2$.

Основная погрешность в восстановлении кривой $k(r)$ определяется статистическим разбросом величины Γ . Вторым существенным фактором, вносящим погрешность в определение зависимости $k(r)$, является неточность в определении величины $\rho_i = |r_j - r_i|$, которая в настоящем эксперименте характеризует эффективный размер источника. Как видно из формулы (10), в случае, когда все источники имеют одинаковый эффективный размер, ошибка в определении величины ρ сказывается лишь на нормировке абсолютной величины $k(r)$, но не на ее зависимости от r . В случае, когда источники имеют разный эффективный размер, неточность в определении этих размеров может сказаться и на точности определения радиальной зависимости $k(r)$. Поэтому представляется целесообразным проводить измерения перепадов давления не между трубками, через ко-

торы прокачивается флюид, а между трубками, расположенными вблизи их. В этом случае величина $\rho_i = |r_j - r_i|$ будет больше и относительная погрешность в ее определении уменьшится.

Геометрия реальной модели отличается от сферической, которая предполагалась при решении обратной задачи. Однако высота цилиндрической модели примерно равна двум радиусам основания, а скорость течения вблизи угловых точек, как показывают расчеты, стремится к нулю. Поэтому отличие от случая сферической симметрии незначительное, что позволяет решать двумерные прямые задачи вместо трехмерных. Неточность в определении перепадов давления $\Delta p_{i,i+1}$ и расходов Q_i составляла 3%. Эти данные, а также погрешность, связанная со статистическим разбросом величины Γ/Γ_0 , использовались при вычислении доверительных интервалов $k(r)$.

Таким образом, проведенное исследование показало, что в результате проведения камуфлетного взрыва в пористой ($m = 25\%$) насыщенной среде коэффициент проницаемости уменьшается в интервале $1,5a < r < 10a$. Наиболее существенное уменьшение наблюдается после проведения взрыва в газонасыщенной среде — в точке минимума $k(r)$ уменьшается на порядок.

Во влагонасыщенной среде уменьшение проницаемости не столь значительно — менее чем в 2 раза. Кроме того, в случае влагонасыщенной среды $k(r)$ вблизи полости превышает k_ϕ и распределение коэффициента проницаемости оказывается немонотонным.

Поступила 31 VIII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Родионов В. П., Сливак А. А. и др. Изменение проницаемости среды в зоне неупругих деформаций при подземном взрыве. — ФТПРПИ, 1984, № 1.
2. Бовт А. П., Мясников К. В. и др. Камуфлетный взрыв в пористой среде. — ПМТФ, 1984, № 6.
3. Бовт А. П., Мусинов В. И. и др. Изменение фильтрационных свойств насыщенного коллектора при камуфлетном взрыве. — ПМТФ, 1984, № 5.
4. Арсенин В. Я. Математическая физика. М.: Наука, 1966.
5. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970.
6. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1973.
7. Колобанкин В. М., Селяков В. И. Фильтрация флюида в слоистой среде. — Газовая промышленность, 1980, № 6.

УДК 624.131 + 532.215 + 534.22

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИМПУЛЬСОВ СЖАТИЯ В ЗЕРНИСТЫХ СРЕДАХ

В. Ф. Нестеренко

(Новосибирск)

Изучение механики зернистой среды представляет большой интерес как с научной точки зрения, так и для решения прикладных задач. Такие материалы, например, служат хорошими демпферами при ударных нагрузках. Их исследование важно для разработки процессов импульсного деформирования некоторых порошковых материалов.

Обзор работ по малым деформациям и распространению упругих волн в этих средах на основе дискретных моделей сделан в [1]. В [2] проанализирована структура стационарной ударной волны в зависимости от ее амплитуды.

1. Постановка задачи. В данной работе ставится задача исследовать нестационарные нелинейные возмущения в одномерных зернистых средах на основе известного взаимодействия между соседними гранулами.

В качестве закона взаимодействия был взят закон Герца [3]