

УДК 533.951; 533.9.01; 533.6.011.72

## ПЛАЗМЕННЫЙ ЭФФЕКТ ЛОШАДИ ХЬЮСТОНА

В. А. Павлов, Я. В. Тряскин

Санкт-Петербургский государственный университет, 198904 Санкт-Петербург, Россия  
E-mails: pavlov.valery@mail.ru, ubik33@yandex.ru

Исследовано воздействие сильной ударной волны на слабоионизированную столкновительную плазму. Численно изучена структура ионно-звукового возмущения, вызванного ударной волной. Показано влияние нелинейности, дисперсии и диссипации на формирование осциллирующего профиля волны. Установлено, что в некоторых режимах при увеличении скорости ударной волны происходят резкое увеличение концентрации заряженных частиц и уменьшение числа максимумов возмущения. До этого изменения структуры течения возможно формирование локализованных областей с повышенной степенью ионизации плазмы. Показано, что наличие сгустков плазмы может приводить к сильному воздействию зарядов на нейтральный компонент.

**Ключевые слова:** предвестник ударной волны, сгустки плазмы, эффект лошади Хьюстона.

**Введение.** Интерес к исследованию нелинейных процессов в слабоионизированной плазме обусловлен как изучением особенностей физических процессов, происходящих в лабораторной плазме, так и развитием плазменной аэродинамики в околоземном и космическом пространствах.

Обнаружены аномальные режимы сверхзвукового обтекания тела плазмой [1], а также аномальная релаксация и неустойчивость ударных волн в газах [2–4]. Следует отметить, что существует альтернативный способ уменьшения сопротивления при выделении энергии перед телом в гиперзвуковом потоке [5]. Воздействие сильной ударной волны на плазму в случае, когда ее скорость превышает скорость ионного звука, сопровождается возникновением различных эффектов [6–9]. Аналитические [10, 11] и численные [12, 13] исследования взаимодействия ударной волны с плазмой проводились при значительной идеализации рассматриваемого процесса. На основе аналитических оценок [12] показано, что перед фронтом ударной волны возможно формирование плазменного солитона. Существует немонотонная зависимость амплитуды этого солитона от скорости ударной волны вследствие наличия нелинейного резонанса, зависящего от скорости ударной волны. Конкуренция сильной нелинейности и дисперсии приводит к резкому уменьшению амплитуды солитона при скорости ударной волны, превышающей некоторое критическое значение.

В настоящей работе удалось преодолеть ряд вычислительных трудностей, возникающих при решении задачи о воздействии сильной ударной волны на слабоионизированную плазму, за счет использования как моделей прямого скачка в ударной волне, так и моделей сглаженного скачка и замены искомым функций для обеспечения ограничения амплитуды полей. Это позволило подробно изучить возмущение полей как в предвестнике, так и в области за фронтом ударной волны. Исследование проведено в пренебрежении влиянием заряженных компонентов на нейтральный компонент и на профиль ударной волны.

**1. Постановка задачи.** Исследуем воздействие плоской сильной ударной волны в нейтральном компоненте на плазменный компонент слабоионизированного газа. Будем считать, что нейтральный компонент состоит из одинаковых молекул, заряды ионов равны заряду одного электрона. Для выяснения основных закономерностей ограничимся рассмотрением одномерного стационарного процесса (все поля зависят от одной переменной  $\xi = x - ct$ , где  $x, t$  — декартова координата и время;  $c = \text{const}$  — скорость движения фронта сильной ударной волны в нейтральном компоненте трехкомпонентной среды). Вводится дополнительное предположение о неизотермичности плазмы, в случае если электронная температура значительно больше температуры тяжелых частиц:  $T_e \gg T_i \approx T_n$  (индексы  $e, i, n$  соответствуют электронам, ионам и нейтральным частицам;  $T$  — температура). Предположение о слабой ионизации газа позволяет на первом этапе пренебречь влиянием плазменного компонента на нейтральный компонент.

Таким образом, сильная ударная волна в нейтральном компоненте рассматривается в качестве заданного источника (своеобразного поршня), создающего возмущения плазменного компонента. Поскольку плазма является слабоионизированной, плазменный компонент не оказывает влияния на ударную волну. Такая идеализация существенно упрощает исследование, однако позволяет получить лишь качественную картину полей. Возмущение полей заряженных компонентов создается сильной стационарной ударной волной в виде прямоугольной или сглаженной ступеньки. Прямоугольная ступенька описывается соотношениями

$$\rho_n(\xi) = \rho_{n0} + (\rho_{n1} - \rho_{n0})\tilde{\eta}(-\xi), \quad u_n(\xi) = u_{n1}\tilde{\eta}(-\xi), \quad \tilde{\eta}(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \geq 0, \\ 0, & \xi < 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0}} \approx \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad \frac{u_{n1}}{c} \approx \frac{2}{\gamma + 1} \approx 1 - \frac{\rho_{n0}}{\rho_{n1}},$$

где  $\rho_n, u_n$  — плотность и скорость нейтрального компонента;  $\tilde{\eta}(\xi)$  — функция ступеньки;  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей; индексы 0, 1 соответствуют состояниям перед фронтом и за ним. Такое описание позволяет четко разграничить поле предвестника в области  $\xi \geq 0$  и поле за фронтом ударной волны в области  $\xi < 0$ . Однако при применении такой модели возникают вычислительные трудности, которые удается преодолеть за счет использования сглаженной ступеньки, задаваемой следующим образом:

$$\eta(\xi) = 1/(1 + e^{-\xi/\xi_*}). \quad (2)$$

Здесь  $\xi_*$  — параметр, характеризующий сглаженную ступеньку. При  $\xi_* \rightarrow 0$  функция  $\eta(\xi)$  описывает прямоугольную ступеньку  $\tilde{\eta}(\xi)$  (см. (1)).

Ограничиваясь рассмотрением слабоионизированной плазмы, будем пренебрегать воздействием заряженных компонентов на нейтральный компонент. Взаимодействие всех компонентов в данной работе не рассматривается. Следует отметить, что такая идеализация является сильной. Ниже показано, что возможны режимы перераспределения компонентов и формирования локализованных сильноионизированных сгустков плазмы, которые, по-видимому, могут оказывать влияние на нейтральный компонент. В настоящее время теоретическое обоснование данного утверждения отсутствует. Имеются только экспериментальные данные [2, 3, 7], свидетельствующие о такой возможности.

Для описания процессов, происходящих в плазме, используем модель ионно-звукового приближения  $T_e \gg T_i \approx T_n$ , в которой учитывается диссипация за счет упругих столкновений ионов и нейтральных частиц.

**2. Метод решения.** Используя модель ударной волны в виде прямоугольной ступеньки (см. (1)), запишем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i u_i)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e u_e)}{\partial x} = 0,$$

$$m_i \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x} \right) u_i = |e| E - m_i \nu_{in}(\xi) (u_i - u_n(\xi)),$$

$$|e| E + \varkappa T_{0e} \frac{\partial \ln n_e}{\partial x} = 0, \quad \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} + |e| (n_e - n_i) = 0.$$

Здесь  $n$ ,  $u$ ,  $m$ ,  $e$ ,  $E$  — концентрация, скорость, масса, заряд электрона и электрическое поле;  $\nu_{in}(\xi) = \nu_0 + (\nu_1 - \nu_0)\eta(-\xi)$  — частота упругих столкновений;  $\varkappa$ ,  $\varepsilon_0$  — постоянная Больцмана и диэлектрическая проницаемость вакуума. Граничные условия в области  $\xi \rightarrow \infty$  выбираются с учетом требования перехода полей в невозмущенное состояние:  $u_i = 0$ ,  $E = 0$ ,  $n_e = n_i = n_{e0} = n_{i0}$ . Функция  $m_i \nu_{in}(\xi) u_n(\xi)$  в уравнении движения ионного компонента описывает внешний стационарный источник.

Рассматривается стационарная задача о возмущении плазменного компонента среды. Источником возмущения является сильная ударная волна в нейтральном компоненте (число Маха  $M \gg 1$ ). Стационарный режим соответствует случаю, когда возмущения плазменного компонента перемещаются со скоростью  $c$ , равной скорости движения сильной ударной волны в нейтральном компоненте.

В случае стационарного процесса при  $\xi = x - ct$  нелинейная система уравнений в частных производных с переменным коэффициентом сводится к неавтономной системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений для безразмерных функций

$$\frac{d\mathbf{w}}{ds} = \mathbf{F}(\mathbf{w}), \quad w_1(\infty) = 1, \quad w_2(\infty) = 1, \quad w_3(\infty) = 0, \quad (3)$$

где  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ ,  $s$  — безразмерные концентрация ионов, концентрация электронов, электрическое поле и координата соответственно. Связь безразмерных полей  $\mathbf{w}$  с размерными определяется формулами

$$w_1 = n_i n_{i0}^{-1}, \quad w_2 = n_e n_{e0}^{-1}, \quad w_3 = E \tilde{E}^{-1}, \quad \tilde{E} = \nu_0 m_i c^2 / (u_s |e|),$$

где  $u_s \equiv \sqrt{\varkappa T_{0e} m_i^{-1}}$  — скорость ионного звука.

Функции  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  — правые части уравнений (3) после их преобразования к безразмерному виду:

$$F_1 = -s_0 w_1 \left( w_1^2(s) \left( w_3(s) + \frac{\mu(s)}{M} \right) + \frac{\tilde{\nu}_{in}(s)}{M} w_1(s) \right),$$

$$F_2 = -s_0 M^2 w_2(s) w_3(s), \quad F_3 = -\frac{s_0}{(dM)^2} (w_2(s) - w_1(s)).$$

Здесь  $\mu(s) = \tilde{\nu}_{in}(s)(q(s) - 1)$ ;  $\tilde{\nu}_{in}(s)$  — безразмерная частота упругих столкновений;  $q(s)$  — безразмерная скорость нейтрального компонента;  $d$  — безразмерный радиус Дебая;  $M = cu_s^{-1}$  — ионно-звуковое число Маха. Связь безразмерных и размерных величин определена по формулам

$$\tilde{\nu}_{in}(s) = \frac{\nu_{in}(s)}{\nu_0} = 1 + \frac{2}{\gamma - 1} \eta(-s), \quad q(s) = \frac{u_n(s)}{c} = \frac{2}{\gamma + 1} \eta(-s),$$

$$d = D_e \nu_0 u_s^{-1}, \quad D_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varkappa T_0}{e^2 n_0}}, \quad s = \xi \nu_0 u_s^{-1} s_0^{-1}, \quad s_* = \xi_* \nu_0 u_s^{-1} s_0^{-1},$$

где  $D_e$  — радиус Дебая;  $\gamma = 1,4$ . Пространственный параметр  $s_0$  является безразмерным и находится из решения дисперсионного уравнения

$$\det \{ \mathbf{a} + \mathbf{F}_0(\mathbf{a}, 0) \} = 0$$

Значения параметра  $s_0$   
в зависимости от числа Маха  $M$  при  $d = 0,2$

$M$	$s_0$	$M$	$s_0$	$M$	$s_0$
1,0	0,381	1,7	0,240	3,0	0,211
1,2	0,300	1,9	0,230	4,0	0,206
1,5	0,254	2,1	0,224	5,0	0,204

( $\mathbf{F}_0$  — линейное приближение функции  $\mathbf{F}$ ), следующего из условия существования линейной асимптотики

$$\mathbf{w} \approx \mathbf{a} e^{-s}, \quad s \gg 1, \quad a_k = \text{const}, \quad k = 0, 1, 2 \quad (4)$$

в области  $s \gg 1$  для решения системы (3). Параметры  $a_1, a_2$  вычисляются в результате решения нелинейной задачи с использованием системы (3). Получены представления для параметров  $a_1, a_2$ :  $a_1 = a_0 M(M + s_0)$ ,  $a_2 = a_0(1/M + 1/s_0)$ . Параметр  $s_0$  зависит от ионно-звукового числа Маха  $M$  и безразмерного радиуса Дебая  $d$ . При увеличении числа Маха значение параметра  $s_0$  асимптотически стремится к значению  $d$ . В таблице приведены значения параметра  $s_0$  в зависимости от числа Маха  $M$  при  $d = 0,2$ .

Численное решение системы (3) получено методом BDF (backward differentiation formula) для жестких систем [14] с использованием процедуры отбора решения для определения значения параметра  $a_0$ . Для того чтобы выбрать решение на фазовой плоскости  $(w_1, w_1')$ , перейдем от безразмерной концентрации к безразмерной скорости ионов  $w_i \equiv 1 - 1/w_1(s)$  (так как значение скорости не достигает больших значений, оно ограничено сверху единицей). Начальная точка численного дифференцирования системы (3) на плоскости  $(s, w_1)$  расположена справа от фронта ударной волны  $s \gg 0$ , граничные значения функций  $w_1(s), w_2(s), w_3(s)$  приближенно удовлетворяют уравнениям (3). На фазовой плоскости данному условию соответствует окрестность начала координат (рис. 1). Подбирая параметр  $a_0$ , будем перемещать фазовую траекторию вдоль асимптотики (4) до значения  $w_i \approx 0,2$ , при котором еще выполняется линейное приближение. По мере увеличения  $s$  фазовая траектория приближается по спирали к конечной точке интегрирования на плоскости  $(w_i, w_i') \rightarrow \{5/6, 0\}$ .

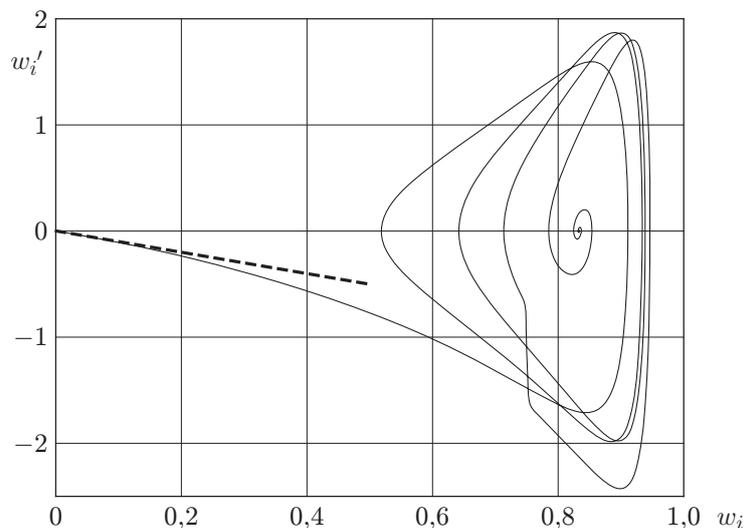


Рис. 1. Фазовая плоскость  $(w_i', w_i)$  при  $M = 1,425$ ,  $s_* = 0$ ,  $d = 0,2$  (штриховая линия — асимптотика (8)  $w_i' = -w_i$ )

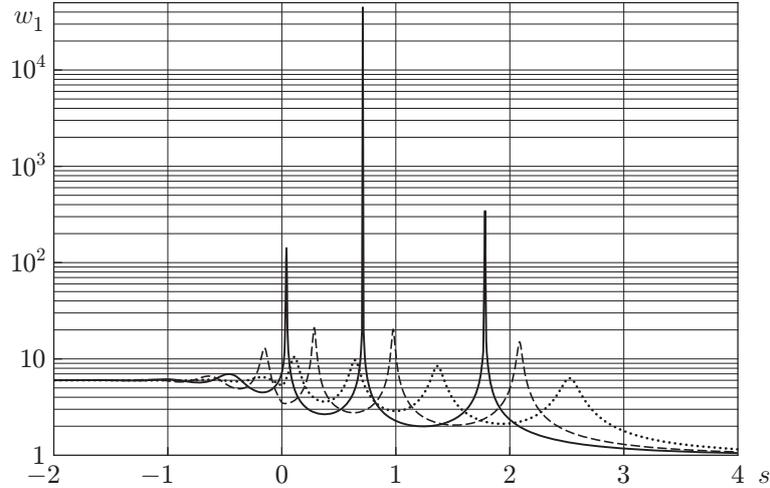


Рис. 2. Зависимость безразмерной концентрации ионов  $w_1$  от безразмерной координаты  $s$  при  $d = 0,2$  и различных значениях ионно-звукового числа Маха  $M$ : сплошная кривая —  $M = 1,523$ , штриховая —  $M = 1,45$ , пунктирная —  $M = 1,35$

В окрестности координаты  $w_i \approx 0,75$  на фазовой плоскости (см. рис. 1) происходит резкое изменение производной  $w'_i$ , что соответствует разрыву, заданному моделью прямоугольной ступеньки (1). Такое изменение наблюдается в различных точках фазовой плоскости в зависимости от параметров  $M, d$  в модели прямоугольной ступеньки. Использование модели сглаженной ступеньки (2) при  $s_* > 0$  позволяет устранить скачок производной  $w'_i$ .

**3. Модель прямоугольной ступеньки.** Результаты численных расчетов  $w_1 = w_1(s, M)$  с использованием модели прямоугольной ступеньки (1) при  $M = 1,350; 1,450; 1,523$  представлены на рис. 2. Видно, что при увеличении ионно-звукового числа Маха в интервале  $1,0 \leq M \leq 1,2$  перед фронтом ( $s > 0$ ) возмущения концентрации ионов  $w_1$  увеличиваются, при этом максимум концентрации ионов  $\max(w_1)$  расположен за фронтом ударной волны ( $s < 0$ ), область невозмущенного состояния  $w_1(s)$  ( $s \gg 0$ ) перемещается навстречу фронту ударной волны  $s = 0$ .

При  $1,2 \lesssim M \lesssim 1,5$  значение концентрации ионов  $w_1$  за фронтом ударной волны уменьшается до значения  $w_1 \approx 6$ , соответствующего стационарному состоянию. Перед фронтом ударной волны концентрация ионов  $w_1$  увеличивается. Таким образом, максимальное значение концентрации  $\max(w_1)$  перемещается из области за фронтом ударной волны в ближайший сгусток плазмы перед фронтом. При увеличении числа Маха  $M$  области с повышенной ионизацией в предвестнике движутся навстречу фронту ударной волны  $s = 0$ . В дальнейшем максимум концентрации  $\max(w_1)$  пересекает фронт, оказываясь за ним. В результате количество сгустков плазмы перед фронтом ударной волны уменьшается. Дальнейшее увеличение числа Маха  $M$  приводит к тому, что описанный процесс повторяется. При этом значения концентрации  $w_1$  быстро увеличиваются. Заметим, что при достижении значения числа Маха  $M \approx 1,5$  перед фронтом ударной волны остаются три зоны с повышенной концентрацией ионов.

При  $M \gtrsim 1,5$  максимум концентрации  $\max(w_1)$  не пересекает фронт ударной волны, а остается перед ним. При увеличении числа Маха положение максимума концентрации  $\max(w_1)$  в предвестнике изменяется. Иными словами, происходит изменение положения высокоионизированных зон: максимум концентрации  $\max(w_1)$  смещается в направлении больших значений  $s$ , при этом локальные максимумы перемещаются к фронту ( $s = 0$ ). При  $M = 1,523$  максимальная концентрация достигает значения  $\max(w_1) \approx 10^5$  (см. рис. 2). Концентрация за фронтом ( $s < 0$ ) выходит на стационарное значение  $w_1 = 6$ .

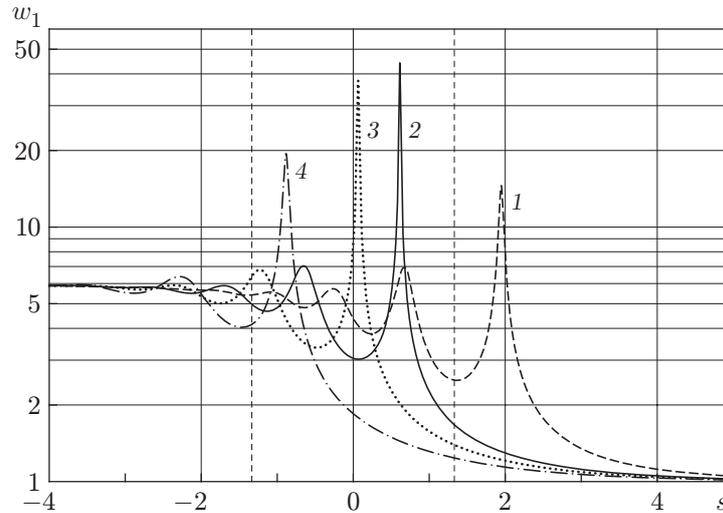


Рис. 3. Зависимость безразмерной концентрации ионов  $w_1$  от безразмерной координаты  $s$  при  $d = 0,2$  и различных значениях ионно-звукового числа Маха  $M$ : 1 —  $M = 1,7$ , 2 —  $M = 2,1$ , 3 —  $M = 2,3$ , 4 —  $M = 2,7$ ; вертикальные штриховые линии — границы переходной области сглаженной ступеньки  $s = \pm s_*$

**4. Модель сглаженной ступеньки.** Вследствие “жесткости” системы (3) с использованием модели прямоугольной ступеньки (1) не удается построить решение при значениях  $M \gtrsim 1,53$ . Поэтому при больших значениях ионно-звукового числа Маха будем использовать модель сглаженной ступеньки (2). Путем подбора параметра  $s_*$  для сглаженной ступеньки (2) удастся получить представление  $w = w(s, M)$  при больших значениях числа Маха ( $M \gtrsim 1,53$ ). Безразмерный параметр  $s_*$  характеризует размер переходной области ударной волны в нейтральном компоненте в модели (2). Результаты численных расчетов при значениях  $M = 1,7; 2,1; 2,3; 2,7$  приведены на рис. 3. Видно, что с увеличением числа Маха количество высокоионизированных зон перед фронтом ударной волны ( $s > 0$ ) уменьшается, максимум концентрации  $\max(w_1)$  занимает крайнее правое положение, затем возмущение концентрации  $w_1$  монотонно убывает. Наибольшее значение  $\max(w_1)$  достигается при  $M \approx 2,1$ , после чего степень ионизации предвестника резко уменьшается.

При использовании модели ступеньки (2) увеличение ионно-звукового числа Маха также приводит к смещению точки максимума  $\max(w_1)$  к фронту ударной волны  $s = 0$  (см. рис. 3), затем максимум концентрации  $\max(w_1)$  пересекает фронт и оказывается за ним. Положение сильноионизированной зоны  $\max(w_1)$  за фронтом обусловлено смещением вниз по потоку возмущенного поля в случае, когда ударная волна неподвижна, а плазма движется из области  $s \gg 0$ .

При  $M > 3$  значения концентрации  $\max(w_1)$  уменьшаются, и при  $M \approx 9$  зависимость  $w_1(s)$  становится монотонной. Значение  $M \approx 9$  является критическим. При  $M \gtrsim 9$  имеет место монотонный профиль зависимости  $w_1(s)$  (рис. 4). В этом заключается плазменный эффект лошади Хьюстона.

Исследование влияния параметра  $s_*$  в модели (2) на результаты расчетов при различных значениях  $M$  показало, что при  $M < 1,53$  и  $s_* < 0,02$  влияние сглаженности практически не проявляется (результаты, полученные с использованием моделей (1) и (2), хорошо согласуются). При  $s_* > 0,02$  влияние сглаженности становится значительным. На рис. 5 показано влияние параметра  $s_* = 0; 0,75; 1,33$  на конечный результат при  $M = 1,35$ . С увеличением параметра  $s_*$  величина максимума  $\max(w_1)$  уменьшается и максимумы концентрации сдвигаются вдоль оси  $s$  вниз по потоку. Иными словами, при размазыва-

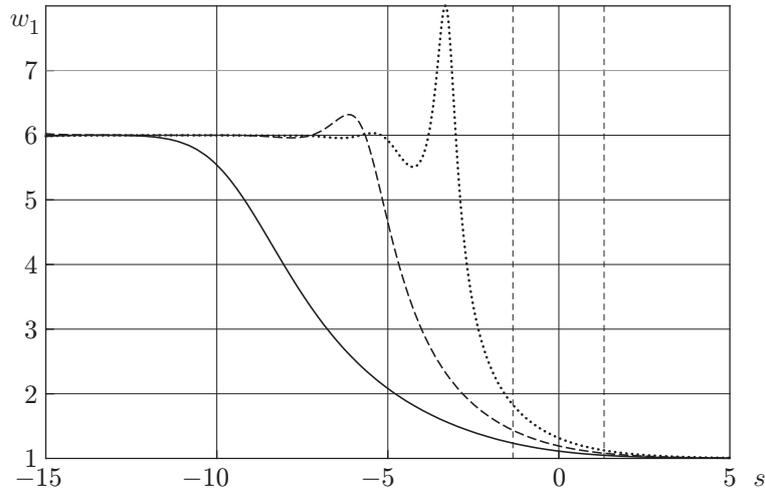


Рис. 4. Зависимость безразмерной концентрации ионов  $w_1$  от безразмерной координаты  $s$  при  $d = 0,2$ ,  $s_* = 1,33$  и различных значениях числа Маха  $M$ : сплошная кривая —  $M = 9,0$ , штриховая —  $M = 5,7$ , пунктирная —  $M = 4,0$ ; вертикальные штриховые линии — границы переходной области сглаженной ступеньки  $s = \pm s_*$

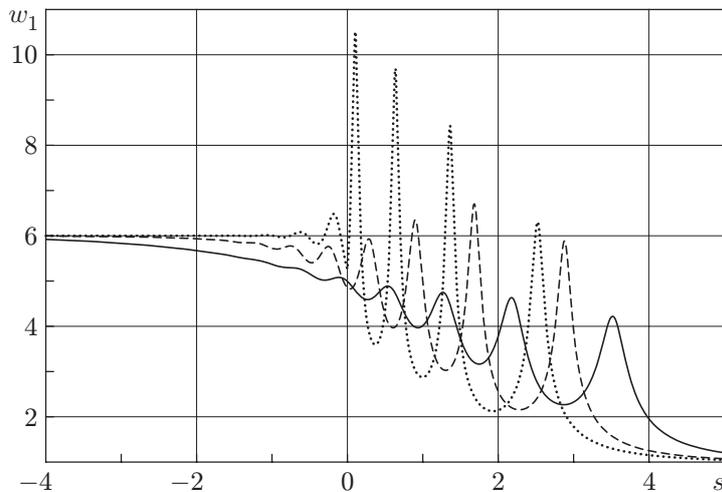


Рис. 5. Зависимость безразмерной концентрации ионов  $w_1$  от безразмерной координаты  $s$  при  $M = 1,35$ ,  $d = 0,2$  и различных значениях  $s_*$ : сплошная кривая —  $s_* = 1,33$ , штриховая —  $s_* = 0,75$ , пунктирная —  $s_* = 0$

нии ступеньки максимальная концентрация ионов  $\max(w_1)$  перед фронтом ударной волны значительно уменьшается, но при этом увеличиваются размеры возмущенной области концентрации (см. рис. 5). При расчете по модели прямоугольной ступеньки при  $M = 1,35$  максимальная концентрация составляла  $\max(w_1) \approx 10,5$ , а при  $s_* = 1,33$  получено значение  $\max(w_1) \approx 5$ , меньшее концентрации  $w_1$  за фронтом ударной волны (см. рис. 5).

**5. Особенности плазменного эффекта лошади Хьюстона.** Движение сильной ударной волны сопровождается формированием области с осцилляциями концентрации ионного компонента. Вследствие сильной нелинейности, диссипации и дисперсии происходит перераспределение концентрации  $\max(w_1)$  (см. рис. 3) и формируются сгустки плазмы. При увеличении скорости фронта ударной волны зависимость  $\max(w_1)$  от  $M$  становится немонотонной (рис. 6).

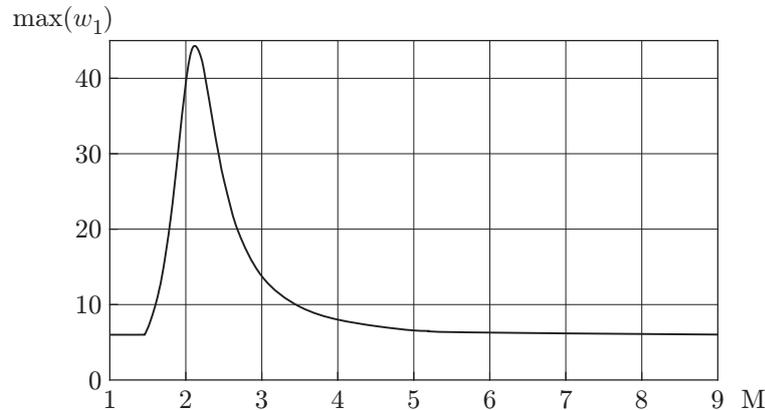


Рис. 6. Зависимость максимальной концентрации ионов  $\max(w_1)$  от ионно-звукового числа Маха  $M$  при  $s_* = 1,33$ ,  $d = 0,2$

При дальнейшем увеличении параметра  $M$  характер зависимости  $w_1(s)$  резко изменяется (эффект лошади Хьюстона в плазме).

**Заключение.** Формирование сгустка плазмы приводит к образованию областей, в которых нарушается условие слабой ионизированности плазмы. В этом случае использованная в работе гипотеза о слабом влиянии плазменных возмущений на нейтральный компонент становится необоснованной. По-видимому, при реализации плазменного эффекта лошади Хьюстона должно проявляться влияние плазменного компонента на нейтральный компонент, что может приводить к изменению структуры ударной волны. Имеются экспериментальные подтверждения [2, 3, 7] существования такого влияния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Диплом** на открытие 007. Эффект аномального обтекания тел плазмой / Р. Ф. Авраменко, А. И. Климов, Ю. Л. Серов, И. П. Явор, Р. Ф. Бедин. Приоритет 17.09.80. Зарегистр. 25.12.86 в Госреестре открытий СССР.
2. **Serov Yu. L.** Experimental investigation of a supersonic sphere motion in a plasma on ballistic apparatus // Proc. of the 2nd Weakly ionized gases workshop, Norfolk (USA), Apr. 24–25, 1998. S. 1., 1998. P. 32–45.
3. **Mishin G. I.** Experimental investigation of the flight of a sphere in weakly ionized air // Proc. of the 15th aerodynamics conf., Atlanta, June 23–25, 1997. S. 1., 1997.
4. **Semenov V. E., Bondarenko V. G., Gildenburg V. B., et al.** Weakly ionized plasmas in aerospace applications // Plasma Phys. Control. Fusion. 2002. V. 44. P. B293–B305.
5. **Мирабо Л., Райзер Ю. П., Шнейдер М. Н., Брейкен Р.** Уменьшение сопротивления и энергетических затрат при выделении энергии перед тупым телом в гиперзвуковом полете // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42. С. 890–899.
6. **Bletzinger P., Ganguly B. N., Van Wie D., Garscadden A.** Plasmas in high speed aerodynamics // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. V. 38. P. R33–R57.
7. **Kolosov V. Yu., Sukhomlinov V. S., Sepman V. Yu., et al.** Acoustic dispersion effect on the propagation of a shock wave in a glow discharge plasma // Proc. of the 9th Intern. space planes and hypersonic systems and technologies conf., Norfolk (USA), 1999. S. 1.: AIAA, 1999. Paper 99–4882.
8. **Koroteyev D. A.** О воздействии плазменных образований на ударные волны // Полет. 2008. № 2. С. 36–42.

9. **Мишин Г. И., Бедин А. П., Ющенко Н. И. и др.** Аномальная релаксация и неустойчивость ударных волн в газах // Журн. техн. физики. 1981. Т. 51, вып. 11. С. 2315–2324.
10. **Павлов В. А.** О структуре ионно-звуковой ударной волны в слабоионизованной плазме // Физика плазмы. 1996. Т. 22, № 2. С. 182–187.
11. **Павлов В. А.** Ионно-звуковой эффект лошади Хьюстона // Физика плазмы. 2000. Т. 26, № 6. С. 543–547.
12. **Павлов В. А.** Слабоионизованная плазма в сверхзвуковом потоке // Физика плазмы. 2002. Т. 28, № 2. С. 522–526.
13. **Pavlov V. A.** Influence of supersonic ion clusters on the plasma neutral component // Intern. J. Geomagnetism Aeronomy. 2007. V. 7, iss. 1. P. 1–7.
14. **Ascher U. M.** Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations / U. M. Ascher, L. R. Petzold. Philadelphia: SIAM, 1998.

*Поступила в редакцию 29/XI 2013 г.,  
в окончательном варианте — 5/V 2014 г.*

---