лунок аппроксимировали кругом или прямоугольником. Профиль глубины лунок усредняли и почти во всех измерениях для нахождения объема эрозионной лунки площадь ее поверхности умножали на среднее значение глубины лунки. Интенсивность эрозии медных электродов в сверхзвуковом импульсном канале в интервале токов 10—30 А составляла от 20 до 40 мкг · Кл$^{-1}$, что согласуется с данными [4, 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Велихов Е. П., Волков Ю. М.** Перспективы развития импульсной МГД-энергетики и ее применение в геологии и геофизике.— М., 1981.— (Препр./ИАЭ; № 3436/6).
2. **Мусаев М. Г., Чекалин Э. К., Черных Л. В.** Свойства контрагированного разряда в неоднородном пограничном слое на электроде в высокоскоростном потоке плазмы // ПМТФ.— 1988.— № 3.
3. **Зыкова Н. М., Куракина Т. С.** Исследование разряда на медных охлаждаемых электродах в плазме продуктов сгорания // ТВТ.— 1976.— Т. 14, № 5.
4. **Залкинд В. И., Кириллов В. В., Маркина А. П.** Катодные пятна и эрозия металлических электродов в канале МГД-генератора открытого цикла // ТВТ.— 1982.— Т. 20, № 6.
5. **Мусаев М. Г., Тищенко В. А., Чекалин Э. И., Юревич Т. В.** Исследование режима нестационарных катодных пятен на электродах в импульсном сверхзвуковом потоке плазмы // Инженерные проблемы термоядерных электростанций.— М.: ЭНИН, 1981.
6. **Богдонас А. В., Башилов В. А., Грибков В. М. и др.** Изучение процессов на холодных электродах в канале МГД-генератора // Первый советско-американский коллоквиум по МГД-преобразованию энергии.— М.: Ин-т высоких температур АН СССР, 1974.

г. Москва

Поступила 27/VI 1990 г.,
в окончательном варианте —
20/IV 1992 г.

УДК 531.1 : 530.182

А. П. Алдушин

ТЕПЛОВОЙ ПРОБОЙ НИТИ НАКАЛИВАНИЯ

Хорошо известный из практики эффект внезапного перегорания элементов электрической цепи относится к широкому классу критических явлений, изучаемых макроскопической кинетикой [1]. Существование электрических аналогов химического взрыва впервые отмечено Н. Н. Семеновым на примере теплового пробоя диэлектриков [2]. В отличие от диэлектриков проводник с током, рассматриваемый как сосредоточенный объект энерговыделения, не обладает свойством взрывной неустойчивости. Эффект взрывной неустойчивости возникает, если учесть распределенность системы и связанную с этим возможность пространственного возмущения характеристик. В свете этого пробой можно трактовать как локальное испарение проводника вследствие спонтанного обострения температурной неоднородности.

1. Рассматривается теплоизолированная с торцов нить сопротивления, на концах которой поддерживается постоянное напряжение U. В химически инертной среде уравнение теплового баланса нити имеет вид

$$(1.1)\quad c\,\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{U^2\rho}{r^4\left[\int\limits_0^l \rho r^{-2}\,dx\right]^2} - \frac{2\alpha}{r}(T - T_0) - \frac{2\sigma}{r}\,T^4 + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(r^2\lambda\,\frac{\partial T}{\partial x}\right),$$

где x — продольная координата; T, T_0 — температура нити и окружающей среды; c — теплоемкость единицы объема; r — радиус; l — длина нити; $\rho(T)$ — удельное сопротивление; λ — теплопроводность; α — коэффициент теплообмена; σ — константа излучения.

После включения источника тока температура нити быстро растет и достигает значения T_s, которое остается стационарным, если пренебречь медленным процессом испарения нити. Величина T_s определяется из уравнения

$$\frac{U^2}{\rho(T_s)\,l^2}=\frac{2\alpha}{r}(T_s-T_0)+\frac{2\sigma}{r}T_s^4. \tag{1.2}$$

Для анализа устойчивости однородного стационарного решения проследим эволюцию малых возмущений температуры нити. Нестационарное решение $T(x,\,t)$ ищем в виде суммы

$$T(x,\,t)=T_s+\theta(t)f(x).$$

Подстановка $T(x,\,t)$ в (1.1) после линеаризации всех членов приводит к уравнению

$$c\frac{\partial\theta}{\partial t}f(x)=\frac{U^2}{\rho_s l^2}R_T\theta f(x)-\frac{2U^2}{\rho_s l^3}R_T\theta\int_0^l f(x)\,dx-\frac{2\alpha}{r}\theta f(x)-\tag{1.3}$$
$$-\frac{8\sigma}{r}T_s^3\theta f(x)+\lambda\theta f''_{xx}(x)$$
$$\left(\rho_s=\rho(T_s),\quad R_T=(\partial\ln\rho/\partial T)_{T_s}\right).$$

Для однородных возмущений ($f=1$) уравнение (1.3) представим в форме

$$c\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\theta\left[\frac{U^2}{\rho_s l^2}R_T+\frac{2\alpha}{r}+\frac{8\sigma}{r}T_s^3\right]. \tag{1.4}$$

Решениями (1.4) являются затухающие со временем экспоненты, т. е. высокотемпературное состояние нити накаливания, рассматриваемой как однородный объект, устойчиво.

В случае пространственных возмущений

$$f(x)=\cos(\pi nx/l)$$

уравнение для амплитуды $\theta(t)$ принимает вид

$$c\frac{\partial\theta}{\partial t}=A\theta,\quad A=\frac{U^2R_T}{\rho_s l^2}-\frac{2\alpha}{r}-\frac{8\sigma T_s^3}{r}-\frac{\pi^2n^2\lambda}{l^2}. \tag{1.5}$$

При $A>0$ амплитуда возмущений экспоненциально возрастает:

$$\theta=\theta_0\exp(\Omega t),\quad \Omega=A/c.$$

Наиболее опасна первая мода ($n=1$), коротковолновые возмущения затухают вследствие стабилизирующего действия теплопроводности. Физическая причина неустойчивости, как видно из (1.5), заключается в температурном росте удельного сопротивления нити, что в условиях фиксированного напряжения U может приводить к прогрессивной локализации энерговыделения.

Критические значения характеристик, отвечающие срыву стационарного однородного решения, определяются условием $A=0$, которое нужно рассматривать совместно с (1.2). При не слишком высоких температурах T_s можно пренебречь лучистыми потерями, а для достаточно длинной нити ($l\gg\sqrt{\pi^2r\lambda/2\alpha}$) — и теплопроводностным членом. В этом случае выражения для критических значений температуры нити T_*, напряжения U_* и плотности тока j_* запишем как

$$T_*=T_0+R_T^{-1},\quad U_*^2=2\rho(T_*)\,l^2\alpha/rR_T,\quad j_*^2=2\alpha/r\rho R_T. \tag{1.6}$$

Величина R_T определяется температурной зависимостью электросопротивления. В общем случае температурный коэффициент R_T не является константой, а меняется с температурой. Поэтому первое из выражений (1.6) следует рассматривать как уравнение относительно критической температуры T_*, решение его существует лишь при достаточно быстром (быстрее линейного) темпе роста $\rho(T)$. При более слабых зависимостях стационарное однородное состояние проводника с током абсолютно устойчиво. Учет излучения усиливает требования к росту $\rho(T)$ для получения эффекта срыва. У большинства металлов зависимость $\rho(T)$, достаточно слабая в широком интервале температур, резко обостряется при стремлении T к температуре плавления. Типичные примеры — медь, серебро [3]. В этом случае срыв стационарного режима и перегорание нити происходят вблизи температуры плавления металла. Существенно более низкие значения T_* могут иметь полупроводниковые терморезисторы с положительным температурным коэффициентом, а также некоторые металлы. На рис. 1 приведена зависимость температурного коэффициента R_T для никеля [3]. Пересечение R_T с кривой $(T-293)^{-1}$ в соответствии с (1.6) определяет максимальную температуру устойчивого однородного стационарного состояния $T_*=428$ К при $T_0=293$ К.

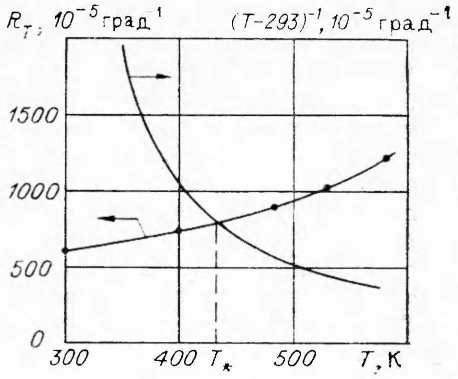

Рис. 1

Попытки разогреть никелевую нить до температуры $T_s > T_*$ должны приводить к разрушению однородного температурного распределения и автолокализации джоулева энерговыделения в окрестности максимального значения температуры.

Критическая температура T_* однозначно определяется характеристиками материала R_T лишь для длинной и тонкой нити ($l \gg \gg \sqrt{\pi^2 r\lambda/2\alpha}$). С уменьшением l температура T_* увеличивается вследствие стабилизирующей роли теплопроводности, подавляющей температурные неоднородности. Достаточно короткий проводник ($l \ll \sqrt{\pi^2\lambda r/2\alpha}$) можно рассматривать как сосредоточенный объект энерговыделения, устойчивый к возмущениям температуры. Отметим, что если два или более таких сопротивления соединить в последовательную цепь со слабым тепловым контактом, то, как нетрудно показать, система теряет устойчивость при разогреве: $T_s - T_0 > R_T^{-1}$.

2. При малых значениях R_T однородное высокотемпературное состояние устойчиво ($T_* > T_s$) и время жизни нити накаливания определяется процессом испарения. С учетом испарения тепловой баланс (1.1) следует дополнить кинетическим уравнением

$$\partial r/\partial t = -w(T), \quad w = k_0 \exp(-E/RT), \tag{2.1}$$

где w — скорость испарения; k_0 — предэкспонент; E — энергия активации; R — газовая постоянная. Потери тепла па испарение в (1.1) можно не учитывать, поскольку даже при высоких T скорость w реально мала и соответствующие энергозатраты пренебрежимы по сравнению с потребляемой электрической мощностью. Поскольку отношение времени тепловой релаксации к характерному времени испарения нити мало, процесс испарения можно рассматривать как квазистационарный. Квазистационарные значения радиуса нити $r_s(t)$ и температуры $T_s(r_s)$ связаны уравнением (1.2). С учетом зависимости коэффициента теплообмена от радиуса ($\alpha = \lambda_1/r$, $\lambda_1 = \mathrm{Nu}\,\lambda_г/2$, $\lambda_г$ — теплопроводность окружающей среды, Nu — число Нуссельта) эта связь определяется выражением

$$r_s = \frac{\sigma T_s^4}{U^2/\rho l^2}\left[1+\sqrt{1+\frac{2U^2}{\rho l^2}\frac{\lambda_1(T_s-T_0)}{(\sigma T_s^4)^2}}\right]. \tag{2.2}$$

Динамика изменения $r_s(t)$, а вместе с ним и $T_s(t)$ определяется кинетикой испарения (2.1). Уменьшение толщины нити приводит к снижению ее температуры (зависимостью $\rho(T)$ для рассматриваемых малых значений R_T можно пренебречь). По мере падения T_s скорость испарения уменьшается, причем торможение w при больших значениях E, характерных для реальных систем, осуществляется весьма интенсивно. С приближением T_s к T_0 скорость w падает практически до нуля, поэтому в реальном масштабе времени процесс испарения будет продолжаться неограниченно долго.

Описанный сценарий испарения может не осуществиться вследствие неустойчивости квазистационарного решения относительно малых возмущений. Нестационарное распределение температуры, отвечающее возмущенному решению, будем искать в виде квазистационарной составляющей и малой добавки, зависящей от времени и координаты:

$$T(x,\ t)=T_s(t)+\theta(t)f(x). \tag{2.3}$$

Соответствующее вариации δT возмущение радиуса находится из уравнения (2.1):

$$r=r_s(t)-F(t)f(x),\quad F(t)=\int_0^t(\partial w/\partial T)_{T_s}\theta(t)\,dt. \tag{2.4}$$

Подставляя (2.2)—(2.4) в (1.1) и сохраняя лишь члены первого порядка малости, получим уравнение, определяющее эволюцию возмущений квазистационарного решения:

$$cf(x)\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{4U^2F(t)}{l^3r_s}\left(lf(x)-\int_0^l f(x)\,dx\right)-\frac{4\lambda_1(T_s-T_0)}{r_s^3}F(t)f(x)-$$
$$-\frac{2\lambda_1}{r_s^2}\theta(t)f(x)-\frac{8\sigma T_s^3}{r_s}\theta(t)f(x)-\frac{2\sigma T_s^4}{r_s^2}F(t)f(x)+\lambda\theta(t)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}. \tag{2.5}$$

При $f(x)=1$ все члены правой части отрицательны, т. е. однородные возмущения со временем затухают. В случае гармонических возмущений

$$f(x)=\cos(\pi nx/l)$$

уравнение (2.5) для амплитуды $\theta(t)$ принимает вид

$$c\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{2}{r_s}\left(\frac{U^2}{\rho l^2}+\frac{\sigma T_s^4}{r_s}\right)F(t)-\theta\left[\frac{2\lambda_1}{r_s^2}+\frac{8\sigma T_s^3}{r_s}+\frac{\pi^2n^2\lambda}{l^2}\right]. \tag{2.6}$$

Квазистационарная температура T_s является однозначной функцией времени

$$\frac{dT_s}{dt}=-w(T_s)\left(\frac{dr_s}{dT_s}\right)^{-1}$$

и может использоваться как независимая переменная вместо t. В связи с резкой нелинейной зависимостью $w(T_s)$ в качестве новой переменной целесообразно выбрать безразмерную температуру τ, измеряемую в характеристических интервалах $RT_{\text{н}}^2/E$:

$$\tau=(T_s-T_{\text{н}})E/RT_{\text{н}}^2,\quad T_{\text{н}}=T_s(r_{\text{н}}).$$

Температура отсчета $T_{\text{н}}$ отвечает начальному радиусу нити $r_{\text{н}}$. Уравнение (2.6) принимает вид

$$cw(T_{\text{н}})\frac{E}{RT_{\text{н}}^2r_s'}\exp(\tau/1+\beta\tau)\frac{d\theta}{d\tau}=\frac{2}{r_s}\left(\frac{U^2}{\rho l^2}+\frac{\sigma T_s^4}{r_s}\right)\int_0^\tau\left(\frac{T_{\text{н}}}{T_s}\right)^2r_s'\theta(\tau)\,d\tau+$$
$$+\theta\left[\frac{2\lambda_1}{r_s^2}+\frac{8\sigma T_s^3}{r_s}+\frac{\pi^2n^2\lambda}{l^2}\right],\quad r_s'=\frac{dr_s}{dT_s},\quad T_s=T_{\text{н}}(1+\beta\tau),\quad \beta=RT_{\text{н}}/E. \tag{2.7}$$

Энергия активации процесса испарения металлов составляет сотни килоджоулей на моль, поэтому параметр β мал. Например, для вольфрама при $T_н = 2 \cdot 10^3$ К $\beta \sim 2 \cdot 10^{-2}$. Учитывая малые значения β, в уравнении (2.7) можно пренебречь изменениями всех величин порядка β. Аналогичный прием, включая способ выбора безразмерной температуры, эффективно используется в теории теплового взрыва [4]. В приближении малых β $(T_s(\tau) \approx T_н,\ r_s(\tau) \approx r_н)$ уравнение (2.7) представим как

$$\varepsilon \exp(\tau) \frac{d\theta}{d\tau} = \varphi \int_0^\tau \theta\, d\tau + \delta\theta, \tag{2.8}$$

$$\varepsilon = cw(T_н) \frac{E}{RT_н^2} \frac{r_н^2}{2\lambda_1 r_н'}, \quad \varphi = \frac{r_н'}{r_н}(T_н - T_0)\left[1 + \frac{3\sigma T_н^4 r_н}{\lambda_1 (T_н - T_0)}\right],$$

$$\delta = 1 + \frac{4\sigma T_н^3 r_н}{\lambda_1} + \frac{\pi^2 n^2 \lambda r_н^2}{2\lambda_1 l^2}, \quad r_н' = (dr_s/dT_s)_{T_н}.$$

Параметры φ и δ (порядка единицы) характеризуют вклад отдельных видов теплообмена в тепловой баланс нити. Значение параметра ε определяется произведением трех величин:

$$\varepsilon = \left(\frac{t_р}{t_и}\right)\left(\frac{r_н}{T_н} \frac{1}{r_и'}\right)\beta^{-1}, \quad t_р = \frac{cr_н^2}{2\lambda_1}, \quad t_и = \frac{r_н}{w(T_н)}.$$

Первый из сомножителей — отношение времени тепловой релаксации нити $t_р$ к времени ее полного изотермического испарения $t_и$ — является мерой квазистационарности процесса. В реальных ситуациях это отношение очень мало (например, время жизни вольфрамовой нити накаливания составляет тысячи часов при времени тепловой релаксации порядка секунды), поэтому, несмотря на большой множитель β^{-1}, значение ε близко к нулю.

Данное обстоятельство можно использовать для построения приближенного решения задачи. Пренебрегая членом уравнения (2.8), пропорциональным ε, получим

$$\theta_1 = a_1 \exp(-\varphi\tau/\delta).$$

Это решение справедливо во всем интервале изменения τ, за исключением узкого пограничного слоя вблизи $\tau = 0$, где производная $\theta_\tau' \sim \varepsilon^{-1}$. Внутри пограничного слоя можно пренебречь интегральным членом уравнения (2.8), пропорциональным ширине интервала $\Delta\tau \sim \varepsilon$:

$$\theta_2 = a_2 \exp[\delta\varepsilon^{-1}(1 - \exp(-\tau))].$$

Полное решение (2.8) представим в виде суммы θ_1 и θ_2:

$$\theta = a_1 \exp[-\varphi\tau/\delta] + a_2 \exp[\delta\varepsilon^{-1}(1 - \exp(-\tau))]. \tag{2.9}$$

Уравнение (2.8) линейно по θ, поэтому можно рассматривать не абсолютное, а относительное изменение θ, нормированное на начальное значение амплитуды возмущения. В этом случае

$$\theta(0) = 1, \quad a_2 = 1 - a_1.$$

Подставляя (2.9) в (2.8) и пренебрегая младшими членами получающегося асимптотического ($\varepsilon \to 0$) выражения, имеем

$$a_1 = \varphi\varepsilon/\delta^2.$$

Численное решение уравнения (2.8) хорошо соответствует приближенному при малых значениях ε. Характер зависимости $\theta(\tau)$ показан на рис. 2. Расчет проводился при $\varepsilon = 10^{-1} \div 10^{-3}$, $\varphi = 1$, $\delta = 1$ (в масштабе рисунка приближенное и точное решения не различаются). На начальном этапе амплитуда возмущений быстро убывает вследствие совместного действия теплоотдачи и теплопроводности, однако в дальнейшем начи-

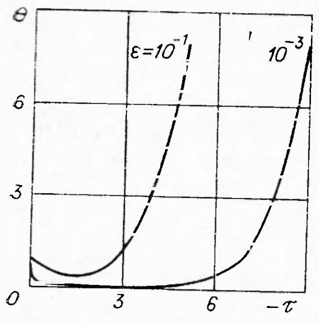

Рис. 2

нает проявляться дестабилизирующая роль интегрального возмущения мощности энерговыделения, в результате чего амплитуда θ неограниченно возрастает.

Момент восстановления первоначального значения θ можно принять за период индукции, определяющий время жизни нити t_*. Средняя температура нити за время индукции понижается на τ_* характеристических интервалов $RT_{\text{н}}^2/E$. Полагая в (2.9) $\theta = 1$ и пренебрегая вследствие малости ε вторым слагаемым в правой части, получим

$$\tau_* = \delta\varphi^{-1}\ln(\delta^2/\varphi\varepsilon), \quad T_* = T_{\text{н}}(1 - \beta\tau_*).$$

При значениях φ, δ порядка единицы, что соответствует длинной тонкой нити, уменьшение средней температуры и толщины нити, предшествующее обострению локальных неоднородностей, относительно невелико даже при малых ε. С уменьшением длины l (ростом δ) выгорание нити и падение температуры T_s за период индукции увеличиваются.

Время индукции рассчитывается по температуре T_* из кинетического уравнения (2.1):

$$t_* = -\int_{T_{\text{н}}}^{T_*} (r_s'/w)\, dT_s, \quad r_s' = dr_s/dT_s.$$

Асимптотическое вычисление интеграла в приближении малых β дает

$$t_* = t_{\text{и}} r_{\text{н}}' (T_{\text{н}}/r_{\text{н}})\,\beta\,(\delta^2/\varphi\varepsilon)^{\delta/\varphi}, \quad t_{\text{и}} = r_{\text{н}}/w(T_{\text{н}}).$$

Период индукции t_* быстрее сокращается с ростом температуры $T_{\text{н}}$, чем время изотермического испарения $t_{\text{и}}$:

$$t_* \sim t_{\text{и}}^{1+\delta\varphi^{-1}} \sim \exp\left[E\left(1+\delta\varphi^{-1}\right)/RT_{\text{н}}\right].$$

Эффективная энергия активации процесса испарения $E_* = E\left(1+\delta\varphi^{-1}\right)$ зависит от длины нити, определяющей значение δ. При фиксированной температуре $T_{\text{н}}$ время жизни нити быстро увеличивается с уменьшением ее длины. Этот эффект связан с действием теплопроводности, подавляющей рост температурных неоднородностей на короткой нити.

В заключение отметим, что проведенный расчет выполнен в пренебрежении термоэлектрическим эффектом Томсона. Для оценки диапазона параметров, допускающих это приближение, рассмотрим отношение величин $Q_\lambda = \lambda d^2T/dx^2$ и $Q_s = sjdT/dx$, определяющих мощности диссипативного и томсоновского источников в уравнении теплового баланса нити (s — коэффициент Томсона, $j = U/\rho l$ — плотность тока). Полагая $Q_\lambda \sim \lambda\Delta T/l^2$, $Q_s \sim sU\Delta T/l^2\rho$, получим $Q_s/Q_\lambda \sim U(s/\rho\lambda)$. Величина $s/\rho\lambda$ для проводников не превышает значения $5\cdot10^{-5}$ В$^{-1}$, поэтому при напряжении U вплоть до уровня в несколько киловольт отношение Q_s/Q_λ является пренебрежимо малым.

Экспериментальным свидетельством отсутствия влияния термоэлектрического эффекта Томсона может служить совпадение критических характеристик (T_*, j_*, U_*, t_*) для постоянного и переменного тока.

Автор благодарит Э. Н. Руманова за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мержанов А. Г., Руманов Э. Н.** Нелинейные эффекты в макроскопической кинетике // УФН.— 1987.— Т. 151, № 4.
2. **Семенов Н. Н.** К теории процессов горения // Журн. Рус. физ.-хим. о-ва. Часть физ.— 1928.— Т. 60, № 3.

3. **Таблицы** физических величин/Под ред. И. К. Кикоина.— М.: Атомиздат, 1976.
4. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1967.

г. Черноголовка

Поступила 11/XII 1990 г., в окончательном варианте — 24/IV 1992 г.

УДК 533.6.01

А. Н. Богданов, В. А. Куликовский

ОБТЕКАНИЕ ТОНКОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ПОД МАЛЫМ УГЛОМ АТАКИ СТАЦИОНАРНЫМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ КОЛЕБАТЕЛЬНО-ВОЗБУЖДЕННОГО ГАЗА

Обтекание тела под углом атаки представляет интерес в связи с проблемой устойчивости движения тела в газовой среде. Для обычной газовой динамики решение этой задачи в приближении тонкого тела при малом угле атаки изложено в [1]. Переменность параметров обтекающего тело потока, вызванная, например, неравновесными процессами в газе, может оказать существенное влияние на аэродинамические характеристики тела.

В настоящей работе рассмотрена задача об обтекании тонкого тела вращения колебательно-возбужденным газом под малым углом атаки. Полученное решение позволяет рассчитать поперечную силу, действующую на тело, и момент этой силы относительно носика тела. Оказывается, что релаксация колебательного возбуждеиия приводит к изменению величины, а при достаточной начальной неравновесности и знака поперечной силы. Поперечная сила действует и на остроконечное (без кормового среза) тело, тогда как в обычной газовой динамике линейная теория дает нулевое значение поперечной силы [1].

Для исследования этой задачи ось симметрии тела вращения удобно совместить с осью x, а не возмущенный телом стационарный сверхзвуковой поток направить под углом к этой оси. Течение в таком случае не обладает осевой симметрией и существенно зависит от третьей цилиндрической координаты — угла θ. Примем, что точка $x=0$ совпадает с носиком тела.

Система уравнений, описывающая стационарное неосесимметричное течение газа в цилиндрических координатах, имеет вид

$$(1)\quad (\rho u y)_x + (\rho v y)_y + (\rho w)_\theta = 0,\quad \mathrm{M}_0^2\rho\left(uu_x + vu_y + \frac{1}{y}wu_\theta\right) + p_x = 0,$$

$$\mathrm{M}_0^2\rho\left(uv_x + vv_y + \frac{1}{y}wv_\theta - \frac{w^2}{y}\right) + p_y = 0,$$

$$\mathrm{M}_0^2\rho\left(uw_x + vw_y + \frac{1}{y}ww_\theta + \frac{vw}{y}\right) + \frac{1}{y}p_\theta = 0,$$

$$up_x + vp_y + \frac{1}{y}wp_\theta - a^2\left(u\rho_x + v\rho_y + \frac{1}{y}w\rho_\theta\right) =$$

$$= -\rho(\gamma-1)\left(ue_{kx} + ve_{ky} + \frac{1}{y}we_{k\theta}\right),$$

$$ue_{kx} + ve_{ky} + \frac{1}{y}we_{k\theta} = \omega\left(e_k^* - e_k\right).$$

Здесь u, v, w — компоненты скорости газа по осям x, y и θ соответственно, обезразмеренные на начальное (при $x=0$) значение скорости невоз-