$V_x = 0$ (*а*), $V_y = 0$ (*б*), $V_z = 0$ (*в*). На рис. 2 видны соответствующие сечения для восстановленного распределения $F_\alpha(\mathbf{V})$ при $N_\theta = 10$, $N_\varphi = 10$.

Результаты численных расчетов демонстрируют возможности нахождения трехмерного распределения частиц по скоростям средствами вычислительной томографии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Полякова Г. Н., Ранюк А. И., Ерко В. Ф.** Распределение по кинетическим энергиям возбужденных атомов, возникающих при диссоциации молекул H_2 и D_2 электронным ударом // ЖЭТФ.— 1977.— Т. 73, вып. 6(12).
2. **Оторбаев Д. К., Очкин В. Н., Преображенский Н. Г.** и др. Распределение молекул $N_2(C^3\Pi)$ по скоростям при их возбуждении в нерезонансных взаимодействиях тяжелых частиц.— М., 1981.— (Препр./Физ. ин-т АН СССР; № 39).
3. **Kinsey J. L.** Fourier transform Doppler spectroscopy: a new means of obtaining velocity-angle distributions in scattering experiments // J. Chem. Phys.— 1977.— V. 66, N 6.
4. **Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И.** Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике.— Новосибирск: Наука, 1984.
5. **Луитт Р. М.** Алгоритмы реконструкции с использованием интегральных преобразований // ТИИЭР.— 1983.— Т. 71, № 3.
6. **Воскобойников Ю. Е., Пикалов В. В., Седельников А. И.** Регуляризующий алгоритм Фурье-реконструкции // II Всесоюз. симпоз. по вычислительной томографии, Куйбышев, 1985: Тез. докл.— Куйбышев: КуАИ, 1985.

г. Новосибирск *Поступила 22/VII 1988 г.*

УДК 621.313.17:537,856

И. А. Васильев, С. Р. Петров

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОКАСКАДНОГО ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ ПРОВОДНИКОВ

В ряде областей науки и техники требуется получение высоких скоростей движения твердых тел, которые могут быть достигнуты при метании проводников в сильных магнитных полях. Эффективным способом высокоскоростного метания является ускорение плоских кольцевых проводников в импульсном магнитном поле, создаваемом плоским кольцевым индуктором [1]. Однако иногда требуется ускорять объемные тела, в частности, имеющие цилиндрическую форму. Такие проводники могут быть ускорены в импульсном магнитном поле, создаваемом индуктором в виде соленоидной катушки. На базе индукторной системы соленоидного типа можно создать многокаскадные ускорители проводников, позволяющие достигать высоких скоростей метания при ограниченных механических нагрузках на метаемое тело.

Теоретическому исследованию электромеханических процессов в однокаскадных (содержащих одну ускоряющую катушку) ускорителях с индуктором соленоидного типа, питаемым от конденсаторной батареи, посвящены работы [2—4]. В [2] разработана математическая модель индукторной системы соленоидного типа с использованием метода интегральных уравнений, выявлено существование оптимальной массы ускоряемого проводника, при которой кинетическая энергия проводника может составлять более 50 % от энергии, первоначально накопленной в конденсаторной батарее. В [3] на математической модели в приближении теории цепей проанализировано влияние основных параметров индукторной системы на электромеханический КПД, определяемый как отношение кинетической энергии проводника по окончанию ускорения к начальному запасу энергии в конденсаторной батарее. Выявлено, в частности, что к значительному повышению КПД в ряде случаев приводит наличие начальной скорости проводника, что должно обусловить относительно высокую эффективность преобразования энергии в многокаскадном ускорителе. Численное исследование электромагнитных процессов в индукторной системе соленоидного типа на основе метода конечных разностей, проведенное авторами [4], показало, что математическая модель, предложенная в [3], позволяет с достаточной для инженерной практики точностью рассчитать конечную скорость проводника и амплитуду разрядного тока. С другой стороны, допущение о равномерном распределении плотности тока по осевой длине ускоряемого проводника не позволяет детально проанализировать процесс оплавления проводника в результате разогрева вихревыми токами, который в разных частях проводника протекает неодинаково. Правильный учет джоулева нагрева особенно важен при моделировании работы многокаскадного индукционного ускорителя, когда в очередной каскад метаемый проводник попадает уже нагретым в предшествующих каскадах, причем распределение температуры, а следовательно, и электропроводности по его объему имеет сложный характер. Модели, разработанные в [2—4], могут быть использованы для последовательного расчета по ступеням многокаскадного ускорителя лишь в том частном случае, когда индукторы каскадов расположены друг от друга на достаточном удалении и их взаимным влиянием можно пренебречь.

В общем случае расчетная модель многокаскадного индукционного ускорителя должна содержать (рис. 1) метаемый проводник с электропроводностью γ и n индукторов в виде соленоидов с токами $i_1(t) \div i_n(t)$, подключенных через коммутаторы $K_1 \div K_n$ к конденсаторным батареям $C_1 \div C_n$. Таким образом, математическое описание процессов в ускорителе должно учитывать наличие n индукторов, индуктивно связанных с ускоряемым проводником и друг с другом, каждый из которых подключен к своему источнику электромагнитной энергии (конденсаторной батарее). Выражение для векторного потенциала «точечного» кругового витка с током в точке $B(r, z)$ имеет вид

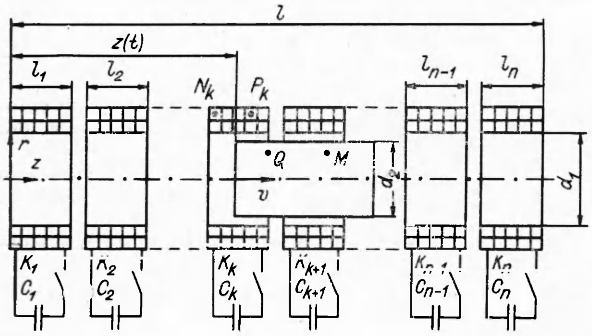

Рис. 1

$$A(B, t) = \int\limits_{S_2} K(B, E)\, j(E, t)\, dS + \sum_{k=1}^{n} \frac{i_k N_k}{S_{1,k}} \int\limits_{S_{1,k}} K(B, G_k)\, dS,$$

где S_2 и $S_{1,k}$ — сечения проводника и k-го индуктора соответственно; E, G — текущие точки интегрирования; $K(B, E)$ — ядро интегрального выражения. Для точки $H_k(r, z)$, принадлежащей k-му индуктору, получим

$$A(H_k, t) = \int\limits_{S_2} K(H_k, E)\, j(E, t)\, dS + \sum_{q=1}^{n} \frac{i_q N_q}{S_{1,q}} \int\limits_{S_{1,q}} K(H_k, G_q)\, dS$$

(i_q, N_q — ток и число витков в q-м индукторе). Используя уравнение для плотности тока в точке B проводника, движущегося вдоль оси z со скоростью v, имеем интегродифференциальное уравнение для плотности тока в проводнике:

$$\frac{j(B, t)}{\gamma(B)} + \int\limits_{S_2} K(B, E) \frac{\partial j(E, t)}{\partial t}\, dS + \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{N_k}{S_{1,k}} \frac{di_k}{dt} \int\limits_{S_{1,k}} K(B, G_k)\, dS + \right.$$

$$\left. + v \frac{i_k N_k}{S_{1,k}} \int\limits_{S_{1,k}} \frac{\partial K(B, G_k)}{\partial z}\, dS \right] = 0.$$

Для k-го индуктора найдем

$$i_k (R_k + R_{0,k}) + L_{0,k} \frac{di_k}{dt} + 2\pi \frac{N_k}{S_{1,k}} \left[\int\limits_{S_{1,k}} r\, dS \int\limits_{S_2} K(G_k, E) \frac{\partial j(E, t)}{\partial t}\, dS + \right.$$

$$\left. + v \int\limits_{S_{1,k}} r\, dS \int\limits_{S_2} \frac{\partial K(G_k, E)}{\partial z} j(E, t)\, dS \right] +$$

$$+ \frac{2\pi N_q}{S_{1,q}} \sum_{q=1}^{n} \frac{N_q}{S_{1,q}} \frac{di_q}{dt} \int\limits_{S_{1,q}} r\, dS \int\limits_{S_{1,q}} K(H_q, G)\, dS = u_k(t).$$

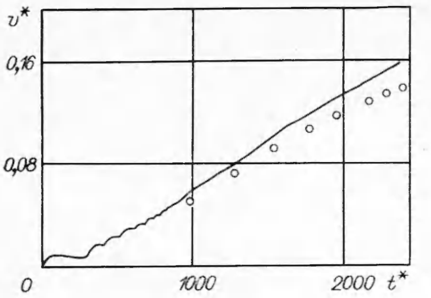

Рис. 2

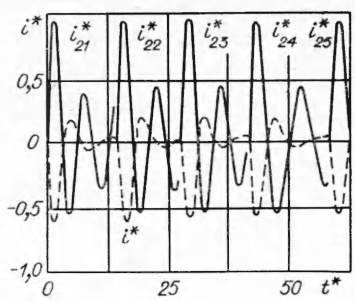

Рис. 3

Здесь R_k — омическое сопротивление k-го индуктора; $L_{0,k}$, $R_{0,k}$ — индуктивность и активное сопротивление конденсаторной батареи, коммутатора и соединительных проводов, подключенных к k-му индуктору; $u_k(t)$ — напряжение на конденсаторной батарее k-го каскада; H_q — текущая точка интегрирования в сечении q-го индуктора. Уравнение разряда конденсаторной батареи k-го каскада имеет вид

$$u_k(t) = -U_{0,k} - \frac{1}{C_k}\int_0^t i_k\,dt$$

(C_k — емкость батареи k-го каскада, $U_{0,k}$ — зарядное напряжение). Электромагнитная сила, ускоряющая проводник, определяется из выражения

$$F = \sum_{k=1}^{n} 2\pi \frac{i_k N_k}{S_{1,k}} \int_{S_2} rj(E,t)\,dS \int_{S_{1,k}} \frac{\partial K(E, G_k)}{\partial z}\,dS.$$

Уравнения движения проводника и изменения электропроводности за счет джоулева нагрева запишем как

$$m\,dv/dt = F,\ dz/dt = v,\ \partial\gamma(B)/\partial t = -j^2(B)\beta\gamma(B)/\gamma_0,$$

где m — масса проводника; γ_0, β — электропроводность материала проводника при нормальной температуре и тепловой коэффициент электропроводности. Заменяя интегралы конечными суммами согласно формуле прямоугольников, получим систему дифференциальных уравнений:

$$[L]\frac{d}{dt}[I] + v\frac{d}{dz}[L][I] + [RI] = [u].$$

Здесь $[L]$ — матрица собственных и взаимных индуктивностей расчетных контуров; $[I]$ — столбец токов в расчетных контурах; $[RI]$ — столбец падения напряжений в активных сопротивлениях контуров; $[u]$ — столбец напряжений, приложенных к соответствующим контурам. При расчете элементов матрицы $[L]$ по [5] расчетные контуры проводника и индукторы ускорителя заменялись «тонкими» соленоидами с равномерно распределенным по длине током. Сечение ускоряемого проводника разбивалось равномерной сеткой по длине и радиусу на n_1 контуров. Полученная система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных производных dI/dt имеет разряженную матрицу $[L]$, многие элементы которой вдали от главной диагонали равны нулю. Эффективным способом решения таких систем уравнений являются итерационные методы. Использование схемы простой итерации приводит к вычислительному алгоритму

$$\left(\frac{dI_i}{dt}\right)^{j+1} = \frac{1}{L_{i,i}}\left[u_i - \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n+n_1} L_{i,k}\left(\frac{dI_k}{dt}\right)^{j} - v\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{n+n_1} I_k\frac{dL_{i,k}}{dz} - R_iI_i\right].$$

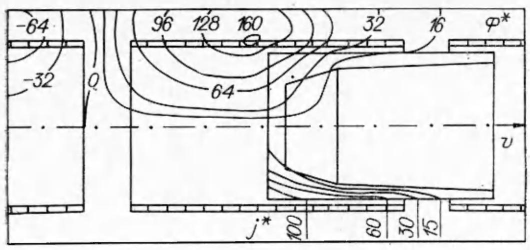

Рис. 4

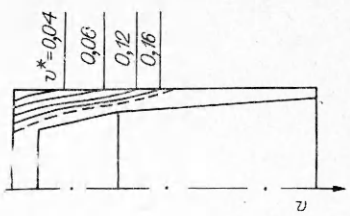

Рис. 5

Система дифференциальных уравнений, приведенная в результате решения системы алгебраических уравнений к виду Коши, решалась методом Рунге — Кутта четвертого порядка точности. В отличие от метода регуляризации по Лаврентьеву, использовавшегося в [2] и обеспечивающего порядок точности решения не выше второго, предложенная методика позволяет обеспечить малую ошибку усечения и высокую устойчивость, что особенно важно при моделировании относительно длительных процессов многокаскадного ускорения в условиях, когда решение ввиду наличия множества последовательно срабатывающих коммутаторов имеет негладкий характер. Затраты машинного времени на расчет переходных процессов в 20-каскадном ускорителе при разбиении метаемого проводника на $n_1 = 8\times 8 = 64$ контура при использовании ЭВМ ЕС-1061 составили 15 мин.

Анализ электромагнитных процессов в устройстве проведем на примере многокаскадного индукционного ускорителя, исследованного экспериментально. Ускоритель содержал 80 соосно установленных индукторов соленоидного типа, подключенных через воздушные разрядники к конденсаторным батареям. Синхронизация срабатывания разрядников с движением метаемого проводника осуществлялась благодаря замыканию проводником установленных в канале ускорителя электродов. Выбрав в качестве базисных величин значения

$$L_* = L'd_1, \quad C_* = C'd_1, \quad U_* = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} U_{0,k}, \quad x_* = d_1,$$

где L', C' — усредненные погонные (приходящиеся на единицу длины ускорителя) индуктивность обмотки и емкость конденсаторов:

$$L' = \pi\mu_0 (d_1 N')^2/4, \quad C' = \sum_{k=1}^{n} C_k/l, \quad N' = \sum_{k=1}^{n} N_k/l,$$

получим набор безразмерных величин, определяющих параметры k-го каскада:

$$d^* = d_2/x_*, \quad L_k^* = L_{0,k}/L_*, \quad C_k^* = C_k/C_*,$$

$$U_k^* = U_{0,k}/U_*, \quad R_k^* = R_{0,k}\sqrt{C_*/L_*}, \quad l_k^* = l_k/x_*,$$

$$v^* = v\sqrt{C_*L_*}/x_*, \quad m^* = mx_*^2/(C_*U_*)^2 L_*.$$

В исследуемом случае имело место $C_1^* \div C_{80}^* = 2{,}3$, $U_1^* \div U_{80}^* = 1{,}0$, $L_1^* \div L_{80}^* = 0{,}3$, $R_1^* \div R_{80}^* = 0{,}045$, $N_1 \div N_{10} = 14$, $N_{11} \div N_{40} = 9$, $N_{41} \div N_{80} = 4$, $d^* = 0{,}91$, $m^* = 1250$, $l_1^* \div l_{80}^* = 1{,}76$.

На рис. 2 изображены расчетная зависимость относительной скорости проводника v^* от времени $t^* = t/\sqrt{L_*C_*}$ и экспериментальные точки. Расхождение расчетных и экспериментальных значений скорости проводника по окончанию ускорения составило 15 % и в основном объясняется тем, что математическая модель не учитывала сопротивления воздуха. Общий КПД ускорителя 17,4% в расчете и 14,3 % в эксперименте, а КПД отдельных каскадов изменялся в пределах 13—24 % и 11—20 % соответственно. Фрагменты расчетных кривых разрядных токов в 21—25-х каскадах ($i^*_{21} \div i^*_{25}$) и суммарного тока, протекающего в проводнике (i^*), представлены на рис. 3, где $i^*_k = i_k/i_*$, $i_* = U_* \sqrt{C_*/L_*}$.

На рис. 4 изображено расчетное распределение плотности тока $j^* = j/j_*$ по сечению проводника и магнитного потока $\Phi^* = \Phi/\Phi_*$ в канале ускорителя. Здесь $j_* = i_*/x_*^2$, $\Phi_* = \mu_0 i_*/x_*^3$, кривые отвечают максимуму разрядного тока в 10-м каскаде. На рис. 5 приведены расчетные и экспериментальные кривые, соответствующие границам оплавления проводника при различных скоростях движения v^*, штриховая линия— граница оплавления проводника по окончанию ускорения, полученная в эксперименте. Согласно расчету, при увеличении числа каскадов более 80 предельная скорость, отвечающая разрушению проводника в результате плавления, составила бы $v^* \simeq 0{,}18$. Таким образом, экспериментально достигнута скорость метания, составляющая 78 % от предельной по условию плавления.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бондалетов В. Н., Иванов Е. Н.** Бесконтактное индукционное ускорение проводников до гиперзвуковых скоростей // ПМТФ.— 1975.— № 5.
2. **Чемерис В. Т., Подольцев А. Д.** Исследование магнитно-импульсного взаимодействия проводящих контуров на ЭЦВМ с учетом движения вторичного контура // Техн. электродинамика.— 1979.— № 1.
3. **Бондалетов В. Н., Иванов Е. Н., Петров С. Р. и др.** Исследование эффективности ускорения проводников в импульсном магнитном поле соленоида // ПМТФ.— 1983.— № 2.
4. **Бер Г. З., Бондалетов В. Н., Гусаров А. А.** Ускорение проводников в импульсном магнитном поле цилиндрического многовиткового индуктора // ПМТФ.— 1984.— № 4.
5. **Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.** Расчет индуктивностей.— Л.: Энергоатомиздат, 1986.

г. Истра *Поступила 21/III 1988 г., в окончательном варианте — 12/VII 1988 г.*

УДК 539.3:537.8

А. Б. Алексеев, В. В. Елисеев

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ, ТЕПЛОВЫЕ И УПРУГИЕ ПОЛЯ В ПРОВОДЕ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ СКАЧКЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

В связи с созданием мощных электромагнитных систем проводятся расчеты термомеханических процессов в этих конструкциях. Особо интересны расчеты полей в комбинированных сверхпроводниках для оценки нежелательных последствий внезапного перехода в нормальное состояние [1].

В данной работе рассматриваются процессы в одиночном прямом бесконечно-длинном комбинированном проводе кругового сечения, представляющем собой жилу из идеального проводника, покрытую толстым слоем обычного металла. Считается, что в начальный момент времени удельное сопротивление жилы скачкообразно меняется от нуля до уровня окружающего металла. При этом ток, первоначально протекающий по идеальному проводнику, вытесняется в окружающий металл, выделяется тепло и возникают механические напряжения от перепада температуры и от пондеромоторных сил.

Расчет состоит из трех этапов: сначала определяется векторное поле плотности тока, затем — вызванное джоулевым теплом температурное поле, результаты этих двух этапов применяются далее в расчете механических напряжений.

1. Диффузия плотности тока. Используя систему уравнений Максвелла и линейные материальные соотношения для изотропной среды [2], получим уравнение для плотности тока

$$\frac{1}{\mu_0\mu\sigma}\nabla\times(\nabla\times\mathbf{j}) + \frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\sigma}\frac{\partial^2\mathbf{j}}{\partial t^2} = 0. \qquad (1.1)$$

Здесь $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ — вектор плотности тока как функция радиуса-вектора и времени; μ и ε — магнитная и диэлектрическая проницаемости среды;