

## ЛИТЕРАТУРА

1. F urth H. P. Pulsed magnets. In: High Magnet. Fields. New York-London, Cambridge, Mass. Technol. Press, 1962.
2. Levin J. D., Smith P. F. Production of very high magnetic fields by flux compression. Rev. Scient Instrum., 1964, vol. 35, No. 5. (Рус. перев.: Левин и Смит. Получение очень больших магнитных полей путем сжатия потока. Приборы для научн. исслед., 1964, № 5).
3. Кварцхава И. Ф., Плютто А. А., Чернов А. А., Бондаренко В. В. Электрический взрыв металлических проволок. ЖЭТФ, 1956, т. 30, вып. 1.
4. Gross A. V. Electrical and thermal conductivities of metals over their entire liquid range. Rev. Hautes Temper. et Refract., 1966, vol. 3.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
6. Пагурова В. И. Таблицы интегро-экспоненциальной функции. М., ВЦ АН СССР, 1959.
7. Сахаров А. Д., Людаев Р. З., Смирнов Е. Н., Плющев Ю. П., Павловский А. И., Чернышов В. К., Феоктистова Е. А., Жаринов Е. И., Зысин Ю. А. Магнитная кумуляция. Докл. АН СССР, 1965, т. 165, № 1.
8. Сахаров А. Д. Взрывомагнитные генераторы. Усп. физич. наук. 1966, т. 88, вып. 4.
9. Herlach F., Knopfle H. Megagauss fields generated in explosive-driven flux compression devices. Rev. Scient Instrum., 1965, vol. 36, No. 8. (Рус. перев.: Герлах, Кнопфель. Создание магнитных полей порядка мегагаусс путем сжатия потока в устройствах с зарядами В. В. Приборы для научн. исслед., 1965, № 8).
10. Биценков Е. И. Взрывные генераторы. Докл. АН СССР, 1967, т. 174, № 4.
11. Gruppo Mafin. Notiz. Comitato Nazionale Energia Nucleare. I Laboratori Gas Ionizzati. Estratto, 1966, No. 11.
12. Furth H. P., Levine M. A., Waniek R. W. Production and use of high transient magnetic fields. II. Rev. Scient Instrum., 1957, vol. 28, No. 11.
13. Caird R. S., Garn W. B., Thomson D. B., Fowler C. M. An explosive-driven high-field system for physics Applications. J. Appl. Phys. 1964, vol. 35, No. 1, pt. 2.
14. Fowler C. M., Caird R. S., Garn W. B., Thomson D. B. Flux concentration by implosion In: High Magnet. Fields. New York — London, Cambridge, Mass., Technol. Press, 1962.
15. Garn W. B., Caird R. S., Thomson D. B., Fowler C. M. Technique for measuring megagauss magnetic fields using Zeeman effect. Rev. Scient Instrum. 1966, vol. 37, No. 6. (Рус. перев.: Гарн, Кэрд, Томсон, Фаулер. Измерение магнитных полей порядка мегагаусс с помощью эффекта Зеемана. Приборы для научн. исслед., 1966, № 6.).
16. Fowler C. M., Garn W. B., Caird R. S. Production of very high magnetic fields by implosion. J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, No. 3.

**МЕТОД РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ПАРАМЕТРОВ ДВУМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ  
ПЛАЗМЫ В МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЕ  
КОАКСИАЛЬНОГО ТИПА**

**И. В. Высоцкая, А. В. Гришин, В. В. Додотченко**

(Ленинград)

В данной работе предлагается метод расчета газодинамических и электрических параметров двумерного течения проводящего газа в коаксиальном канале МГД-генератора со сплошными электродами при учете влияния поперечной неоднородности магнитного поля, переменной проводимости плазмы и зависимости параметра Холла от величины магнитного поля и давления. Приводятся некоторые результаты расчетов.

Характерной особенностью коаксиального МГД-генератора (фиг. 1) является существенная неоднородность магнитного поля по сечению канала, поэтому задачу по определению газодинамических и электрических параметров течения в канале генератора следует решать в двумерной постановке.

Действительно, осевой поток, проходя через магнитное поле  $B_\phi$  при наличии эффекта Холла приобретает смещение по радиусу, так как сила Лоренца имеет в этом случае две составляющие. Аналогичная картина наблюдается в неоднородном магнитном поле даже без учета эффекта Холла [1'2].

В работах [3-5] расчет коаксиального канала ведется в квазиодномерном приближении, при этом в [5] электрические параметры плазмы осредняются по сечению с учетом неравномерности магнитного поля; оценка погрешности одномерной теории не дается. В работе [6] исследуются электрические поля и токи в коаксиальном канале генератора Холла, но задача решается в предположении, что электропроводность плазмы и все газодинамические параметры в канале постоянны. В работе [7] изложен метод расчета нестационарного двумерного течения плазмы в коаксиальном канале и приведены результаты расчетов, однако плазма предполагается изотермической, что не выполняется в коаксиальном канале постоянного сечения.

Рассмотрим стационарное двумерное течение плазмы в канале коаксиального МГД-генератора при следующих допущениях:

- 1) плазма рассматривается как идеальный невязкий и нетеплопроводный газ,
- 2) магнитное число Рейнольдса мало ( $R_m \ll i$ ), что позволяет пренебречь индуцированным магнитным полем,
- 3) контактным сопротивлением электрод — плазма и сопротивлением электродов можно пренебречь по сравнению с сопротивлением плазмы,
- 4) поток на входе считается однородным по сечению канала,
- 5) концевые эффекты не учитываются,
- 6) вследствие аксиальной симметрии генератора параметры течения не зависят от угловой координаты.

При этих предположениях МГД-течение типа

$$\mathbf{V} (v_r, 0, v_z), \mathbf{B} (0, B_\phi, 0), \mathbf{E} (E_r, 0, E_z), \mathbf{j} (j_r, 0, j_z), B_\phi = 1/r \quad (1)$$

описывается следующей системой дифференциальных уравнений в безразмерном виде

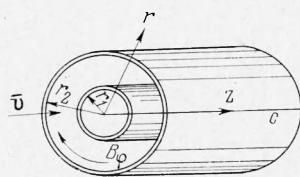
$$\begin{aligned} \rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\phi S \quad \left( S = \frac{\sigma_0 r_1 B_0^2}{\rho_0 v_{z0}} \right) \\ \rho \left( v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial z} + j_r B_\phi S \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) &= 0 \quad (2) \\ \frac{1}{\kappa - 1} \left( v_r \frac{\partial p}{\partial r} + v_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{\rho} \left( \frac{\epsilon_0}{\partial r} v_r + \frac{\partial \rho}{\partial z} v_z \right) &= \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_r) + \frac{\partial j_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

Из уравнений Maxwella рассматривается лишь уравнение неразрывности тока так как  $R_m \ll 1$ . В системе (2) в качестве характерных размеров выбраны:  $r_1$  — внутренний радиус коаксиала;  $v_{z0}$ ,  $\rho_0$ ,  $\sigma_0$  — параметры потока на входе в канал;  $B_0 = B_\phi$  при  $r = r_1$ . Давление отнесено к величине  $\rho_0 v_{z0}^2$ .

Значения составляющих плотности тока  $j_r$  и  $j_z$  получаются из обобщенного закона Ома в виде

$$j_r = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} [E_r - v_z B_\phi + \beta (E_z + v_r B_\phi)] \quad (3)$$

$$j_z = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} [E_z + v_r B_\phi - \beta (E_r - v_z B_\phi)]$$



Фиг. 1

где составляющие напряженности электрического поля  $E_r$  и  $E_z$  отнесены к величине  $v_{z0} B_0$ . Границные условия для газодинамических функций имеют вид

$$v_z = 1, v_r = 0, \rho = 1, p = p_0 \text{ при } z = 0, v_r = 0 \text{ при } r = 1, v_r = 0 \text{ при } r = r_2 \quad (4)$$

кроме того, должно выполняться условие, что  $v_r$  — ограниченная величина при  $r \rightarrow \infty$ .

Границные условия для напряженности электрического поля формулируются из условия постоянства разности потенциалов на электродах и предположении об отсутствии концевых эффектов.

Задача решается с учетом зависимости электропроводности от температуры и давления, которая определяется выражением

$$\sigma = AT^{3/4}e^{-\lambda/T} p^{-1/2} \quad (5)$$

Здесь  $\lambda$  — потенциал ионизации присадки,  $A$  — заданная постоянная [8].

Зависимость параметра Холла от давления и магнитного поля учитывается по приближенной формуле

$$\beta = NB_\phi/p \quad (6)$$

где  $N$  — постоянная, характеризующая рабочее тело.

Система уравнений (2) с граничными условиями (4) решается методом малого параметра [9]. Предполагая, что параметр магнитного взаимодействия  $S$  мал, будем отыскивать неизвестные функции в виде разложений в ряды

$$X = X_{00} + SX_1 + S^2X_2 + \dots \quad (X = V, p, \rho, \sigma, E, \beta) \quad (7)$$

Подставляя разложение (7) в систему уравнений (2) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $S$ , получим системы для определения функций  $X$ :

В качестве нулевого приближения используем решение системы (2) при  $S = 0$ , которое имеет вид

$$v_{z00} = 1, v_{r00} = 0, \rho_{00} = 1, p_{00} = p_0, \sigma_{00} = 1, \beta_{00} = \beta_0 \quad (8)$$

причем вследствие учета эффекта Холла в неравномерном магнитном поле функции  $E_{r0}$  и  $E_{z0}$  определяются из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{r}{1 + \beta_0^2} (E_{r0} + \beta_0 E_{z0}) + \frac{r}{1 + \beta_0^2} \frac{\partial}{\partial z} (E_{z0} - \beta_0 E_{r0}) = \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{1 + \beta_0^2} \quad (9)$$

Уравнение (9) получено из уравнения неразрывности тока для нулевого приближения. Граничные условия к нему будут приведены ниже.

Ограничиваюсь в разложении (7) членами, содержащими первую степень  $S$ , получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{r1}}{\partial z} &= -\frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{B_\phi}{1 + \beta_0^2} [\beta_0 (E_{r0} - B_\phi) - E_{z0}] \\ \frac{\partial v_{z1}}{\partial z} &= -\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{B_\phi}{1 + \beta_0^2} [(E_{r0} - B_\phi) + \beta_0 E_{z0}] \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_{r1}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 + v_{z1}) &= 0 \\ \frac{\partial p_1}{\partial z} - \kappa p_0 \frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{\kappa - 1}{1 + \beta_0^2} [(E_{r0} - B_\phi)^2 + E_{z0}^2] & \end{aligned} \quad (10)$$

и уравнение

$$\frac{1}{r} q_1 \frac{\partial}{\partial r} [r (E_{r1} + \beta_0 E_{z1})] + q_1 \frac{\partial}{\partial z} (E_{z1} - \beta_0 E_{r1}) + q_2 (E_{r1} + \beta_0 E_{z1}) = q_3 \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} q_1 &= 1 + \beta_0^2, \quad q_2 = -2\beta_0 \frac{\partial \beta_0}{\partial r} \\ -q_3 &= \frac{1}{r} q_1 \frac{\partial}{\partial r} \left[ r B_\phi (\beta_0 v_{r1} - v_{z1}) + \frac{1}{r} (2\beta_0 \beta_1 + \sigma_1 q_1) \right] \frac{\partial}{\partial r} \{[(E_{r0} - B_\phi) + \beta_0 E_{z0}] r\} + \\ &+ q_1 \frac{\partial}{\partial z} [v_{r1} B_\phi - \beta_1 (E_{r0} - B_\phi) + \beta_0 B_\phi v_{z1}] + q_2 [B_\phi (\beta_0 v_{r1} - v_{z1}) + \beta_1 E_{z0}] + \\ &+ (\beta_0 E_{z0} + E_{r0} - B_\phi) \left\{ (-2) \left[ \frac{\partial \beta_0}{\partial r} (\beta_1 + \beta_0 \sigma_1) + \beta_0 \frac{\partial \beta_1}{\partial r} \right] + q_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial r} \right\} + \\ &+ [\beta_0 (E_{r0} - B_\phi) - E_{z0}] \left( 2\beta_0 \frac{\partial \beta_1}{\partial z} - q_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial z} \right) + (\sigma_1 q_1 + 2\beta_0 \beta_1) \frac{\partial E_{z0}}{\partial z} \end{aligned}$$

Система (10), (11) распадается на две самостоятельные части: уравнения (10) определяют функции  $v_{r1}$ ,  $v_{z1}$ ,  $p_1$ ,  $\rho_1$  и включают только нулевое приближение  $E_{r0}$ ,  $E_{z0}$ ,  $\beta_0$ ; уравнение (11) позволяет найти  $E_{r1}$  и  $E_{z1}$  с учетом полученных газодинамических функций и коэффициентов  $\sigma_1$  и  $\beta_1$ . Последние определяются по следующим формулам,

полученным в результате подстановки разложений (7) в формулы (5) и (6)

$$\sigma_1 = \frac{p_1}{P_0} \left( \frac{1}{4} - \frac{\lambda}{P_0^2} \right) - \frac{3}{4} \rho_1, \quad \beta_1 = \frac{\beta_0 p_1}{P_0}, \quad \beta_0 = N \frac{B_\phi}{P_0} \quad (12)$$

где  $N$  и  $\lambda$  заданные постоянные.

Преобразуя уравнения (10) аналогично изложенному в работе [9], для определения функции  $v_{r1}$  получаем уравнение

$$(1 - M_0^2) \frac{\partial^2 v_{r1}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_{r1}}{r} + \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} \right) = f \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} f &= (1 - M_0^2) \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} [f_3 M_0^2 (\kappa - 1) - f_2] \\ f_1 &= \frac{1}{r(1 + \beta_0^2)} \left[ \beta_0 \left( E_{r0} - \frac{1}{r} \right) - E_{z0} \right], \quad f_2 = \frac{E_{r0} - 1/r + \beta_0 E_{z0}}{r(1 + \beta_0^2)} \\ f_3 &= \frac{\kappa - 1}{1 + \beta_0^2} \left[ \left( E_{r0} - \frac{1}{r} \right)^2 + E_{z0} \right], \quad M_0^2 = \frac{1}{\kappa p_0} \end{aligned}$$

Границные условия к системе (10)

$$v_{z1} = 0, v_{r1} = 0, \rho_1 = 0, p_1 = 0 \text{ при } z = 0, v_{r1} = 0 \text{ при } r = 1, v_{r1} = 0 \text{ при } r = r_2 \quad (14)$$

Решение уравнения (13) с соответствующими граничными условиями находим по методу Г. А. Гринберга [10] в виде

$$\begin{aligned} v_{r1} &= \sum u_k [J_1(\mu_k r) + C_{2k} Y_1(\mu_k r)] \left\{ \int_1^{r_2} r [J_1(\mu_k r) + C_{2k} Y_1(\mu_k r)]^2 dr \right\}^{-1} \quad (15) \\ u_k &= \frac{1}{2\mu_k} \left\{ \int_0^\infty F_k e^{-\mu_k(\eta+\xi)} d\eta - \int_0^\xi F_k e^{-\mu_k(\xi-\eta)} d\eta - \int_\xi^\infty F_k e^{-\mu_k(\eta-\xi)} d\eta \right\} \\ F_k &= \int_1^{r_2} r f [J_1(\mu_k r) + C_{2k} Y_1(\mu_k r)] dr, \quad \xi = zC_1, \quad C_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - M_0^2}}, \quad C_{2k} = \frac{J_1(\mu_k)}{Y_1(\mu_k)} \end{aligned}$$

Здесь  $J_1$  и  $Y_1$  — функции Бесселя первого и второго рода,  $\mu_k$  —  $k$ -й корень трансцендентного уравнения

$$J_1(\mu_k) Y_1(\mu_k) - J_1(\mu_k) Y_1(\mu_k) = 0 \quad (16)$$

Функции  $v_{z1}$ ,  $p_1$  и  $\rho_1$  определяются из системы (10). Таким образом, ограничиваясь первыми степенями  $S$  в рядах (7), находим газодинамические функции по формулам

$$\begin{aligned} v_r &= S v_{r1} \\ v_z &= 1 - \frac{S}{C_1(1 - M_0^2)} \int_0^\xi \left( \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + \frac{v_{r1}}{r} \right) d\xi - \frac{S}{C_1(\kappa p_0 - 1)} \int_0^\xi [f_3(\kappa - 1) - f_2] d\xi \\ \rho &= 1 - \frac{S}{C_1} \left[ \int_0^\xi \left( \frac{v_{r1}}{r} + \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} \right) d\xi + v_{z1} \right] \\ p &= p_0 + S \left( \frac{1}{C_1} \int_0^\xi f_2 d\xi - v_{z1} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Для определения функций  $E_{r1}$  и  $E_{z1}$  приводим уравнение (11) к виду

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{r}{q_1} (E_{r1} + \beta_0 E_{z1}) \right] + \frac{r C_1}{q_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (E_{z1} - \beta_0 E_{r1}) = \frac{r q_3}{q_1} \quad (18)$$

Таким образом, для определения функций  $E_{r0}$ ,  $E_{z0}$  и  $E_{r1}$ ,  $E_{z1}$  получены уравнения (9) и (8), левые части которых имеют один и тот же вид, поэтому в дальнейшем используем индексы  $i = 0; 1$ .

Вводя электрический потенциал  $\phi$  по формуле

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \phi$$

и раскладывая  $\phi$  в ряд вида (7), получим выражение

$$E_{ri} = -\frac{\partial \Phi_i}{\partial r}, \quad E_{zi} = -C_1 \frac{\partial \Phi_i}{\partial \xi} \quad (19)$$

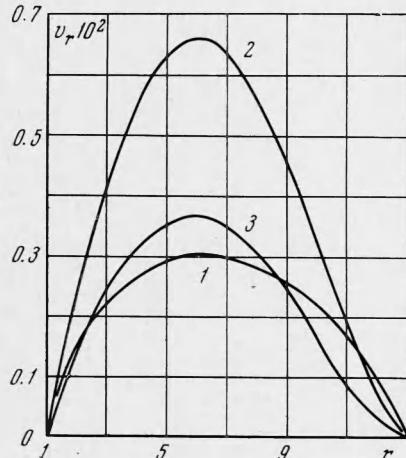
Подставляя (19) в уравнения (9), (18), приводим их к виду

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \right) + C_1^2 \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial \xi^2} = -\frac{q_{3i}}{q_1} - \frac{C_1 q_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \beta_0}{q_1} \right) \frac{\partial \Phi_i}{\partial \xi} - \frac{q_3}{q_1} \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \quad (20)$$

$$q_{30} = \frac{q_2}{r}, \quad q_{31} = q_3$$

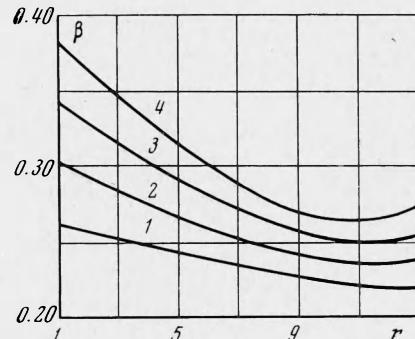
Уравнения (20) можно решить методом последовательных приближений.

В качестве нулевого приближения  $\Phi_i^{(0)}$  используем решение уравнения (20) при  $\beta_0 = 0$ . В этом частном случае для определения функций  $\Phi_0^{(0)}$  и  $\Phi_1^{(0)}$  получим соответственно уравнение Лапласа и уравнение Пуассона



Фиг. 2

$$\Delta \Phi_0^{(0)} = 0, \quad \Delta \Phi_1^{(0)} = -\frac{q_{3i}}{q_1} \quad (21)$$



Фиг. 3

Первое приближение  $\Phi_i^{(1)}$  находим, решая уравнение (20), в правую часть которого подставлено  $\Phi_i^{(0)}$ , и т. д.

Границные условия для потенциала  $\phi$  в канале со сплошными электродами получаем из условия постоянства разности потенциалов на электродах. Положим

$$\phi = 0 \text{ при } r = 1, \quad \phi = U \text{ при } r = r_2$$

тогда, раскладывая  $\phi$  в ряд вида (7), получим

$$\phi_0 = 0, \quad \phi_1 = 0 \text{ при } r = 1, \quad \phi_0 = U, \quad \phi_1 = 0 \text{ при } r = r_2 \quad (22)$$

Кроме того, на входе в канал имеем условие  $j_z = 0$  при  $\xi = 0$ , так как концевыми эффектами пренебрегаем. Отсюда, подставляя разложения (7) в выражение закона Ома (3), получим

$$C_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \xi} - \beta_0 \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = \frac{\beta_0}{r} \quad \text{при } \xi = 0 \quad (23)$$

$$\beta_0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} - C_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} = \beta_1 \left( \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) \quad \text{при } \xi = 0$$

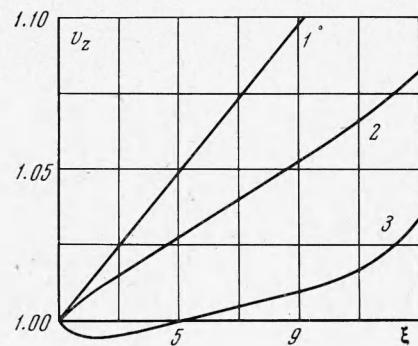
По полученным формулам на ЭЦВМ М-20 рассчитывались первые приближения гидродинамических и электрических параметров

$$X = X_{00} + SX_1 \quad (X = V, p, \rho, E, \sigma, \beta, j) \quad (24)$$

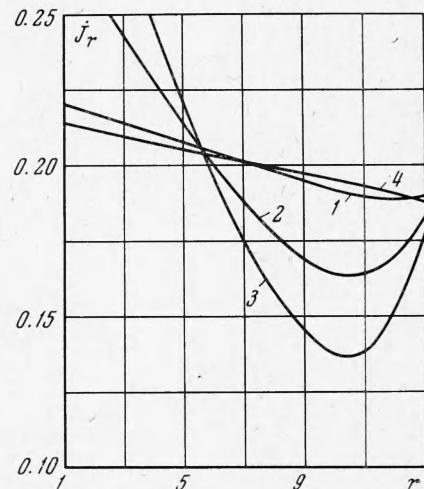
На фиг. 2—7 представлены наиболее характерные зависимости.

Все величины на графиках указаны в безразмерном виде, при этом  $S = 0.58$  и  $U = 0.15$ .

Для определения функций  $E_{z0}$ ,  $E_{r0}$  и  $E_{z1}$ ,  $E_{r1}$  уравнения (9) и (11), которые после преобразований принимают вид (20), интегрировались методом последовательных приближений. При этом в каждом приближении задача решалась методом сеток. Для достижения заданной точности (0.5%) было сделано до 20 последовательных приближений.

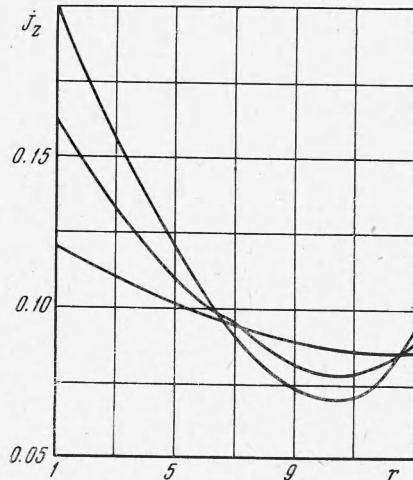


Фиг. 4

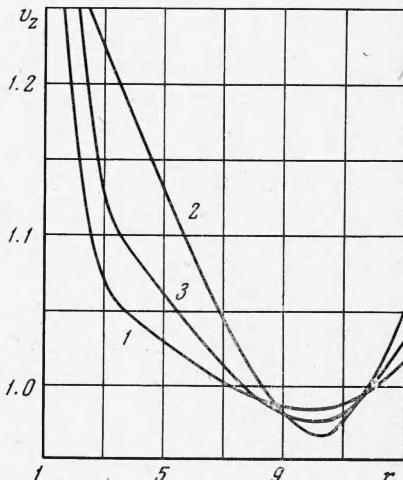


Фиг. 5

Как видно из фиг. 2, где показаны зависимости радиальной составляющей скорости  $v_r$  от радиуса  $r$  при различных числах Холла ( $\beta = kk_1 B / p$ ,  $k = 0.5, 1$ ), для коаксиального канала постоянного сечения составляющая скорости  $v_r$  на два порядка меньше осевой составляющей скорости  $v_z$ . Тем не менее, изменение скорости  $v_z$  по



Фиг. 6



Фиг. 7

радиусу весьма значительно и сравнимо с ее приростом вдоль канала (фиг. 4, 7), даже без учета эффекта Холла, т. е. течение однородное на входе в канал становится существенно двумерным в присутствии неравномерного по сечению канала магнитного поля.

Зависимость числа Холла от радиуса в различных сечениях канала при  $k = 0.5$  приведены на фиг. 3.

Радиальная составляющая скорости возникает как из-за наличия неравномерности магнитного поля, так и из-за наличия токов Холла. С ростом  $\beta$  скорость  $v_r$  сначала возрастает, а затем падает (см. фиг. 2).

На фиг. 4 представлены зависимости безразмерной осевой составляющей скорости  $v_z$  от продольной координаты  $\xi$  при различных значениях  $k = 0, 0.5, 1$ . Из сравнения кривых 1, 2, 3 видно, что при увеличении параметра  $k$ , а значит и числа Холла, относительное изменение  $v_z$  по длине канала уменьшается. Это объясняется уменьшением тормозящей поток электродинамической силы, связанным в основном с уменьшением эффективной электропроводности.

Уменьшение  $v_z$  по сравнению с невозмущенной скоростью на входе канала (кривая 3 на фиг. 7) объясняется сильным изменением соотношения токов  $j_r / j_z \approx \beta$ . Действительно, поскольку рассматривается канал со сплошными электродами и концевые эффекты не учитываются, то продольные токи  $j_z$  (будем называть их токами Холла) должны замыкаться на электроды. Радиальная составляющая  $j_r$  является, таким образом, суммой фарадеевских и частично холловских токов. Замыкающийся сплошными электродами в начале канала ближе к внешнему радиусу ток Холла превышает фарадеевский ток и этот участок канала переходит в режим ускорителя (насоса). Этот вывод подтверждается и анализом зависимостей давления, плотности и температуры от длины канала, которые не приводятся в данной статье.

Анализируя зависимости составляющих плотности тока  $j_r$  и  $j_z$  (фиг. 5 и 6) и осевой скорости  $v_z$  (фиг. 7) от радиуса, можно прийти к следующим выводам.

1. В начале канала у внутреннего электрода (при  $r = 1$ ) замыкающаяся часть токов Холла направлена навстречу току Фарадея, а в конце канала совпадает с ним, поэтому на участке 1-5 (по оси  $Or$ ) кривая 3, соответствующая сечению  $\xi = \xi_{10}$  проходит выше кривых 1 и 2 ( $\xi = \xi_2$  и  $\xi = \xi_6$  соответственно). У внутреннего электрода наблюдается обратное направление замыкающейся части токов Холла, поэтому на участке 5-13 кривая 3 расположена ниже кривых 1 и 2 (фиг. 5).

2. Вследствие того, что продольный ток возникает в основном из-за взаимодействия результирующего радиального тока с магнитным полем, характер изменения  $j_z$  по радиусу должен совпадать с характером изменения  $j_r$ , о чем и свидетельствует сравнение фиг. 5 и фиг. 6.

3. Как видно из фиг. 7, при достижении соответствующего числа Холла у внутреннего электрода (на участке 1-2) возникает режим очень сильного увеличения продольной составляющей скорости, что, по-видимому, соответствует режиму «осцилляции» у анода [7].

Поступила 12 VI 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ватажин А. Б. О деформации профиля скорости в неоднородном магнитном поле. ПММ, 1967, т. 31, вып. 1.
2. Hasimoto H. Swirl of a conducting gas due to the Hall effect. J. Phys. Soc. Japan, 1964, vol. 19, No. 8.
3. Бон Т., Классен Г. Конструкция каналов МГД-генератора с безжелезным магнитом. МГД. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. Тр. международного симпозиума 4. II, Париж, 1964, М., 1966.
4. Loeffler A. L., Agorowitz L., Ericson W. B. Self-excited explosive-driven MHD-generator. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 5. (Рус. перев.: МГД-генератор с самовозбуждением, работающий на продуктах сгорания. Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 5).
5. Бертинов А. И., Бут Д. А., Грабатков С. А. Конусное магнитогидродинамическое течение с эффектом Холла в аксиальном магнитном поле. Магнитн. гидродинамика, 1966, № 3.
6. Буренков Д. К. Влияние неоднородности магнитного поля на течение электропроводной жидкости в канале МГД-генератора Холла. Тр. международного симпозиума по производству электроэнергии с помощью МГД-генераторов. Зальцбург, 1966, т. 1, М., Изд-во АН СССР, 1967.
7. Брушлинский К. В., Герлах Н. И., Морозов А. И. Расчет двухмерных нестационарных течений плазмы конечной проводимости при наличии эффекта Холла. Магнитн. гидродинамика, 1967, № 1.
8. Аравин Г. С., Шевелев В. П. Термическая ионизация и электропроводность некоторых смесей и продуктов сгорания. ПМТФ, 1962, № 2.
9. Высоцкая И. В., Генин А. Л., Жуковский М. И. Двумерное течение идеального проводящего газа в скрещенных электрическом и магнитном полях. ПМТФ, 1965, № 5.
10. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1948.