

4. Kennedy E. D. Wave-like solutions of the laminar boundary layer equations.— AIAA J., 1964, v. 2, N 2.
5. Smith F. T. Non-uniqueness in wakes and boundary layers.— Proc. Roy. Soc., A, 1984, v. 391, N 1800.
6. Stewartson K. Falkner — Skan equation for wakes.— AIAA J., 1964, v. 2, N 7.
7. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган.— М.: Наука, 1979.
8. Acrivos A., Snowden D. D. et al. The steady separated flow past a circular cylinder at large Reynolds numbers.— J. Fluid Mech., 1965, v. 21, pt 4.
9. Acrivos A., Leal L. G. et al. Further experiments on steady separated flows past bluff objects.— J. Fluid Mech., 1968, v. 34, pt 1.

Поступила 14/III 1985 г.

УДК 621,181.61 : 629.12

ТЕПЛООБМЕН В ПЛЕНКЕ, СТЕКАЮЩЕЙ ПО КОНФУЗОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. М. Лапин, Л. И. Сень, А. М. Тё

(Владивосток)

Рациональная организация процесса термического умягчения природных высокоминерализованных жидкостей, например морской воды, требует их нагрева до температур выше 200°C при безнакипном режиме работы теплообменного аппарата. Один из способов реализации такого нагрева — использование пленочных аппаратов, в которых подвод теплоты к ламинарной пленке жидкости осуществляется со стороны свободной поверхности раздела сред [1]. В отличие от рекуперативного теплообмена здесь можно организовать процесс высокотемпературного нагрева минерализованной жидкости при относительно низкой температуре пристенного слоя пленки и тем самым обеспечить безнакипный режим работы водонагревателя.

Экспериментально установлено [2], что при стекании жидкости по конфузору с общим углом раскрытия более 90° (в отличие от течения по вертикальной поверхности) реализуется двумерный ламинарный безволновой режим течения пленки в широком диапазоне изменения расходов. Такая особенность гидродинамики позволяет полнее использовать преимущества указанного способа нагрева и определяет предпочтительность применения конфузорно-пленочных аппаратов [3, 4] для нагрева накипеобразующих растворов.

В данной работе исследован процесс контактного теплообмена при конденсации чистого пара на пленке жидкости, стекающей по конфузорной поверхности.

Формулировка задачи. Считая задачу стационарной и осесимметричной, запишем в дриближении пограничного слоя уравнения сохранения импульсов, неразрывности и энергии для тонкой пленки жидкости:

$$(1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + g \sin \alpha;$$

$$(2) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g \cos \alpha = 0;$$

$$(3) \quad \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} = 0;$$

$$(4) \quad \rho c \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

Здесь x — продольная координата, направленная по течению вдоль образующей конфузора; y — поперечная координата, направленная перпендикулярно образующей конфузора; начало координат — на входной кромке конфузора; u и v — соответственно x - и y -компоненты скорости; g — ускорение свободного падения; p — давление; α — угол наклона образующей конфузора к горизонту; $r(x)$ — текущий радиус конфузора; ν , ρ , c , λ , T — кинематическая вязкость, плотность, теплоемкость, теплопроводность и температура жидкости.

Задача решается при следующих допущениях: подстилающая поверхность конфузора теплоизолирована, касательное напряжение на границе жидкость — пар отсутствует, конденсат пара не влияет на течение и теп-

лообмен. В этом случае граничные условия к (1)–(4) представляются в виде

$$\begin{aligned} (5) \quad & \partial T / \partial y = 0, \quad u = v = 0 \quad \text{при } y = 0; \\ (6) \quad & T = T_h, \quad \partial u / \partial y = 0, \quad u \partial h / \partial x = v, \quad p = p_h \quad \text{при } y = h(x); \\ (7) \quad & T = T_0, \quad h = h_0 \quad \text{при } x = 0, \end{aligned}$$

где h_0 — толщина пленки на входе в конфузор; T_0 , T_h — температура пленки на входе и температура насыщения на поверхности раздела сред; p_h — давление пара над поверхностью пленки.

Полагая автомодельность профиля скорости в пленке

$$(8) \quad u(x, y) = \langle u \rangle(x) f(z), \quad z = y/h(x), \quad \int_0^1 f(z) dz = 1$$

и интегрируя (1) и (3) по толщине пленки с использованием (2) и (6), получаем безразмерные уравнения [5]

$$(9) \quad \left[1 - (1 - X)^2 H^3 \frac{\cos \alpha}{\gamma \text{Fr}} \right] \frac{dH}{dX} = \frac{H}{1 - X} + \frac{\beta(1 - X)}{\varepsilon \gamma \text{Re}} - \frac{\sin \alpha}{\varepsilon \gamma \text{Fr}} (1 - X)^2 H^3;$$

$$(10) \quad VH(1 - X) = 1.$$

Здесь $X = x/l_0$; $H = h/h_0$; $\text{Fr} = \langle u_0 \rangle^2 / (gh_0)$; $\text{Re} = \langle u_0 \rangle h_0 / \nu$ (ν принимается при температуре стенки); $V = \langle u \rangle / \langle u_0 \rangle$; $\varepsilon = h_0 / l_0$ (уравнение (9) справедливо при $\varepsilon \ll 1$); $\beta = df/dz|_{z=0}$; $\gamma = \int_0^1 f^2(z) dz$; l_0 — длина образующей конфузора; $\langle u_0 \rangle$ — средняя скорость на входе.

Выразим уравнения (3), (4) в переменных $x \sim z$:

$$(11) \quad \frac{\partial(rv)}{\partial z} - \frac{\partial(ruz)}{\partial z} \frac{dh}{dx} + \frac{\partial(rhu)}{\partial x} = 0;$$

$$(12) \quad h^2 \rho c \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + \left(\frac{v}{h} - u \frac{z}{h} \frac{dh}{dx} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

При выполнении условия (10) член в круглых скобках левой части выражения (12) тождественно равен нулю. Действительно,

$$\frac{\partial(rh \langle u \rangle)}{\partial x} = l_0 h_0 \langle u_0 \rangle \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} [HV(1 - X)] \equiv 0.$$

В результате, используя (11), имеем

$$\begin{aligned} \frac{v}{h} - u \frac{z}{h} \frac{dh}{dx} = & \frac{1}{rh} \left[-(rv) + ruz \frac{dh}{dx} \right] = -\frac{1}{rh} \left(\int_0^z f(z) \frac{\partial(rh \langle u \rangle)}{\partial x} dz - \right. \\ & \left. - ruz \frac{dh}{dx} + ruz \frac{dh}{dx} \right) \equiv 0. \end{aligned}$$

С учетом (8) и (10) представим (12) в безразмерном виде

$$(13) \quad C_V \text{Re} \varepsilon \frac{Hf(z)}{1 - X} \frac{\partial \Theta}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right).$$

Здесь $\Theta = (T - T_0) / (T_h - T_0)$; $\text{Re} = h_0 \langle u_0 \rangle \rho_0 c_0 / \lambda_0$ — число Пекле по входным условиям; $C_V = \rho c / \rho_0 c_0$ — безразмерное значение объемной теплоемкости; $K = \lambda / \lambda_0$ — безразмерная теплопроводность (C_V и K зависят только от Θ).

Таким образом, для расчета теплообмена необходимо задать вид функции $f(z)$ и найти решение уравнений (9) и (13) при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} \Theta = 0, \quad H = 1 \quad & \text{при } X = 0; \\ \partial \Theta / \partial z = 0, \quad f = 0 \quad & \text{при } z = 0; \\ \Theta = 1, \quad \partial f / \partial z = 0 \quad & \text{при } z = 1. \end{aligned}$$

Метод решения. Профиль скорости $f(z)$ аппроксимируется полиномом четвертой степени

$$(14) \quad f(z) = tz + az^2 + bz^3 + dz^4.$$

С использованием краевых условий и значений для γ и β получим систему уравнений

$$\frac{df}{dz} \Big|_{z=0} = 0, \quad \int_0^1 f dz = 1, \quad \int_0^1 f^2 dz = \gamma, \quad \frac{df}{dz} \Big|_{z=1} = 0,$$

решение которой дает значения коэффициентов полинома, выражаемых через β и γ , в виде

$$t = \beta, \\ d = (255 - 45\beta \pm \sqrt{252000\gamma - 309375 + 8250\beta - 375\beta^2})/16, \\ a = 6 - 5\beta/2 - 4d/5, \quad b = 4(\beta - 7d/5 - 3)/3.$$

Поскольку при значениях $\gamma = 1, 2$ и $\beta = 3$ уравнение (14) должно трансформироваться в полином второй степени (профиль Пуазейля), то перед знаком корня в выражении для d следует выбрать знак минус. Значения γ и β определялись путем аппроксимации экспериментальных данных по измерению профиля скорости в пленке [2].

Толщина пленки $H(X)$ для уравнения (13) рассчитывалась по выражению (9) методом Рунге — Кутты — Фельдберга [6]. Учитывая, что при безнакипном режиме работы аппарата повышение температуры пристенного слоя жидкости на сливе пленки в конце зоны нагрева не превышает 20°C ее значения на входе, вязкость жидкости в уравнении (9) принимали равной ее значению при T_0 . Это позволяет определять $H(X)$ независимо от выражения (13).

Для численного решения (13) использовалась конечно-разностная двухслойная неявная шеститочечная схема на прямоугольной сетке [7]

$$L_j^{i+\frac{1}{2}} \frac{\Theta_j^{i+1} - \Theta_j^i}{\Delta X} = \\ = \frac{K_{j+\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} (\Theta_{j+1}^i - \Theta_j^i + \Theta_{j+1}^{i+1} - \Theta_j^{i+1}) - K_{j-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} (\Theta_j^i - \Theta_{j-1}^i + \Theta_j^{i+1} - \Theta_{j-1}^{i+1})}{2\Delta z^2},$$

а для граничных условий применялась аппроксимация

$$\Theta_j^i = 0, \quad \Theta_1^i = \Theta_2^i, \quad \Theta_N^i = 1 \quad (j = N \text{ при } z = 1).$$

Здесь $L = C_V \text{Re} \varepsilon H f(z)/(1 - X)$; ΔX и Δz — соответственно шаги сетки вдоль X и z ; $X_i = (i - 1)\Delta X$; $z_j = (j - 1)\Delta z$; $\Theta_j^i = \Theta(X_i, z_j)$ и т. д.

Приведенная разностная схема при замороженных коэффициентах L и K абсолютно устойчива и имеет второй порядок аппроксимации по X и z . Конечно-разностное уравнение решается методом прогонки. Поскольку коэффициенты L и K зависят от Θ на полуцелых узлах, то они находятся путем линейной интерполяции по их значениям в целых узлах. Для выполнения такой интерполяции вдоль X применяются итерации. В первом приближении значения неизвестных коэффициентов на $(i + 1)$ -м слое принимаются равными значениям коэффициентов на i -м слое. Затем по вычисленным значениям температуры на $(i + 1)$ -м слое коэффициенты L и K уточняются, и так расчет продолжается до достижения заданной точности.

Обсуждение результатов. Сравнительный анализ результатов расчета с постоянными (по входным условиям) и переменными значениями теплофизических свойств жидкости [$(T_h - T_0) > 100^\circ\text{C}$] показал, что отклонение по нагреву может достигать 10%, поэтому в расчетах необходимо

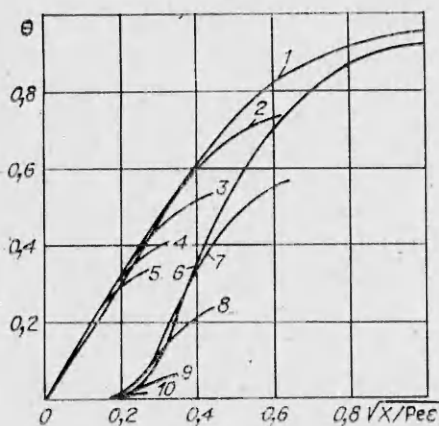


Рис. 1

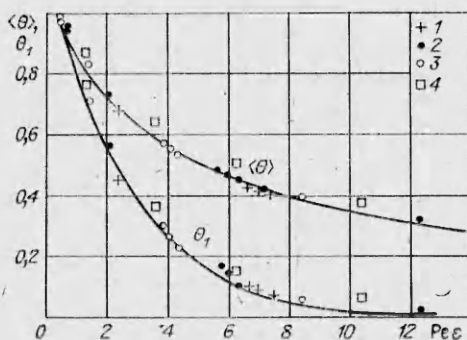


Рис. 2

учитывать изменение свойств раствора при нагреве. На рис. 1, 2 приведены результаты численного решения теплообмена и их обобщение с учетом изменения теплофизических свойств жидкости от температуры. На рис. 1 кривые 1—5 отвечают среднерасходной температуре нагрева, а 6—10 — температуре стенки для $T_0 = 20^\circ\text{C}$ и $T_h = 200^\circ\text{C}$; соответственно кривые 1, 6 получены для значений $\text{Re} \epsilon(\alpha, \text{град}) = 0,7$ (30); 2, 7 — 2,1 (30); 3, 8 — 4,4 (45); 4, 9 — 7,5 (20); 5, 10 — 12,4 (30). Из графиков видно, что контактный теплообмен в конфузурно-пленочных аппаратах позволяет реализовать эффективный нагрев жидкости при относительно низких температурах стенки за счет варьирования расходными, геометрическими и температурными характеристиками процесса. При выборе параметров основное ограничительное условие — допустимая по условиям накинеобразования температура стенки в конце зоны нагрева (на сливе пленки из аппарата).

На рис. 2 приведены расчетные значения среднерасходной температуры $\langle \theta \rangle = \int_0^1 f(z)\theta dz$ и температуры стенки θ_1 для различных углов наклона образующей конфузора к горизонту при $X = 0,8$. Точкам 1—3 соответствуют углы наклона 20, 30 и 45°, а линии проведены по аппроксимационным выражениям $\langle \theta \rangle = 1,43 \exp[-0,5 (\text{Re} \epsilon)^{0,45}]$, $\theta_1 = 1,19 \exp(-0,38 \times \text{Re} \epsilon)$, которые упрощают задачу выбора режимных и геометрических характеристик теплообменного аппарата.

Для оценки применимости рассматриваемой модели теплообмена проведены эксперименты на конфузурно-пленочном аппарате ($\alpha = 45^\circ$, $l_0 = 38,5$ мм) с нагревом воды ($T_0 = 19^\circ\text{C}$) насыщенным паром при атмосферном давлении. Эти результаты представлены на рис. 2 точками 4 для чисел Рейнольдса пленки на входе в аппарат 30, 60, 90 и 120. Отклонение экспериментальных и расчетных значений температур — следствие влияния сливного отверстия на гидродинамику пленочного течения жидкости, обусловленного относительно малыми размерами конфузурного элемента. С уменьшением числа Рейнольдса отмеченное влияние ослабевает и экспериментальные значения температур стенки и среднерасходной температуры приближаются к их расчетным значениям.

Приведенное сопоставление дает основание рекомендовать рассмотренную модель контактного теплообмена для расчета конфузурно-пленочных нагревателей высокоминерализованных вод.

ЛИТЕРАТУРА

1. Способ нагрева, содесодержащей жидкости/Л. И. Сень, Ю. В. Якубовский, В. В. Пермяков, Н. Г. Полищук, В. Г. Добржанский. — БИ, 1980, № 29.
2. Тё А. М., Сень Л. И. Пленочное течение жидкости по конфузурной поверхности. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1983, № 3, вып. 1.

3. Пленочный теплообменный аппарат/Л. И. Сень, А. М. Тё.— БИ, 1982, № 3.
4. Тё А. М., Сень Л. И., Подсушный А. М. Высокотемпературный нагрев морской воды в конфузорно-пленочном аппарате.— В кн.: Судовые энергетические установки. Межвузовский сб. Владивосток: ДВГУ, 1981.
5. Сень Л. И., Тё А. М., Цветодуб О. Ю. Модель пленочного течения жидкости по конфузорной поверхности.— ПМТФ, 1983, № 3.
6. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений.— М.: Мир, 1980.
7. Паскопов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена.— М.: Наука, 1984.

Поступила 25/III 1985 г.

УДК 532.542 + 539.3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СОЛИТОНА ПО ТРУБОПРОВОДУ, ЗАПОЛНЕННОМУ ЖИДКОСТЬЮ

С. П. Актершев, А. В. Федоров, В. М. Фомин
(Новосибирск)

В [1, 2] предложена математическая модель движения жидкости в магистральном трубопроводе с осью — криволинейной пространственной кривой — и изучены ее некоторые упрощения. В рамках предложенных моделей рассмотрены вопросы распространения линейных и нелинейных волн. Настоящее сообщение посвящено исследованию течения типа простой волны в трубопроводе с упругими стенками в рамках одного из вариантов модели [1], учитывающего по сравнению с [2] осевые смещения трубопровода. Получено основное уравнение для описания распространения волны в трубопроводе.

Уравнения, описывающие течение жидкости в трубопроводе, возьмем в виде [1]

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho_1 R \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= R \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial s} + R \frac{\sigma_{rs}^e - \sigma_{rs}^i}{h}, \\ \rho_1 R \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= -\sigma_{\theta\theta} + R \frac{\sigma_{rr}^e - \sigma_{rr}^i}{h} + R \frac{\partial \sigma_{rs}}{\partial s}, \\ \sigma_{rs}^i &= \mu \frac{u - u^i}{h/2} + \mu \frac{\partial v^i}{\partial s}, \quad \sigma_{rs}^e = \mu \frac{u^e - u}{h/2} + \mu \frac{\partial v^e}{\partial s}, \\ \sigma_{rs} &= \mu \frac{u^e - u^i}{h} + \mu \frac{\partial v}{\partial s}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \lambda \frac{\partial u}{\partial s} + (\lambda + 2\mu) \frac{v}{R_0} + \lambda \frac{v^e - v^i}{h}, \\ \sigma_{ss} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial s} + \lambda \frac{v^e - v^i}{h} + \lambda \frac{v}{R_0}, \\ \rho V R^2 &= \rho_0 V_0 R_0^2, \quad \frac{V^2}{2} + \int_p^{p_0} \frac{dp}{\rho} = \frac{V_0^2}{2}, \quad p - p_0 = a_0^2 (\rho - \rho_0). \end{aligned}$$

Здесь u, v — перемещения трубопровода в продольном (ось s) и радиальном (ось r) направлениях; индексы e и i относятся к величинам на внешней и внутренней поверхностях трубы Φ^e и Φ^i ; ρ_1 — плотность материала трубы; $R = R(s, t)$ — образующая трубы; h — ее толщина; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений; λ, μ — коэффициенты Ламэ; t — время; ρ, V, p — плотность, скорость, давление жидкости (рис. 1).

Поскольку компоненты вектора нормали к образующей трубы удовлетворяют условию $n_r/n_s \sim (R - R_0)/L \ll 1$, L — характерный линейный размер волны, то

$$(2) \quad \sigma_{rr}^e = \sigma_{rs}^e = \sigma_{rs}^i = 0, \quad \sigma_{rr}^i = -p.$$

Замкнем (1), (2) соотношениями

$$(3) \quad u = (u^e + u^i)/2, \quad v = (v^e + v^i)/2,$$