

ности, роль притупления передней кромки тела в потере устойчивости течения в пограничном слое подробно освещено в [9].

Автор считает приятным долгом выразить благодарность О. С. Рыжову за ценные замечания, сделанные в процессе работы над статьей.

Поступила 15 III 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Жук В. П., Рыжов О. С. Об устойчивости свободновзаимодействующего пограничного слоя. — ПММ, 1981, т. 45, вып. 3.
2. Жук В. П., Рыжов О. С. Свободное взаимодействие и устойчивость пограничного слоя в несжимаемой жидкости. — ДАН СССР, 1980, т. 253, № 6.
3. Smith F. T. On the non-parallel flow stability of the Blasius boundary layer. — Proc. Roy. Soc. A, 1979, vol. 366, N 1724.
4. Соколов Л. А. Влияние энтропийного слоя на распространение нестационарных возмущений в пограничном слое. — ПМТФ, 1983, № 2.
5. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4.
6. Stewartson K., Williams P. Self-induced separation. — Proc. Roy. Soc. A, 1969, vol. 312, N 1509.
7. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением. — ПММ, 1977, т. 41, вып. 6.
8. Нейланд В. Я., Соколов Л. А. Влияние энтропийного слоя на отрыв пограничного слоя в гиперзвуковом потоке. — Учен. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 3.
9. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980.

УДК 532.526.2

О ПЕРЕНОСЕ ИМПУЛЬСА И ТЕПЛА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Н. А. Дворников, В. И. Терехов
(Новосибирск)

Известно [1—11], что наличие относительно небольшой продольной кривизны обтекаемой поверхности может оказать существенное влияние на процессы турбулентного теплообмена и трения. При этом учет влияния только деформации пограничного слоя, характеризуемой величиной отношения толщины пограничного слоя к радиусу кривизны δ/R , приводит к существенно заниженному по сравнению с опытным влиянию кривизны на трение и теплообмен [2, 12].

Прандтль [1] одним из первых указал на аналогию между действием подъемных сил в стратифицированной жидкости и кривизной линий тока в пограничном слое. С использованием теории длины пути перемешивания им была предложена следующая зависимость для турбулентного трения: $\tau/\tau_0 = \sqrt{1 - 0,5Ri}$. В качестве параметра использовалось число Ричардсона, которое отличалось от обычной его формы представления для стратифицированных жидкостей тем, что ускорение силы тяжести заменялось на центробежное. Однако экспериментальная проверка выводов Прандтля показала [8], что наблюдаемые эффекты на порядок выше, чем дает теория.

Для учета этого явления в [2—7] используются эмпирические зависимости, связывающие длину пути перемешивания с характеристиками пограничного слоя и кривизной линий тока. В основу этих методов положен анализ Моница — Обухова для расчета температурно-стратифицированных атмосферных пограничных слоев. Так, в [2] было предложено использовать различные зависимости для модифицированной длины пути перемешивания, в частности линейные

$$(0.1) \quad l/l_0 = 1 - \beta Ri,$$

где l , l_0 — длина пути перемешивания для криволинейного и плоского пограничных слоев; константа β при этом подбирается эмпирически.

Методы расчета с использованием указанных соотношений дают удовлетворительное соответствие с экспериментом и при исследовании более сложных течений, например при закрутке потока в неизотермических условиях [11]. Однако вопрос о правильном подборе эмпирического коэффициента β остается наиболее сложным и к настоящему времени не решенным.

В данной работе предложена методика расчета процессов турбулентного переноса импульса, тепла и вещества в криволинейных пограничных слоях без использования эмпирических констант, зависящих от кривизны линий тока.

1. Влияние массовых сил на турбулентность. Известно, что турбулентный пограничный слой можно условно разбить на две области: пристенный слой, включающий в себя ламинарный подслой и буферную область, и внешнюю часть пограничного слоя. Пристенная область пограничного слоя характеризуется наличием выбросов микроструй из зоны вблизи ламинарного подслоя во внешнюю область, причем эти выбросы имеют упорядоченный характер и масштаб порядка расстояния до стенки [13]. Внешняя часть пограничного слоя характеризуется наличием ослабленных вихрей, которые выносятся из пристенной области, причем эти вихри не оказывают существенного влияния на трение в пристенной области. По-видимому, турбулентность внешней части пограничного слоя в основном влияет на трение в пристенной области посредством изменения коэффициентов переноса и, как следствие, заполненности профилей скорости во внешней части пограничного слоя. В отличие от турбулентного касательного напряжения, которое характеризуется масштабом вихрей порядка длины пути перемешивания, наибольшее влияние массовых сил на турбулентность производится через крупномасштабные вихри с масштабом порядка толщины пограничного слоя. При последующем дроблении самых крупных вихрей более мелкие вихри в свою очередь получают энергию от более крупных. Как показывают вычисления, приведенные ниже, массовые силы сказываются на турбулентный перенос только во внешней части пограничного слоя.

Проанализируем влияние массовых сил на динамику моля жидкости при его перемещении из пристеночной области ко внешней границе пограничного слоя. Запишем уравнение движения жидкой частицы в радиальном направлении в окрестности вогнутой поверхности (в лагранжевой системе координат):

$$(1.1) \quad \int_V \rho_s \frac{dv_r'}{dt} dV = \int_V f_m dV - \left(\int_s p ds \right)_r$$

Здесь v_r' — пульсационная скорость жидкой частицы; ρ_s — ее плотность; f_m — массовые силы, действующие на моль в радиальном направлении. Последний член в (1.1) обусловлен воздействием сил давления. Индекс s означает параметр жидкой частицы, переместившейся из точки $r + y$ в точку r ; $y = R - r$ — расстояние до стенки.

При записи (1.1) полагалось, что касательные напряжения, действующие на частицу, существенно меньше сил давления и инерционных сил. Это объясняется тем, что вязкая диссипация энергии происходит в вихрях, масштаб которых значительно меньше вихрей, ответственных за перенос импульса.

Уравнение (1.1) можно записать в виде

$$\int_V \left(\rho_s \frac{dv_r'}{dt} - f_m + \frac{dp}{dr} \right) dV = 0.$$

Учитывая, что объем V произволен, получим

$$(1.2) \quad \rho_s dv_r'/dt = f_m - dp/dr.$$

Массовая сила f_m , действующая на жидкую частицу, складывается из центробежной силы $f_{II} = \rho_s u_s^2/r$ и силы f_0 , которая не зависит от кривизны и приводит к появлению пульсации скорости при обтекании стенки в отсутствие массовых сил:

$$(1.3) \quad f_m = \rho_s u_s^2/r - f_0.$$

Градиент давления в радиальном направлении в жидкости может быть найден из уравнения

$$(1.4) \quad dp/dr = \rho u^2/r.$$

С учетом (1.3), (1.4) уравнение (1.2) примет вид

$$(1.5) \quad \rho_s v_r \frac{dv_r'}{dr} = \rho_s \frac{u_s^2}{r} - \rho \frac{u^2}{r} - f_0.$$

Полагаем, что при перемещении моля жидкости по высоте пограничного слоя сохраняется его момент количества движения. Учитывая это, разложим в ряд величину $(u^2 r^2)_{r+y}$, ограничиваясь в первом приближении только линейными членами разложения:

$$(1.6) \quad (u^2 r^2)_{r+y} = u^2 r^2 + y \frac{\partial u^2 r^2}{\partial r}.$$

Аналогичную линейную зависимость можно получить из соотношений, используемых в теории длины пути перемешивания Прандтля для области, где справедлив закон стенки.

Используя разложение (1.6), получим выражение для результирующей силы, действующей на жидкую частицу в процессе ее перемещения:

$$(1.7) \quad \begin{aligned} \rho_s \frac{u_s^2}{r} - \rho \frac{u^2}{r} &= \rho_s \left[\frac{(u^2 r^2)_{r+y}}{r^3} - \frac{\rho u^2}{\rho_{r+y} r} \right] \approx \\ &\approx \rho_s \left(\frac{u^2 r^2 + 2ur \frac{\partial ur}{\partial r} y}{r^3} - \frac{\rho}{\rho + \frac{\partial \rho}{\partial r} y} \frac{u^2}{r} \right) \approx \rho_s \left(\frac{2u}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{u^2}{r} \right) y. \end{aligned}$$

Подставляя (1.7) в (1.5), получаем

$$dv_r'^2/dr = 2Ky - 2f_0/\rho_s.$$

Здесь

$$(1.8) \quad K = 2 \frac{u}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{u^2}{r}.$$

Или, переходя к координатам $y = R - r$, имеем

$$(1.9) \quad \partial v_r'^2/\partial y = -2Ky + 2f_0/\rho_s.$$

Определим величину пульсации скорости в радиальном направлении. Для этого проинтегрируем (1.9), полагая, что масштаб интегрирования совпадает с расстоянием до стенки:

$$(1.10) \quad v_r'^2 = -Ky^2 + \int_0^y \frac{2f_0}{\rho_s} dy.$$

Соотношение (1.10) получено для постоянного значения параметра $K(r) = \text{const}$, хотя, как это следует из (1.8), величина K определяется распределением скорости и плотности в пограничном слое. Однако специально проведенные расчеты показали, что использование степенного профиля скорости в (1.8) и последующее интегрирование (1.9) для переменного по высоте пограничного слоя значения K приводит к близким результатам для пульсационной скорости, как и уравнение (1.10). При обтекании поверхности, когда массовые силы отсутствуют ($K \rightarrow 0$), пульсационная скорость, согласно (1.10), определяется формулой

$$(1.11) \quad v_{r0}'^2 = \int_0^y \frac{2f_0}{\rho_s} dy,$$

где $v_{r0}'^2$ — квадрат пульсационной скорости при отсутствии массовых сил на криволинейной поверхности.

Используя (1.11), уравнение (1.10) представим в виде

$$(1.12) \quad v_r'^2 - v_{r0}'^2 = -Ky^2.$$

Пульсационную скорость v'_{r0} при отсутствии массовых сил представим в виде, обычно используемом в теории пути перемешивания [1]:

$$v'_{r0} = l_0 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right).$$

Тогда из (1.12) получим

$$(1.13) \quad v'_r = l_0 \frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \sqrt{1 - (y/l_0)^2 Ri_s}$$

где число Ричардсона имеет вид

$$(1.14) \quad Ri = \frac{K}{\left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right)^2} = \frac{\frac{u}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{u^2}{r}}{\left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right)^2}.$$

Число Ричардсона (1.14) определяет отношение производства турбулентной энергии массовыми силами к производству энергии касательными напряжениями. При этом массовые силы могут быть вызваны не только градиентом циркуляции, но и градиентом плотности в пограничном слое. Для течения в пограничном слое на криволинейной поверхности с постоянной плотностью ($\rho = \text{const}$) выражение (1.14) совпадает с известной формой представления числа Ричардсона [1]:

$$Ri = \frac{(2u/r)}{\left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right)}.$$

Используя соотношение (1.13), найдем распределение касательных напряжений по толщине криволинейного пограничного слоя, учитывая, что $u' = l_0 \frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r}$ [1], имеем

$$(1.15) \quad \tau = \rho u' v' = \rho u' v'_0 \sqrt{1 - (y/l_0)^2 Ri} = \rho l_0^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right)^2 \sqrt{1 - (y/l_0)^2 Ri}.$$

Уравнение (1.9) справедливо только для течения у вогнутой стенки. При течении около выпуклой поверхности происходит процесс подавления турбулентности, а масштаб пульсаций становится меньше толщины пограничного слоя.

Интегрируя уравнение движения (1.9) по некоторому линейному масштабу H , для выпуклой поверхности получим

$$(1.16) \quad v_r'^2 = -KH^2 + v_{r0}'^2.$$

Из (1.16) следует, что при достижении некоторого предельного расстояния $H = v_{r0}' / \sqrt{K}$ пульсационная скорость обращается в нуль, что соответствует условиям подавления турбулентности.

Масштаб подавления может быть определен из следующих очевидных предельных соотношений: если $Ri \rightarrow 0$, то $H \rightarrow y$, $KH^2 \rightarrow 0$, если $Ri \rightarrow \infty$, то $H \rightarrow 0$, $v_r'^2 \rightarrow 0$. Этим условиям удовлетворяет функция $H = y / \sqrt{1 + (y/l_0)^2 Ri}$.

С учетом этого соотношения уравнение (1.16) примет вид

$$v'_r = l_0 \frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \sqrt{1 + \left(\frac{y}{l_0} \right)^2 Ri}.$$

Распределение турбулентных касательных напряжений по толщине пограничного слоя на выпуклой поверхности связывается с осредненными параметрами течения соотношением

$$(1.17) \quad \tau = \rho \overline{u'v'} = \rho l_0^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{y}{l_0} \right)^2 Ri}.$$

Аналогичный анализ может быть проведен и для турбулентного переноса тепла. В итоге получим распределение теплового потока вблизи вогнутой стенки

$$(1.18) \quad q = c_p \rho \overline{T'v_r'} = c_p \rho l_0^2 \frac{\partial T}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right) / \sqrt{1 - \left(\frac{y}{l_0} \right)^2} \text{Ri}$$

и соответственно в окрестности выпуклой стенки

$$(1.19) \quad q = c_p \rho \overline{T'v_r'} = c_p \rho l_0^2 \frac{\partial T}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial r} \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{y}{l_0} \right)^2} \text{Ri}.$$

Таким образом, используя соотношения (1.15), (1.17)–(1.19), можно учесть влияние кривизны на трение и тепломассообмен при турбулентном обтекании вогнутых и выпуклых поверхностей. При этом не требуется использование дополнительных констант, учитывающих влияние массовых сил на турбулентный обмен.

2. Закон тепломассообмена и трения для турбулентного пограничного слоя на криволинейной поверхности. Для расчета закона тепломассообмена и трения воспользуемся асимптотической теорией турбулентного пограничного слоя [14]. В соответствии с этой теорией, используя выражения для турбулентного трения на криволинейной поверхности (1.15) или (1.17), найдем относительную функцию трения

$$(2.1) \quad \Psi = \left(\int_0^1 \left(\frac{\rho \tilde{\tau}_0 f}{\rho_0 \tilde{\tau}} \right)^{1/2} \frac{1 \mp \frac{\delta}{R}}{\left(1 \mp \xi \frac{\delta}{R} \right)} d\omega \right)^2,$$

где $\Psi = (c_f/c_{f0})_{\text{Re}^{**}}$ — относительная функция трения при $\text{Re}^{**} = \text{idem}$; $c_f = 2\tau_w/\rho u_0^2$, $c_{f0} = 2\tau_{w0}/\rho u_0^2$ — коэффициенты трения в рассматриваемых и стандартных (изотермическая, плоская непроницаемая поверхность) условиях; $\tilde{\tau}_0 = (\tau/\tau_w)_0$, $\tilde{\tau} = (\tau/\tau_w)$ — профили касательных напряжений в стандартных и рассматриваемых условиях; $\omega = ur/u_0(R - \delta)$ — безразмерная циркуляция; f — функция, определяющая влияние массовых сил на трение согласно (1.15), (1.17): для вогнутой поверхности $f = \sqrt{1 - (y/l_0)^2 \text{Ri}}$, для выпуклой поверхности $f = 1/\sqrt{1 + (y/l_0)^2 \text{Ri}}$.

Распределение относительных касательных напряжений в пограничном слое на криволинейной поверхности, согласно [15], можно записать в виде

$$(2.2) \quad \frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_0} = 1 \pm \frac{\delta}{R} \frac{2\xi}{1 \pm 2\xi}.$$

Здесь и далее верхний знак перед δ/R соответствует обтеканию вогнутой стенки; распределение относительных касательных напряжений в стандартном пограничном слое есть $\tilde{\tau}_0 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$.

Поскольку параметр f является функцией расстояния от стенки, то для определения функции трения предельные соотношения (2.1) для изотермического случая приведем к виду

$$(2.3) \quad \Psi = \left(\int_0^1 \left(\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_0 f} \right)^{1/2} \frac{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \xi \right)}{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \right)} d\omega_0 \right)^{-2},$$

где $\xi = y/\delta$; ω_0 — профиль скорости в стандартном пограничном слое.

Распределение циркуляции в пограничном слое на криволинейной поверхности можно определить из соотношения

$$(2.4) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = \frac{\partial \omega_0}{\partial \xi} \left(\frac{\Psi \tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_0} \right)^{1/2} \frac{\left(1 + \frac{\delta}{R} \xi \right)}{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \right)},$$

или после интегрирования имеем

$$(2.5) \quad \omega = 1 - \int_{\xi}^1 \frac{\partial \omega_0}{\partial \xi} \left(\frac{\Psi_{\tau}}{f_{\tau_0}} \right)^{1/2} \frac{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \xi \right)}{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \right)} d\xi.$$

Используя (2.5), можно рассчитать интегральные характеристики пограничного слоя:

$$(2.6) \quad \delta^{**}/\delta = \int_0^1 \omega (1 - \omega) \frac{\left(1 \mp \frac{\delta}{R} \right)^2}{\left(1 \mp \xi \frac{\delta}{R} \right)} d\xi.$$

Система уравнений (2.3)–(2.6) позволяет определить все необходимые параметры пограничного слоя на криволинейной поверхности. Расчет необходимо производить методом последовательных приближений. Для пограничного слоя в стандартных условиях принимался степенной профиль скорости $\omega_0 = \xi^n$.

Распределение длины пути перемешивания по толщине пограничного слоя на плоской поверхности l_0 рассчитывалось по формуле

$$l_0/\delta = 0,4\xi - 0,64\xi^2 + 0,44\xi^3 - 0,11\xi^4,$$

полученной аппроксимацией выражения для $\tilde{l} = l_0/\delta$ биквадратным полиномом с использованием следующих граничных условий:

$$\xi = 0 \rightarrow \partial l_0/\partial \xi = \kappa, l_0 = 0; \quad \xi = 1 \rightarrow l_0 = 0,09, \partial l_0/\partial \xi = 0.$$

В качестве первого приближения при определении числа Ричардсона и соответственно функции трения по формуле (2.3) использовались профили скорости для течения без кривизны.

Аналогичным образом может быть решена задача и для теплообмена. Поскольку выражения для турбулентного потока тепла (1.18), (1.19) оказались подобными соответствующим зависимостям для турбулентного трения (1.15), (1.17) на вогнутой и выпуклой поверхностях, то при равенстве гидродинамической и тепловой длины пути перемешивания $l_0 = l_{0T}$ функция теплообмена будет совпадать с функцией трения. Таким образом, изложенный метод расчета трения на криволинейной поверхности по формулам (2.3)–(2.6) может быть использован и для расчета процессов теплообмена.

На фиг. 1 линиями 1 и 2 представлены результаты расчета трения соответственно для вогнутой и выпуклой стенок. Данные представлены в виде зависимости относительного коэффициента трения c_f/c_{f_0} от отношения толщины пограничного слоя к радиусу кривизны δ/R , которое, как показывает анализ [2], достаточно хорошо определяет влияние массовых сил, обусловленных кривизной, на турбулентность, т. е. параметр δ/R в этом случае является интегральным аналогом числа Ричардсона. Пренебрежение геометрическим эффектом кривизны в выражениях (2.3)–(2.6) дает отличие менее 1% от данных, представленных на фиг. 1, где приведены результаты расчета закона трения с использованием предложенных различными авторами эмпирических зависимостей для модифицированной длины пути перемешивания.

Для течения на вогнутой поверхности хорошее соответствие с экспериментом дает линейная формула (0.1) при значении коэффициента $\beta = 2$ (линия 3). Линией 4 нанесена зависимость с использованием формулы для длины пути перемешивания $l/l_0 = \sqrt[3]{1 - 18 Ri}$, которая, как это показано в [2], дает более удовлетворительные результаты при расчете трения на вогнутой поверхности для больших значений δ/R по сравнению с формулой (0.1).

При обтекании выпуклых поверхностей, согласно данным [2], в формуле (0.1) необходимо принимать $\beta = 3$, а по рекомендациям [5, 7] $\beta = 6$.

Линией 5 на фиг. 1 представлены результаты расчета для среднего значения коэффициента $\beta = 4$. При этом необходимо учитывать, что во внешней области пограничного слоя формула (0.1) дает физически неверный результат. Если величина градиента скорости во внешней области течения становится меньше соотношения $du/dy \leq 0,3u/\delta$, то величину du/dy необходимо определять из соотношения [7] $du/dy = 0,3u/\delta$. Это условие учитывалось в расчетах кривой 5 на фиг. 1.

Кроме указанных способов представления модифицированной длины пути смещения, на выпуклых поверхностях используется также зависимость вида [2, 6].

$$(2.7) \quad l/l_0 = 1/(1 + \beta Ri).$$

На фиг. 1 линией 6 нанесены расчеты с использованием зависимости (2.7) и значения константы $\beta = 6$.

Как видно из фиг. 1, результаты расчета трения по предложенной в данной работе модели для выпуклой и вогнутой поверхностей достаточно хорошо совпадают с известными методами, использующими различные эмпирические соотношения для модифицированной длины пути смещения.

На фиг. 2 представлены теоретически найденные значения коэффициента β для выпуклой (кривая 1) и вогнутой (кривая 2) поверхностей в виде зависимости от параметра δ^{**}/R , использование которого более удобно при проведении практических расчетов. Показано, что значение коэффициента β изменяется в диапазоне, указанном в [2, 5, 7], причем коэффициент β не является величиной постоянной и с увеличением кривизны δ^{**}/R уменьшается.

3. Решение интегральных соотношений импульсов на криволинейной поверхности. Сопоставление с экспериментом. Для решения задачи воспользуемся интегральными соотношениями пограничного слоя. Интегральное уравнение импульса для криволинейного пограничного слоя можно записать в виде

$$(3.1) \quad d\delta^{**}/dx = c_f/2,$$

где δ^{**} — толщина потери импульса, описываемая соотношением (2.6).

Принимая степенной закон трения на пластине, запишем

$$(3.2) \quad c_f/2 = (B/2) Re^{**m} \Psi.$$

Здесь $Re^{**} = \rho_0 u_0 \delta^{**}/\mu$; $B/2 = 0,0128$; $m = 0,25$, а функция трения определяется соотношением (2.3).

Интегрирование уравнения (3.1) с учетом (3.2) дает расчетные зависимости для числа Рейнольдса, построенного по толщине потери импульса и локального коэффициента трения:

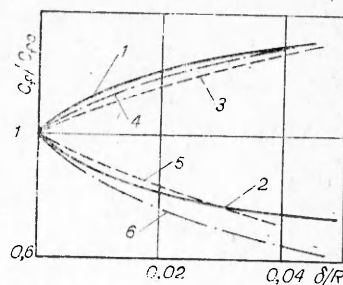
$$(3.3) \quad Re^{**} = 0,036\Psi^{0,8} Re_x^{0,8};$$

$$(3.4) \quad c_f/2 = 0,029\Psi^{0,8} Re_x^{-0,2}.$$

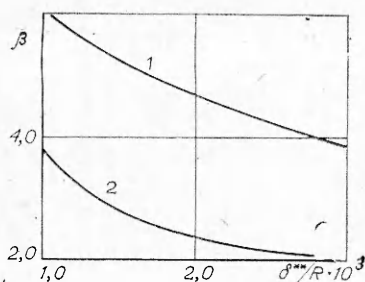
Уравнения (3.3), (3.4) получены при условии, что турбулентный пограничный слой нарастает с передней кромки криволинейного канала $x = 0$, $Re^{**} = 0$.

Таким образом, система уравнений (2.3)—(2.6), (3.3), (3.4) позволяет полностью рассчитать распределение трения, профилей скорости и интегральных характеристик по длине криволинейного канала. Не представляет принципиальных затруднений решение интегральных соотношений энергии и диффузии и определение соответствующих характеристик теплового и диффузионного слоя.

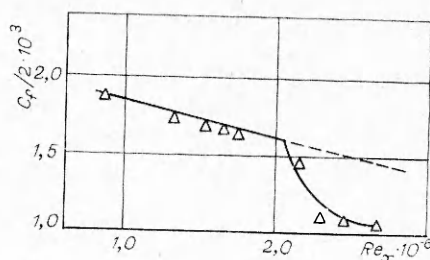
К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал по динамике и теплообмену в криволинейных каналах. Однако про-



Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3

веденный анализ этих результатов показал, что отсутствие данных по величине предвключенного плоского участка, наличие градиента давления по длине криволинейного канала и др. затрудняют корректное сопоставление расчета с экспериментом. В связи с этим представляют интерес данные [3] по трению на выпуклой поверхности; в этих экспериментах были предприняты специальные меры для устранения продольного градиента давления.

На фиг. 3 представлено сопоставление экспериментальных данных и расчета по методике, предложенной в настоящей работе. Влияние наличия предвключенного плоского участка на закон сопротивления в криволинейном канале учитывалось с помощью эффективного радиуса кривизны стенки, определяемого по соотношению [3]

$$(3.5) \quad \frac{d \left(\frac{1}{R_{\text{эф}}} \right)}{dx} = \frac{1}{10\delta} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_{\text{эф}}} \right),$$

где $R_{\text{эф}}$ — эффективный радиус кривизны; R — геометрический радиус кривизны стенки.

Для небольших расстояний от начала криволинейного участка уравнение (3.5) можно приближенно представить в виде

$$1/R_{\text{эф}} = (1/R)[1 - \exp(-s/10\delta)],$$

где s — расстояние от начала криволинейного участка. На фиг. 3 начало криволинейного канала соответствует числу $Re_x \approx 2 \cdot 10^6$. Из данных фиг. 3 следует, что результаты расчета хорошо описывают эксперимент, это подтверждает справедливость гипотез, положенных в основу модели переноса.

Подобный подход может быть использован при анализе широкого круга задач по исследованию пограничных слоев при наличии массовых сил.

Авторы выражают благодарность Э. П. Волчкову за обсуждение и полезные замечания.

Поступила 5 V 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Prandtl L. Gesammelte Abhandlungen. Т. 2. Berlin — Göttingen — Heidelberg: Springer-Verlag, 1961.
2. Bradshaw P. The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow. — J. Fluid Mech., 1969, vol. 36, pt 1.
3. Gillis J. C., Johnston J. P., Kays W. M., Moffat R. J. Turbulent boundary layer on convex, curved surface. Report N HMT-31, Stanford University, 1980.
4. Bradshaw P. Review complex turbulent flows. — Trans. ASME. J. Fluid Engng, 1975, vol. 1 97, N 2. Рус. пер. Брэдшоу. Сложные турбулентные течения (обзор). — Теор. основы инж. расчетов, 1975, т. 97, № 2.
5. Mayle R. E., Blair M. E., Kopper F. C. Turbulent boundary layer heat transfer on curved surfaces. — Trans. ASME. J. Heat Transfer, 1979, vol. 101, N 3. Рус. пер. Мейл, Блеир, Коппер. Теплообмен в турбулентных пограничных слоях на криволинейных поверхностях. — Теплопередача, 1979, т. 101, № 3.

6. Johnston J. P. The suppression of shear layer turbulence in rotating systems.— Trans. ASME. J. Fluid Engng, 1973, vol. I 95, N 2. Рус. пер. Джонстон. Подавление турбулентности в течениях со сдвигом во вращающихся системах.— Теор. основы инж. расчетов, 1973, т. 95, № 2.
7. Johnston J. P., Eide S. A. Turbulent boundary layer on centrifugal compressor blades: prediction of the effects of surface curvature and rotation.— Trans. ASME. J. Fluid Engng, 1976, vol. I 98, N 3. Рус. пер. Джонстон, Эйд. Турбулентный пограничный слой на лопатках центробежного компрессора. Расчет эффектов кривизны поверхности и вращения.— Теор. основы инж. расчетов, 1976, т. 98, № 3.
8. Wattendorf F. H. A study of curvature on fully developed flow.— Proc. Roy. Soc., 1935, ser. A, vol. 148, p. 565.
9. Устименко Б. П. Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях. Алма-Ата: Наука, 1977.
10. Shivaprasad B. G., Ramaprian B. R. Turbulence measurements in boundary layers along mildly curved surfaces.— Trans. ASME. J. Fluid Engng, 1978, vol. I 100, N 1. Рус. пер. Шивапраasad, Рамприан. Измерения турбулентности в пограничных слоях на умеренно искривленных поверхностях.— Теор. основы инж. расчетов, 1978, т. 100, № 1.
11. Волчков Э. П., Снотарь С. Ю., Терехов В. П. Турбулентный теплообмен в начальном участке трубы при закрутке потока. Теплообмен-VI.— В кн.: Материалы VI Всесоюз. конф. по теплообмену. Т. 1, ч. 3. Минск, 1980.
12. So R. M. C. Momentum integral for curved shear layers.— Trans. ASME. J. Fluid Engng, 1975, vol. I 97, N 2. Рус. пер. Интегральное уравнение импульсов для пограничного слоя на искривленной поверхности.— Теор. основы инж. расчетов, 1975, т. 97, № 2.
13. Corino E. R., Brodkey R. S. A visual investigation of the wall region in turbulent flow.— J. Fluid Mech., 1969, vol. 37, N 1. Рус. пер. Корино Е. Р., Бродки Р. С. Визуальное исследование пристеночной области в турбулентном течении.— Сб. пер. Механика, 1971, № 1.
14. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. П. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
15. Щукин А. В. Турбулентный пограничный слой на криволинейной поверхности.— Изв. вузов. Авиад. техн., 1978, № 3.

УДК 533.6.011.8

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТЕЧЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНО-РЕЛАКСИРУЮЩЕГО ГАЗА В СОПЛАХ С УЧАСТКОМ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ В ОБЛАСТИ ГОРЛА

В. А. Сальников
(Москва)

1. Численному исследованию неравновесных течений в соплах посвящено большое число работ. Подробную библиографию по этому направлению можно найти в [1—3]. Дополнительно укажем опубликованные в последнее время работы [4—11] по расчету двумерных течений смеси газов в соплах с релаксацией колебательной энергии. Вместе с тем следует отметить, что среди большого числа публикаций, посвященных данному вопросу, можно назвать относительно небольшой круг работ [6—11], в которых исследовались до-, транс- и сверхзвуковые течения колебательно-релаксирующего газа в окрестности минимального сечения сужающихся — расширяющихся сопел. Однако именно здесь, в области больших отрицательных градиентов температуры и давления, при прохождении потока через скорость звука происходят физико-химические превращения, которые во многом определяют характер процессов в сверхзвуковой части сопла.

Заметим, что в [6—10] рассматривались течения в соплах, минимальные сечения которых образованы плавносопрягающимися дугами окружностей или гладкими кривыми. Было показано, что отрыв колебательных температур от поступательной температуры газовой смеси наступает в трансзвуковой области течения до критического сечения и развивается вниз по потоку в сверхзвуковой части сопла.

Однако в последнее время широкое применение нашли сопла с высотой (диаметром) критического сечения $h_* = 0.4 - 1.0$ мм, имеющие, как правило, в области горла участок постоянной высоты. В [11] при расчете течения колебательно-релаксирующего газа в таком сопле с участком постоянного сечения в горле длиной $l_{II} = 0.6(l_{II} = L_{II}/(h_*/2))$, L_{II} — длина участка постоянного сечения) отмечен продольный положительный градиент давления на стенке в горле. В [12] представлены результаты экспериментального исследования газодинамической структуры потока в области горла сверхзвукового сопла при $l_{II} = 1.0$. Позже (в продолжение работы [12]) Р. К. Тагировым были проведены расчеты течений невязкого и нестеплопроводного совершен-