

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБЫ ИЗ ПОРОШКОВОГО МАТЕРИАЛА

Для получения прутков и труб из металлических порошков получил распространение метод прессования через матрицу (экструзия) [1]. Теоретическое исследование этого процесса в различных постановках было выполнено в [2—15].

В [3] решение получено методом характеристик без использования уравнения неразрывности, что не позволяет найти распределение плотности без дополнительных предположений или экспериментальных данных. Приближенные решения уравнений теории пластического течения даны в [2, 6, 9]. В этих работах предполагается, что материал подчиняется условию текучести Грина. В [2, 6] задача решается методом плоских сечений. Рассмотрено течение в матрице и контейнере. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений решается численно. В [5, 7—9] применяется метод конечных элементов для анализа неустановившейся экструзии. В [4] принималась жесткопластическая модель с цилиндрическим условием текучести. В этой работе предполагается, что уплотнение происходит только в контейнере, а в матрице материал течет как несжимаемый. В [11] рассмотрена экструзия без учета трения на стенках матрицы. Течение предполагается радиальным. В [12, 13] показано, что при некоторых условиях материал должен оставаться жестким в контейнере, а в матрице — уплотняться. В этих работах выведены условия, при которых реализуется такое течение для процесса экструзии прутка. Энергетические методы анализа процесса экструзии применялись в [10, 14, 15]. В [10] поле скорости предполагалось радиальным, а в [14] применялся метод плоских сечений. В [15] рассмотрено течение в контейнере и в матрице.

Экструзия биметаллических труб и прутков (в этом случае внешний материал имеет форму трубы) рассмотрена в [9, 16—18]. В [9, 16, 17] применялся метод плоских сечений, а в [18] — метод конечных элементов.

В настоящей работе также в рамках жесткопластической модели анализируется процесс экструзии трубы на оправке. Для составления уравнений равновесия применяется метод Хилла, что в отличие от метода плоских сечений связывает эти уравнения с выбранным полем скоростей. В то же время специальная система координат позволяет довести решение для квадратур при произвольной прямолинейной в меридиональной плоскости форме канала. Предполагается, что материал подчиняется пирамидальному условию текучести [12].

Течение материала считается осесимметричным, т. е. явление потери устойчивости не рассматривается. При течении в сходящемся канале сыпучих материалов это явление наблюдалось в экспериментах [19]. Однако при экспериментальных исследованиях в различных условиях экструзии металлического порошка (как при плоской, так и при осесимметричной деформации) явление потери устойчивости обнаружено не было [20—23].

В результате решения определены плотность изделия и ее распределение в очаге деформации, а также напряженно-деформированное состояние и усилие прессования. Выведены условия, при которых возможно установившееся течение, т. е. без уплотнения в контейнере. Показано, что при определенных условиях плотность изделия достигает предельного значения. Исследован случай, когда предельная плотность достигается внутри очага деформации. Найдено предельное давление, при

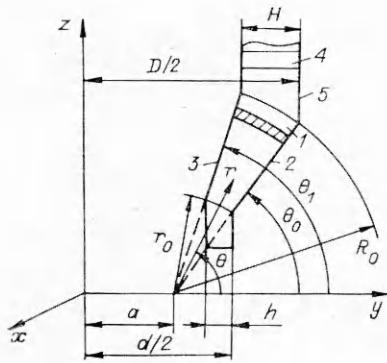


Рис. 1

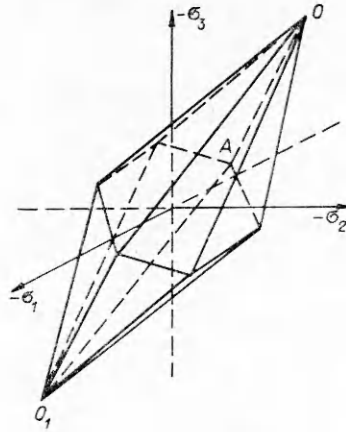


Рис. 2

котором процесс может рассматриваться как стационарный. Рассмотрены особенности решения, связанные с применением кусочно-линейного условия текучести.

**1. Определение плотности изделия.** Схема прессования приведена на рис. 1 (1 — обрабатываемый материал, 2 — матрица, 3 — оправка, 4 — пуансон, 5 — контейнер). Введем систему координат  $r, \theta, \varphi$ . На рис. 1 показана произвольная плоскость  $\varphi = \text{const}$ . Пусть материал подчиняется пирамидальному условию текучести (рис. 2) [12]. В общем случае осесимметричного течения напряженное состояние может соответствовать любому ребру или грани поверхности текучести и режим течения должен определяться из решения. По аналогии с известным решением [13] предположим, что напряженное состояние отвечает ребру  $OA$  (рис. 2). Здесь  $O$  — вершина пирамиды текучести в полупространстве  $\sigma < 0$  ( $\sigma$  — среднее напряжение). Уравнения, определяющие это ребро, имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\tau_s} - \frac{\sigma}{p_s} = 1, \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\tau_s} - \frac{\sigma}{p_s} = 1,$$

где  $\tau_s$  — предел текучести при чистом сдвиге;  $p_s$  — предел текучести при равномерном всестороннем сжатии;  $\sigma_i$  — главные напряжения ( $i = 1 \div 3$ ). Уравнения ассоциированного закона течения запишем как

$$(1.2) \quad \varepsilon_1 = \lambda_1 \left( \frac{1}{2\tau_s} - \frac{1}{3p_s} \right) + \lambda_2 \left( \frac{1}{2\tau_s} - \frac{1}{3p_s} \right), \quad \varepsilon_2 = -\lambda_1 \left( \frac{1}{2\tau_s} + \frac{1}{3p_s} \right) - \lambda_2 \frac{1}{3p_s},$$

$$\varepsilon_3 = -\lambda_1 \frac{1}{3p_s} - \lambda_2 \left( \frac{1}{2\tau_s} + \frac{1}{3p_s} \right)$$

( $\varepsilon_i$  — главные скорости деформации ( $i = 1 \div 3$ ),  $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$ ). В выбранной системе координат скорости деформаций определяются так:

$$(1.3) \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right),$$

$$\varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{(a + r \cos \theta)} \left( \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} - v_\varphi \cos \theta \right) \right],$$

$$\varepsilon_{\theta\varphi} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(a + r \cos \theta)} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + v_\varphi \sin \theta \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} \right],$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right), \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{(a + r \cos \theta)} \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_r \cos \theta - v_\theta \sin \theta \right)$$

( $v_r, v_\theta, v_\varphi$  — проекции скорости на соответствующие координатные направления).

Вследствие осевой симметрии  $v_\varphi = 0$ . Так как скорость  $v_\theta = 0$  на стенках матрицы и стержня, то для тонкостенных изделий можно поло-

жить  $v_\theta = 0$ , а  $v_r = v(r)$ . Тогда компоненты тензора скоростей деформации, определенные из (1.3), примут вид

$$(1.4) \quad \varepsilon_{rr} = \frac{dv}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{v}{r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{v \cos \theta}{a + r \cos \theta}.$$

Остальные компоненты равны нулю, т. е. координатные направления являются главными направлениями тензора скоростей деформации. Так как проекция скорости  $v < 0$ , то из (1.4) получаем  $\varepsilon_{\theta\theta} < 0$ ,  $\varepsilon_{\varphi\varphi} < 0$ . Из (1.2) следует  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{rr}$ . Исключая в уравнениях (1.2) параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , получаем

$$(1.5) \quad \varepsilon_1 = -(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) (3 - 2k_s) / (3 + 4k_s), \quad k_s = \tau_s / p_s.$$

Так как  $\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\varphi\varphi}$ , то из выражений (1.4) и (1.5) следует

$$(1.6) \quad \frac{dv}{dr} + \frac{(3 - 2k_s)}{(3 + 4k_s)} \frac{(a + 2r \cos \theta)}{(a + r \cos \theta)} \frac{v}{r} = 0.$$

Рассмотрим установившуюся стадию процесса. Ввиду малой толщины изделия положим  $\rho = \rho(r)$  ( $\rho$  — относительная плотность). Тогда при выбранном поле скоростей уравнение неразрывности имеет вид

$$(1.7) \quad v \frac{d\rho}{dr} + \rho \left[ \frac{dv}{dr} + \frac{(a + 2r \cos \theta)}{(a + r \cos \theta)} \frac{v}{r} \right] = 0.$$

Исключая из этого уравнения  $dv/dr$ , при помощи (1.6) для определения  $\rho$  находим уравнение

$$\frac{d\rho}{dr} + 6\rho \frac{(a + 2r \cos \theta) k_s}{r(a + r \cos \theta)(3 + 4k_s)} = 0,$$

для осреднения которого по толщине применим метод подобластей [24]. Разобьем очаг деформации, определяемый радиусами  $r_0 = 1$  и  $R_0$ , на подобласти координатными линиями, как показано на рис. 1 (заштрихованная площадь). Производя интегрирование уравнения (1.7) по  $\theta$ , ввиду произвольности  $dr$ , получаем

$$(1.8) \quad r[a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)] \frac{d\rho}{dr} + \frac{6\rho k_s}{(3 + 4k_s)} [a(\theta_1 - \theta_0) + 2r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)] = 0.$$

Для того чтобы процесс был установившимся, на вход в матрицу должен подаваться материал постоянной плотности ( $\rho = \rho_0$ ). Решение уравнения (1.8) при условии  $\rho = \rho_0$  при  $r = R_0$  имеет вид

$$(1.9) \quad \int_{\rho}^{\rho_0} \frac{(3 + 4k_s)}{\rho k_s} d\rho = 6 \int_r^{R_0} \frac{[a(\theta_1 - \theta_0) + 2r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}{r[a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]} dr.$$

Зависимости  $k_s$  и  $\tau_s$  от  $\rho$  запишем как [25]

$$k_s = (\sqrt{3}/2) [(1 - \rho)/\rho]^{1/2}, \quad \tau_s = \rho^3 k$$

( $k$  — предел текучести при чистом сдвиге материала твердой фазы). Тогда, интегрируя (1.9), находим распределение  $\rho$  вдоль очага деформации:

$$(1.10) \quad \arcsin(\rho^{1/2}) - \arcsin(\rho_0^{1/2}) + \ln(\rho/\rho_0) / \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \left\{ \frac{R_0 [a(\theta_1 - \theta_0) + R_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}{r [a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]} \right\}.$$

Из этого выражения видно, что при некотором  $r = r_*$  плотность достигает предельного значения  $\rho = 1$ . Определим из (1.10) величину  $r_*$ :

$$(1.11) \quad r_* = \frac{-a(\theta_1 - \theta_0) + [a^2(\theta_1 - \theta_0)^2 + 4c(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]^{1/2}}{2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)}.$$

Здесь  $c = R_0 [a(\theta_1 - \theta_0) + R_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)] \exp[-(2/\sqrt{3})(\pi/2 - \arcsin(\rho_0^{1/2})) - \ln(\rho_0)/\sqrt{3}]$ . Если  $\rho$  не достигает предельного значения, то плотность изделия  $\rho_*$  определяется из (1.10) при  $r = 1$ .

Скорость течения  $v$  находим из уравнения (1.6), в котором перейдем от интегрирования по  $r$  к интегрированию по  $\rho$ . В результате с учетом (1.7) получим

$$(1.12) \quad \frac{dv}{dr} - \frac{(3 - 2k_s)}{6\rho k_s} v = 0.$$

Положим, что на входе в очаг деформации скорость  $v = -1$ . Тогда краевое условие для уравнения (1.12) имеет вид  $v = -1$  при  $\rho = \rho_0$ . Интегрирование (1.12) дает

$$(1.13) \quad v = -\exp\left[\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{(3 - 2k_s)}{6\rho k_s} d\rho\right].$$

С учетом принятого выражения для  $k_s$  запишем

$$(1.14) \quad v = \exp\left[(2/\sqrt{3})(\arcsin(\rho^{1/2}) - \arcsin(\rho_0^{1/2})) - \ln(\rho/\rho_0)/3\right].$$

Для нахождения распределения  $v$  вдоль очага деформации необходимо совместно рассмотреть выражения (1.10) и (1.14).

Решения (1.10) и (1.14) имеют силу до тех пор, пока плотность в очаге деформации не достигнет значения  $\rho = 1$ . Это обеспечивается условием  $r_* \leq 1$  ( $r_*$  из (1.11)). В противном случае при  $1 \leq r \leq r_*$  плотность  $\rho = 1$ , а  $v$  находится из (1.6) при  $k_s = 0$ . Осредняя (1.6) по  $\theta$  методом подобластей, имеем уравнение

$$(1.15) \quad r[a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)] \frac{dv}{dr} + \\ + [a(\theta_1 - \theta_0) + 2r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)] v = 0$$

с краевым условием  $v = v_*$  при  $r = r_*$ , где  $v_*$  — значение скорости, определенное из выражения (1.14) при  $\rho = 1$ :

$$v_* = -\exp\left[(2/\sqrt{3})(\pi/2 - \arcsin(\rho_0^{1/2})) + \ln(\rho_0)/3\right].$$

Интегрируя (1.15), получаем

$$v = \frac{v_* r_* [a(\theta_1 - \theta_0) + r_*(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}{r [a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}.$$

**2. Определение давления прессования.** Уравнения равновесия составим по методу Хилла [26]. В случае принятого поля скоростей останется только одно уравнение равновесия, которое представим в виде

$$(2.1) \quad \int_{\theta_0}^{\theta_1} \left[ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \sigma_r - \sigma_\theta \right) + \frac{1}{(a + r \cos \theta)} (\sigma_r \cos \theta - \right. \\ \left. - \sigma_\varphi \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta) \right] r (a + r \cos \theta) d\theta = 0.$$

В силу малой толщины стенки положим  $\sigma_r = \sigma_r(r) = \sigma_1$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r) = \sigma_2$ ,  $\sigma_\varphi = \sigma_\varphi(r) = \sigma_3$ . Выразим  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_\varphi$  через  $\sigma_r$ , используя уравнения условия текучести (1.1):

$$(2.2) \quad \sigma_\theta = \sigma_\varphi = [\sigma_r(3 - 2k_s) - 6\tau_s]/(3 + 4k_s).$$

В уравнении (2.1) перейдем от дифференцирования по  $r$  к дифференцированию по  $\rho$  с помощью (1.7) и проинтегрируем по  $\theta$  с учетом (2.2). Примем закон трения Кулона с постоянным коэффициентом трения

$f$ , который имеет вид  $|\tau_{r0}|_{\theta=\theta_0} = |\tau_{r\theta}|_{\theta=\theta_1} = f|\sigma_\theta|$ . В результате этих преобразований получим

$$(2.3) \quad 6\rho k_s \left[ \frac{a}{r}(\theta_1 - \theta_0) + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0) \right] \frac{d\sigma_r}{d\rho} + f \left( \frac{2a}{r} + \cos \theta_1 + \cos \theta_0 \right) \times \\ \times [\sigma_r(3 - 2k_s) - 6\tau_s] - 6(k_s \sigma_r + \tau_s) \left[ \frac{a}{r}(\theta_1 - \theta_0) + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0) \right] = 0.$$

Величину  $a/r$  определим из (1.10):

$$(2.4) \quad \frac{a}{r} = \frac{2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)}{\theta_0 - \theta_1 + [(\theta_1 - \theta_0)^2 + 4k_2 a^{-2} \exp(k_2)(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]^{1/2}}, \\ k_1 = R_0 [a(\theta_1 - \theta_0) + R_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)], \quad k_2 = -(2/\sqrt{3})(\arcsin(\rho^{1/2}) - \\ - \arcsin(\rho_0^{1/2}) + \ln(\rho/\rho_0)/\sqrt{3}).$$

Таким образом, (2.3) является линейным уравнением относительно  $\sigma_r$ , решение которого при краевом условии  $\sigma_r = \sigma_r^*$  для  $\rho = \rho_1$  запишем как

$$(2.5) \quad \sigma_r = \exp \left[ - \int_{\rho_1}^{\rho} p_1(t) dt \right] \left\{ \sigma_r^* - \int_{\rho_1}^{\rho} Q_1(y) \exp \left[ \int_{\rho_1}^y p_1(t) dt \right] dy \right\}, \\ p_1(t) = \frac{f(2a/r + \cos \theta_1 + \cos \theta_0)(3 - 2k_s) - 6k_s [(\theta_1 - \theta_0)a/r + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}{6tk_s [(\theta_1 - \theta_0)a/r + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}, \\ Q_1(y) = \frac{-\tau_s [f(2a/r + \cos \theta_1 + \cos \theta_0) + (\theta_1 - \theta_0)a/r + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}{yk_s [(\theta_1 - \theta_0)a/r + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}.$$

В выражениях для  $p_1(t)$  и  $Q_1(y)$  значение радиуса  $r$  должно быть выражено через  $t = \rho$  или  $y = \rho$  соответственно из (2.4). Давление пресования  $p$  находим из (2.5) при  $\rho = \rho_0$  в виде  $p = -\sigma_r(\rho_0)$ .

Уравнение (2.5) определяет поле напряжений при  $r \geq r_*$ . Если  $r_* \leq 1$ , то (2.5) имеет силу во всем очаге деформации. Краевое условие дает  $\sigma_r^* = 0$ , а значение  $\rho_1$  должно быть найдено из (1.10) при  $r = 1$ . Если  $r_* > 1$ , то на участке  $1 \leq r \leq r_*$  уравнение (2.1) принимает вид ( $k_s = 0$ )

$$(2.6) \quad \frac{1}{k} \frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{f(2a/r + \cos \theta_1 + \cos \theta_0)\sigma_r/k}{a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)} + \\ + \frac{2[f(2a/r + \cos \theta_1 + \cos \theta_0) + 2(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]r + 2a(\theta_1 - \theta_0)}{r[a(\theta_1 - \theta_0) + r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]} = 0.$$

Решение уравнения (2.6) можно получить из (2.5), если заменить  $\rho$  на  $r$ . При этом

$$p_1(t) = - \frac{f(2a/t + \cos \theta_1 + \cos \theta_0)}{a(\theta_1 - \theta_0) + t(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)}, \\ Q_1(y) = \frac{[2f(2a/y + \cos \theta_1 + \cos \theta_0) + 4(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]y + 2a(\theta_1 - \theta_0)k}{y[a(\theta_1 - \theta_0) + y(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)]}.$$

Краевое условие дает  $\rho_1 = 1$ ,  $\sigma_r^* = 0$  ( $\rho_1$  — координата  $r$  сечения выхода материала из матрицы). На участке  $r_* \leq r \leq R_0$  распределение напряжений находим из выражения (2.5) при  $\rho_1 = 1$ , а  $\sigma_r^*$  — из (2.6) при  $r = r_*$ .

При применении пирамидального условия текучести необходимо проверять выполнение условий  $\lambda_1 \geq 0$ ,  $\lambda_2 \geq 0$  и  $0 \leq -\sigma \leq p_s$ .

Для проверки первых двух условий выразим  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  из (1.2) в виде

$$\lambda_1 = \frac{[2k_s \varepsilon_\varphi - (3 + 2k_s) \varepsilon_\theta] 6\tau_s}{(3 + 2k_s)^2 - (2k_s)^2}, \quad \lambda_2 = \frac{[2k_s \varepsilon_\theta - (3 + 2k_s) \varepsilon_\varphi] 6\tau_s}{(3 + 2k_s)^2 - (2k_s)^2}.$$

Отсюда после интегрирования имеем

$$-a(3 + 2k_s)(\theta_1 - \theta_0) - 3r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0) \leq 0, \\ 2k_s a(\theta_1 - \theta_0) - 3r(\sin \theta_1 - \sin \theta_0) \leq 0.$$

Анализ этих неравенств показывает, что в области  $1 \leq r \leq r_*$  они всегда выполняются, а в области  $r_* \leq r \leq R_0$  необходимо выполнение неравенства

$$\frac{a}{r} \leq \frac{3(\sin \theta_1 - \sin \theta_0)}{2k_s(\theta_1 - \theta_0)}.$$

Используя выражение (2.4), получаем ограничение на плотность в виде

$$(2.7) \quad \{(\theta_1 - \theta_0)^2 + 4k_1 a^{-2} \exp(k_2) (\sin \theta_1 - \sin \theta_0)\}^{1/2} + \theta_0 - \theta_1 \geq 4k_s(\theta_1 - \theta_0)/3.$$

Для проверки неравенства  $0 \leq -\sigma \leq p_s$  определяем величину  $-\sigma$  как

$$-\sigma = -\frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\varphi}{3} = \frac{4\tau_s - 3\sigma_r}{3 + 4k_s}.$$

Отсюда  $0 \leq 4\tau_s - 3\sigma_r \leq 3p_s + 4\tau_s$ . Так как  $\sigma_r \leq 0$ , то

$$(2.8) \quad |\sigma_r| \leq p_s.$$

Для нахождения пределов применимости рассмотренного установившегося процесса необходимо сравнить усилие прессования при экструзии  $p$  с усилием в начале процесса деформации материала в контейнере  $Q$ , т. е. при осадке кольца в закрытой прессформе. Теоретический анализ этого процесса производился, например, в [27, 28]. Однако в этих работах применялось условие текучести Грина, поэтому их результаты не могут быть использованы в настоящем решении.

Отметим, что возможна ситуация, когда спрессуется только часть материала в контейнере, находящаяся под пуансоном. Это обусловлено наличием фронта уплотнения при прессовании в закрытой матрице [27, 29]. В данном случае процесс будет установившимся до тех пор, пока на вход в матрицу подается не спрессованный материал. Для общего анализа такого процесса необходимо учитывать высоту контейнера.

В настоящем исследовании ограничимся ситуацией, когда уплотнения в контейнере не происходит. Если в контейнере, как и в матрице, принять одномерное поле скоростей, то из условия текучести и ассоциированного закона течения следует, что напряженное состояние соответствует вершине пирамиды, т. е.  $|\sigma| = p_s$ . В этом случае  $Q = p_s$  и условие перехода материала в контейнере в пластическое состояние совпадает с условием (2.8), определяющим возможность применения рассмотренного решения. Значит, стационарность процесса обеспечивается условием

$$(2.9) \quad |\sigma_r| < p_s \quad \text{при } r = R_0.$$

**3. Пример расчета.** В качестве примера рассматривали процесс прессования трубы при  $f = 0,05$  с начальной плотностью  $\rho_0 = 0,6$ . Исследовали зависимость распределения плотности от редукиции, за которую принимали величину  $\delta = (H/h)$ , и независимые параметры очага деформации (рис. 1):  $D = 50$  мм,  $d = 40$  мм,  $\theta_0 = \pi/4$ . Остальные геометрические характеристики вычисляются по формулам

$$\cos \theta_1 = \left[1 - \frac{2(H-d)}{D-d}\right] \cos \theta_0, \quad r_0 = \frac{h(D-d)}{2(H-h) \cos \theta_0},$$

$$R_0 = r_0 \frac{H}{h}, \quad a = \frac{1}{2} d - r_0 \cos \theta_0.$$

Толщина стенки готовой трубы  $h = 3$  мм.

Результаты расчета распределения плотности представлены на рис. 3 ( $\delta = 8/3; 2; 4/3$  — линии 1—3). В процессе расчета проверялось выполнение условия (2.7). Эти зависимости совместно с (2.5) определяют распределение напряжения  $|\sigma_r|$  вдоль очага деформации (сплошные линии 1—3 на рис. 4 для  $\delta = 8/3; 2; 4/3$ , штриховыми показано распределение  $p_s$  при соответствующих значениях  $\delta$ ). Из рис. 4 видно, что ре-

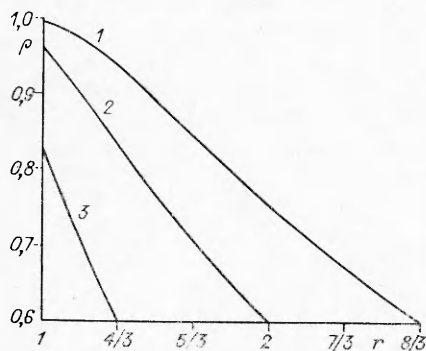


Рис. 3

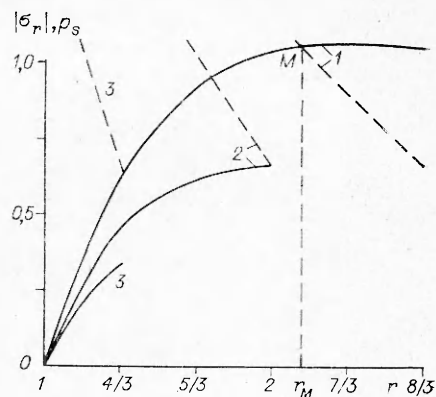


Рис. 4

шение при  $\delta = 8/3$  не годится, так как при  $r > r_m = 2,17$  нарушается условие (2.8). Однако поскольку при  $r \leq r_m$  решение сохраняет силу, то оно может быть использовано для анализа процессов с редукцией  $\delta < 2,17$  (при  $\delta = 2,17$  нарушается условие (2.9)), но в этом случае плотность в контейнере не может быть задана произвольно, а должна быть определена из решения (рис. 3). Например, если  $\delta = 2$ , то  $\rho_0 = 0,75$ , если  $\delta = 2$ , то решение при заданной начальной плотности  $\rho_0 = 0,6$  является предельным в том смысле, что рассмотренное установившееся течение будет иметь силу только при  $\delta < 2$ . Этому условию, в частности, удовлетворяет рассмотренный случай  $\delta = 4/3$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Моргун Г. Н. Обработка порошковых материалов давлением // Итоги науки и техники. Сер. Порошковая металлургия.— М.: ВИНТИ, 1989.— Т. 3.
2. Петросян Г. Л. Формование пористых труб и стержней // ДАН АрмССР.— 1977.— Т. 14, № 3.
3. Перельман В. Е. Формование порошковых материалов.— М.: Металлургия, 1979.
4. Друянов Б. А., Пирумов А. Р. Исследование процесса экструзии пористого материала // Вестник машиностроения.— 1980.— № 9.
5. Петросян Г. Л., Нарсеян Г. Г., Малхасян С. Л. и др. Уплотнение пористых материалов в жестких конических и цилиндрических матрицах // Порошковая металлургия.— 1982.— № 5.
6. Петросян Г. Л., Мусаелян Г. В. Напряженное состояние пористых осесимметричных заготовок при выдавливании // Порошковая металлургия.— 1984.— № 11.
7. Петросян Г. Л., Мусаелян Г. В., Петросян Х. Л. Исследования процесса выдавливания спеченного пористого материала через коническую матрицу // Порошковая металлургия.— 1985.— № 3.
8. Осадчий В. А., Жадан В. Т., Гаврилов-Крямичев П. Л. и др. Расчет процесса экструзии порошковой заготовки через коническую матрицу // Изв. вузов. Черная металлургия.— 1985.— № 11.
9. Петросян Г. Л. Пластическое деформирование порошковых материалов.— М.: Металлургия, 1988.
10. Tirosh J., Iddan D. Forming analysis of porous materials // Int. J. Mech. Sci.— 1989.— V. 31, N 11/12.
11. Mear M. E., Durban D. Radial flow of sintered powder metals // Int. J. Mech. Sci.— 1989.— V. 31, N 1.
12. Друянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел.— М.: Машиностроение, 1989.
13. Александров С. Е., Друянов Б. А. Исследование процесса установившейся экструзии уплотняемого материала // ПМТФ.— 1990.— № 4.
14. Григорьев А. А., Иванов В. П. Деформация и уплотнение пористых материалов прямым выдавливанием // Изв. вузов. Черная металлургия.— 1991.— № 5.
15. Петросян Г. Л. Исследование формования биметаллических круглых стержней с пористым сердечником // Изв. вузов. Машиностроение.— 1977.— № 6.
16. Исаевич Л. А., Медведева Т. А. Расчет полей напряжений и плотности при последовательном выдавливании порошков // Порошковая металлургия: Республ. межвед. сб. науч. тр.— 1991.— Вып. 15.
17. Петросян Г. Л. Исследование формования слоистопористых биметаллических труб // Изв. АН АрмССР. Сер. техн. наук.— 1980.— Т. 33, № 6.

18. Мандкян Н. В., Акбалиян С. Г., Тумакиан Г. А. и др. Закономерности экструзии порошковых биметаллических материалов // Порошковая металлургия.— 1991.— № 9.
19. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Несимметрия пластического течения в сходящихся осесимметричных каналах // ДАН СССР.— 1979.— Т. 246, № 3.
20. Tabata T., Masaki S. Density distribution in extruded products of porous metal // J. Jap. Soc. Tech. Plast.— 1976.— V. 17, N 188.
21. Tabata T., Masaki S., Shima S. Densification of green compacts by extrusion at low pressure // Int. J. Powder Metallurgy and Powder Technology.— 1984.— V. 20, N 1.
22. Карелин Ф. Р., Савкин А. Б. Исследование процесса компактирования порошка при горячей осадке и экструзии // Пластическая деформация конструкционных материалов.— М.: Наука, 1988.
23. Berghaus D. G., Primas R. J., Peawek H. B. Strain analysis for extrusion of powder metals // Experimental Mechanics.— 1988.— V. 28, N 3.
24. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина.— М.: Мир, 1988.
25. Штерн М. Б. К теории пластичности пористых тел и уплотняемых порошков // Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов.— Киев: Наук. думка, 1985.
26. Хилл Р. Общий метод анализа процессов металлообработки // Механика: Сб. пер.— 1964.— № 3.
27. Александров С. Е., Друянов Б. А. Спрессование уплотняемых материалов в закрытой прессформе // ПМТФ.— 1990.— № 1.
28. Штерн М. Б., Сердюк Г. Г., Максименко Л. А. и др. Феноменологические теории прессования порошков.— Киев: Наук. думка, 1982.
29. Глухов Л. М., Бахтин В. Г., Кудрин А. Б. и др. Исследование способов повышения качества порошковых изделий сложной формы при прессовании // Изв. вузов. Черная металлургия.— 1987.— № 3.

г. Москва  
г. Киев

Поступила 12/II 1992 г.

УДК 539.375

*И. А. Волков*

### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕДНЫХ ПЛАСТИН ПРИ УДАРНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Известно [1], что при отражении импульса сжатия от свободной поверхности или от контактной границы с материалом меньшей акустической жесткости в теле возникают растягивающие напряжения, которые при определенных условиях могут привести к его разрушению — отколу. Неудовлетворенность исследователей результатами статического подхода к проблеме откольного разрушения привела, с одной стороны, к поиску новых критериев разрушения, а с другой — стимулировала изучение откола на микроуровне с разработкой количественного описания повреждений и выявлением роли микроструктуры вещества на деструктивные процессы [2]. В последние годы для описания откольного разрушения развит подход, согласно которому в определяющие соотношения (уравнения состояния) вводят некоторые ключевые переменные и соответствующие кинетические соотношения, характеризующие на макроуровне образование микропустот [3]. При этом в теоретических исследованиях, так же как и в экспериментальных, большое внимание уделяется одномерным задачам. Численное моделирование «простейших» (одномерных, квазиодномерных) экспериментов дает возможность более подробно проанализировать волновую картину в телах и установить степень адекватности и границы применимости определяющих соотношений. Кроме того, при численной реализации моделей таких экспериментов нет необходимости решать сложные краевые задачи, вследствие этого сокращаются до минимума погрешности, вносимые в результаты самой численной схемой решения задачи. Проведение таких расчетов и

© И. А. Волков, 1993

2\*

19