ПМТФ, № 2, 1960

ОБ ОДНОМЕРНЫХ ДВИЖЕНИЯХ ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ, СОПРОВОЖДАЮЩИХСЯ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В. П. Коробейников

(*Москва*)

Отмечаются некоторые свойства уравнений одномерных нестационарных движений идеально-проводящего газа с цилиндрическими и плоскими волнами в присутствии магнитного поля.

Используя эти свойства, рассматривается в гидродинамическом приближении задача об обратном пинч-эффекте при некоторых законах нарастания тока.

Изучается задача о сильном взрыве в газе с учетом влияния магнитного поля. Основное внимание уделяется рассмотрению движений, обладающих цилиндрической симметрией.

1. Основные уравнения и их свойства. Рассмотрим одномерные неустановившиеся движения совершенного электропроводного газа с цилиндрическими и плоскими волнами при наличии магнитного поля. Вектор $\mathbf{H}$ направлен перпендикулярно траекториям движения частиц газа. В цилиндрическом случае вектор поля $\mathbf{H}$ может быть, в частности, направлен вдоль оси симметрии, по касательным к концентрическим окружностям с центром на оси симметрии или, в общем случае, создает винтовое поле с компонентами H_φ и H_z (магнитные силовые линии — винтовые линии).

Если считать все диссипативные коэффициенты равными нулю, то уравнения магнитной гидродинамики для рассматриваемых движений могут быть записаны так:

$$\rho\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial}{\partial r}(p+h) - \frac{2(\nu-1)}{r}h_\varphi, \qquad \frac{d\rho}{dt} = -\rho\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{(\nu-1)v}{r}\right) \tag{1.1}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) = 0, \qquad \frac{d}{dt}\frac{h_\varphi}{r^2\rho^2} = 0, \qquad \frac{d}{dt}\frac{h_z}{\rho^2} = 0 \tag{1.2}$$

Здесь v — скорость, r — координата, $\nu = 1,2$, соответственно, в случаях плоской и цилиндрической симметрии,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial r}, \qquad h = h_z + (\nu-1)h_\varphi, \qquad h_z = \frac{1}{8\pi}H_z^2, \qquad h_\varphi = \frac{1}{8\pi}H_\varphi^2$$

Будем рассматривать три типа ударных волн: газодинамические, магнитогидродинамические и ударные со скачком проводимости, ионизующие газ [1]. Условия на газодинамических ударных волнах имеют вид

$$[\rho(v-D)] = 0, \qquad [p+\rho v(v-D)] = 0$$

$$\left[(v-D)\left(\frac{1}{\gamma-1}p + \frac{1}{2}\rho v^2\right) + pv\right] = 0 \tag{1.3}$$

Для магнитогидродинамических ударных волн в среде с бесконечной проводимостью имеем

$$[\rho(v-D)] = 0, \qquad [\rho v(v-D) + p + h] = 0$$

$$\left[(v-D)\left(\frac{1}{\gamma-1}p + \frac{\rho v^2}{2} + h\right) + (p+h)v\right] = 0$$

$$[h_\varphi(v-D)^2] = 0, \qquad [h_z(v-D)^2] = 0$$

Для ударных волн со скачком проводимости будем предполагать, что $\mathbf{H}$ при переходе через поверхность разрыва остается непрерывным. Это означает, что магнитная вязкость в ударном слое считается больше других диссипативных коэффициентов [1]. Разрывы же других величин подчиняются газодинамическим условиям (1.3). В условиях (1.3), (1.4) через D обозначена скорость ударной волны; квадратными скобками обозначена разность значений величин на сторонах поверхности разрыва.

Отметим некоторые свойства системы (1.1), (1.2) и уравнений (1.4), которые нам потребуются в дальнейшем.

Свойство 1.1. Величины p / ρ^{γ}, $h_{\varphi} / r^2\rho^2$, h_z / ρ^2 сохраняются в частице в области непрерывности движения. Это следует из уравнений (1.2).

Свойство 1.2 При $\gamma = 2$ система (1.1) — (1.2) имеет очевидный интеграл $p = \Phi_1(\xi) h_z$, где $\Phi_1(\xi)$ — произвольная функция лангранжевой координаты ξ.

Отсюда следует, что если известно решение системы (1.1) — (1.2) при $\gamma = 2$, $h_z = 0$, то легко найти решение этой системы и для случая $\gamma = 2$, $h_z \neq 0$. В частности, зная решение обычных газодинамических уравнений при $\gamma = 2$, получаем решение уравнений (1.1), (1.2) при $h_{\varphi} = 0$, содержащее дополнительно одну произвольную функцию от ξ (этот факт отмечался рядом авторов, см. [2,3,4]).

Отметим также, что при $\gamma = 2$ в случае магнитогидродинамических ударных волн замена вида $p^* = p + h_z$ приводит (1.4) к виду условий с $h_z = 0$, если не обращать внимания на условие вмороженности для h_z.

Свойство 1.3. Так как система (1.1) — (1.2) не содержит никаких размерных констант, то для тех задач, в дополнительные (граничные и начальные) условия которых войдут только две размерные постоянные с независимыми размерностями, будет выполнено условие автомодельности движения [5]. Будем считать, что эти размерные постоянные a, b имеют размерности $[a] = ML^kT^s$, $[b] = LT^{-\delta}$, δ, k, s — некоторые числа ($\delta \neq 0$)

2. Уравнения для автомодельных движений. Для исследования автомодельных движений введем безразмерные переменные по формулам

$$v = \frac{r}{t} V, \qquad \rho = ar^{-(k+3)}t^{-s} R; \qquad p = ar^{-(k+1)}t^{-(s+2)} P$$

$$h_{\varphi} = ar^{-(k+1)}t^{-(s+2)} G_{\varphi}, \qquad h_z = ar^{-(k+1)}t^{-(s+2)} G_z, \qquad \lambda = rb^{-1}t^{-\delta}$$

В силу автомодельности безразмерные функции V, R, P, G_{φ}, G_z зависят только от λ. Для автомодельных движений от системы уравнений в частных производных (1.1) — (1.2) можно перейти к эквивалентной системе обыкновенных дифференциальных уравнений [3, 6] [1]

$$\begin{gathered}
R\lambda (V - \delta) V' + \lambda H' + \lambda P' = R (V - V^2) + (k+1)(P + G) - 2(\nu - 1) G_{\varphi} \\
\lambda \left[(V - \delta) \frac{R'}{R} + V' \right] = s + (k - \nu + 3) V \\
\lambda \left[(V - \delta) \frac{P'}{P} + \gamma V' \right] = s + 2 + (k + 1 - \nu\gamma) V \\
\lambda \left[(V - \delta) \frac{G_{\varphi}'}{G_{\varphi}} + 2V' \right] = s + 2 + (k - 1) V \qquad (2.1) \\
\lambda \left[(V - \delta) \frac{G_z'}{G_z} + 2V' \right] = s + 2 + (k + 1 - 2\nu) V
\end{gathered}$$

где

$$G = G_z + (\nu - 1) G_{\varphi}$$

Используя свойство 1.1, методами теории размерностей [5, 6] можно показать, что система (2.1) имеет три алгебраических интеграла:

интеграл адиабатичности

$$P^{\mu} R^{-\gamma\mu} = \varkappa_1^{\mu} [R (V - \delta)]^{2-(\gamma-1)s+\delta[k+1-\gamma(k+3)]} \lambda^{-[2+\nu(\gamma-1)]s-2(k+3-\nu)} \qquad (2.2)$$

[1] Вывод автомодельных уравнений в частном случае $G_z = 0$, $\nu = 2$ способом формальных подстановок был дан К. П. Станюковичем в книге [7] (стр. 237).

интегралы вмороженности

$$G_{\varphi}^{\mu}(\lambda R)^{-2\mu} = \varkappa_2^{\mu}[R(V-\delta)]^{2-s-\delta(k+3)}\lambda^{-(k+5)\mu+(\nu-k-3)[2-s(k+3)]} \qquad (2.3)$$

$$G_z^{\mu}R^{-2\mu} = \varkappa_3^{\mu}[R(V-\delta)]^{2-s-\delta(k+5)}\lambda^{-(2+\nu)s-2(k+3-\nu)} \qquad (2.4)$$

$$\mu = s + \delta(k+3-\nu)$$

Здесь $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ — произвольные постоянные.

Если $s+2-\delta(\nu-1-k)=0$, то для системы (2.1) существует интеграл энергии

$$\lambda^{\nu+2}\left[(P+G)V+(V-\delta)\left(\frac{1}{2}RV^2+\frac{1}{\gamma-1}P+G\right)\right]=\varkappa_4 \qquad (\varkappa_4=\mathrm{const}) \qquad (2.5)$$

Условия на ударной волне (1.4) также можно записать в автомодельных переменных V, P, R, G_{φ}, G_z.

Рассмотрим некоторые задачи, связанные с движениями проводящего газа при наличии магнитного поля, сопровождающимися ударными волнами. В дальнейшем индексом 1 будем обозначать параметры невозмущенного состояния газа, а индексом 2 — величины на фронте ударной волны со стороны возмущенной области.

3. Гидродинамическая теория обратного пинч-эффекта. Пусть в бесконечно проводящей среде, в которую вморожено магнитное поле h, вдоль прямой пропускается ток I, меняющийся со временем по степенному закону

$$I = \sigma_1 t^m$$

Начальная плотность газа, начальное давление в газе и начальное магнитное поле переменны

$$\rho_1 = \sigma_2 r^{-\omega}, \quad p_1 = \sigma_3 r^{-\beta}, \quad h_{\varphi 1} = \frac{1+\varkappa}{2-\beta}\beta\sigma_3 r^{-\beta}, \quad h_{z1} = \varkappa\sigma_3 r^{-\beta}, \; v_1 = 0$$

Здесь σ_1, σ_2, σ_3 — размерные постоянные, m, ω, β, $\varkappa$ — отвлеченные числа. В силу условий бесконечной проводимости магнитное поле тока

$$h_{\varphi 0} = \frac{I^2}{2c^2\pi r_0^2}$$

(r_0 — расстояние от оси симметрии до рассматриваемой точки) будет «выталкивать» газ из области, примыкающей к оси, и играть роль расширяющегося поршня с радиусом $r_0(t)$.

Соответствующая задача газовой динамики в настоящее время достаточно полно исследована [5,8]. Поставленная выше задача о сжатии газа разрядом вдоль прямой линии получила название обратного пинч-эффекта [9]. Из свойства 1.3 следует, что задача об обратном пинч-эффекте будет автомодельной со скоростью расширения поршня $U = \sigma_4 t^n$, если между постоянными m, n, ω, β существуют зависимости

$$m = n + (n+1)\left(1-\frac{\omega}{2}\right), \qquad \beta = \omega + \frac{2}{n+1} - 2.$$

Случай движений, возникающих при разряде с линейным законом нарастания тока ($m=1$, $\varkappa=0$, $n=0$, $\beta=0$), был изучен экспериментально в работе американских авторов [9]. В этой работе дана также приближенная теория рассматриваемого явления, позволившая определить закон движения поршня. Эти исследования показали, что при законе нарастания тока, близком к линейному, зависимость $r_0(t)$ мало отличается от линейной.

Полное решение этой задачи в автомодельной постановке сводится к интегрированию системы (2.1) при $k=-3$, $s=0$, $\delta=1$, $G=0$, $\nu=2$.

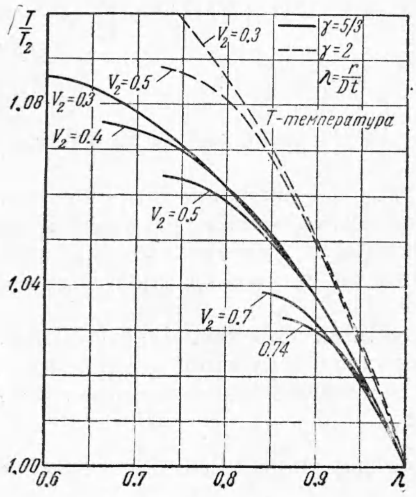
Результаты вычислений для $\gamma = {}^5/_3$ и $\gamma=2$ представлены на фиг. 1, 2.

Решение задачи об обратном пинче несколько усложняется, если начальная напряженность магнитного поля в плазме отлична от нуля.

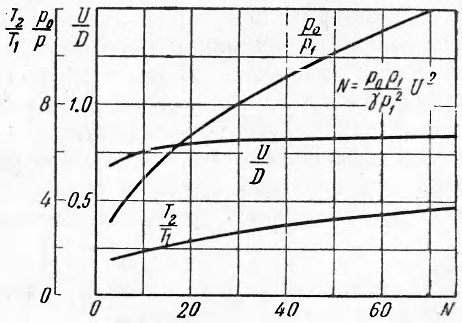
Результаты решения задачи при $m=1$, $n=0$, $\beta=0$, $\varkappa \neq 0$ для случая $G_{z1}=0.025$, $P_1=0.1$, $\gamma={}^5/_3$ и $\gamma=2$ даны в работе [4].

Комбинируя анализ размерностей, качественное исследование поведения решения дифференциальных уравнений и численные методы, можно дать решение задачи для широкого диапазона чисел n, m, ω, β при наличии начального магнитного поля в газе.

Задача о разряде вдоль прямой при линейном изменении тока со временем ($m = 1$) автомодельна и при наличии ударной волны со скачком проводимости (перед ударной волной проводимость равна нулю, а за волной бесконечна). При этом может быть легко найдена излученная электромагнитная волна.



Фиг. 1



Фиг. 2

Так, если начальное электрическое поле равно нулю, а начальное магнитное ноле постоянно, направлено вдоль оси симметрии и равно H_{z0}, то, используя уравнения Максвелла,

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E_\varphi}{\partial t}, \qquad \frac{\partial}{\partial r}(rE_\varphi) = -\frac{r}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}$$

и свойство автомодельности, находим значение H_{z1} и компоненты электрического поля $E_{\varphi 1}$ впереди ударной волны

$$H_{z1} = A\left[\ln\left(\frac{c}{D} + \sqrt{\frac{c^2}{D^2} - \lambda^2}\right) - \ln\lambda\right] + H_{z0}, \qquad E_{\varphi 1} = A\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{c^2}{D^2} - \lambda^2}$$

где c — скорость света, A — произвольная постоянная, подлежащая определению при полном решении задачи.

4. Сильный взрыв в газе с учетом влияния магнитного поля. Пусть в момент $t = 0$ в покоящемся газе вдоль прямой или вдоль плоскости происходит взрыв с выделением энергии ε_0 на единицу длины или площади. Цилиндрический взрыв можно рассматривать как мгновенный электрический разряд вдоль прямой. Решение задачи при отсутствии магнитного поля известно [5].

Начальное давление в газе будем считать равным нулю, начальную плотность для простоты считаем постоянной, начальное магнитное давление $h_1 \neq 0$. Требуется определить возникающее движение.

Рассмотрим решение этой задачи в частных случаях.

Случай а). Цилиндрический и плоский взрыв при $h_\varphi = 0$, $\gamma = 2$.

При бесконечной проводимости среды в начальном состоянии, согласно свойству 1.2, заключаем, что решение уравнений газовой динамики $v = v_0$, $\rho = \rho_0$, $p = p_0$, удовлетворяющее условиям на ударной волне (1.3), дает возможность найти решение уравнений (1.1) — (1.2), если принять

$$v = v_0, \qquad \rho = \rho_0, \qquad p = p_0 \qquad p = p^* - h_z, \qquad h_z = \Phi(\xi)\rho^2 \qquad (4.1)$$

Пренебрегая p_1^* в условиях на ударной волне (1.4), получим

$$v_2 = \frac{2}{3} D, \qquad \rho_2 = 3\rho_1, \qquad p_2^* = \frac{2}{3}\rho_1 D^2, \qquad h_{z2} = 9h_{z1}$$

Будем считать $h_{z1} = \mathrm{const}$. Решение для $p^*(r, t)$, $\rho(r, t)$, $v(r, t)$ известно [5, 10].

Найдем произвольную функцию $\Phi(\xi)$. Из условий на скачке получаем

$$\frac{h_{z2}}{\rho_2^2} = \frac{h_{z1}}{\rho_1^2}, \qquad \Phi(\xi_2) = \frac{h_{z1}}{\rho_1^2}$$

Отсюда следует, что можно удовлетворить уравнениям магнитной гидродинамики и условиям на ударной волне (1.4), если в решении (4.1) примем

$$h_z = \frac{h_{z1}}{\rho_1^2}\rho^2$$

Принимая во внимание вид решения аналогичной задачи в обычной газовой динамике [10], имеем

$$r = r_2 F^{-\frac{2}{\nu+2}} \left[2\left(\frac{3}{2} - F\right)\right]^{-\frac{\nu}{\nu+2}} \left[4\left(F - \frac{3}{4}\right)\right]^{\frac{1}{\nu+2}}, \qquad v = v_2 \lambda F$$

$$\rho = \rho_2 \left[4\left(F - \frac{3}{4}\right)\right]^{\frac{\nu}{\nu+2}} \left[2\left(\frac{3}{2} - F\right)\right]^{\frac{\nu-2}{\nu+2}} \exp\left[-\frac{6\nu}{\nu+2}\,\frac{1-F}{{}^3/_2 - F}\right]$$

$$p = p_2 F^{\frac{2\nu}{\nu+2}} \left[2\left(\frac{3}{2} - F\right)\right]^{\frac{2(\nu-2)}{\nu+2}} \exp\left[-\frac{6\nu}{\nu+2}\,\frac{1-F}{{}^3/_2 - F}\right] - h_z \qquad (4.2)$$

$$h_z = \frac{h_{z1}}{\rho_1^2}\rho^2, \qquad \frac{3}{4} \leqslant F \leqslant 1 \qquad \left(D = \frac{2}{\nu+2}\,\frac{r_2}{t}\right)$$

Здесь r_2 — координата ударной волны.

Зависимость $r_2(t)$ совпадает с газодинамической [5].

Для сильного взрыва в непроводящей среде со скачком проводимости из граничного условия $h(r_2, t) = h_{z1}$ аналогично предыдущему находим

$$\Phi(\xi) = \frac{h_{z1}}{9\rho_1^2}$$

Решение задачи в этом случае дается формулами (4.2), если считать

$$h_z = \frac{h_{z1}}{9\rho_1^2}\rho^2 \qquad (4.3)$$

Из (4.2) следует, что при сохранении высоких температур в центре для достаточно больших значений h_{z1}/ρ_1^2 давление в окрестности фронта ударной волны ниже соответствующего давления при взрыве без магнитного поля.

Из (4.3) и (4.2) следует также, что магнитное давление при взрыве в бесконечно-проводящей среде в 9 раз больше магнитного давления при взрыве в непроводящей среде. Отметим, что для взрыва со скачком проводимости на ударной волне не учитывался эффект изменения начального поля H_{z1}, излученной электромагнитной волной [1]. Этот эффект может оказаться существенным, если характерные скорости движения частиц газа велики, а H_{z1} не мало.

Случай б). Цилиндрический взрыв при $h_{z1} = 0$, $h_{\varphi 1} = Br^{-2}$.

Если магнитное поле имеет только компоненту h_φ, причем $h_{\varphi 1} = Br^{-2}$, то задача о цилиндрическом сильном взрыве будет автомодельна с показателями размерных постоянных $s = 0$, $k = -3$, $\delta = {}^1/_2$. В этом случае существует интеграл энергии (2.5) и задача сводится к интегрированию одного обыкновенного дифференциального уравнения [6]. Рассмотрим ход решения задачи.

В силу автомодельности для закона движения ударной волны имеем

$$r_2 = \left(\frac{\varepsilon}{\rho_1}\right)^{1/4} t^{1/2}$$

где $\varepsilon = \alpha\varepsilon_0$, α — константа, подлежащая определению. За величину безразмерной переменной λ примем r/r_2, т. е. считаем, что на фронте ударной волны $\lambda = 1$. Для определения α используем интегральный закон сохранения энергии

$$\varepsilon_0 = 2\pi \int_0^{r_2} \left(\frac{\rho v^2}{2} + \frac{p}{\gamma - 1} + h - h_1\right) r dr$$

Переходя к безразмерным переменным, получим

$$\alpha = 2\pi \int_0^1 \left(\frac{1}{2} RV^2 + \frac{1}{\gamma - 1} P + G_\varphi - G_{\varphi_1}\lambda^{-4}\right) \lambda^3 d\lambda \tag{4.4}$$

Интегралы (2.2), (2.3), (2.5) для рассматриваемого случая примут вид

$$P = R^{\gamma-1} (V - \delta)^{-1} \lambda^{-4} \varkappa_1, \qquad G_\varphi = (V - \delta)^{-2} \lambda^{-4} \varkappa_2 \tag{4.5}$$

$$(P + G_\varphi) V + (V - \delta)\left(0.5RV^2 + \frac{1}{\gamma - 1} P + G_\varphi\right) = \lambda^{-4} \varkappa_1$$

Используя условия (1.4) на ударной волне, найдем постоянные

$$\varkappa_2 = G_{\varphi 1} \delta^2, \qquad \varkappa_4 = -\delta G_{\varphi 1}$$

Из интеграла вмороженности в (4.5) следует, что если $V_1 \to 0$ при $\lambda \to 0$, то $G_\varphi \sim G_{\varphi 1} \lambda^{-4}$ при малых λ. Если ввести новую переменную $z = \gamma P/R$, то, используя (2.1), (4.5), получим

$$\frac{dz}{dV} = \frac{z}{\Psi(z, V)(V - \delta)} \left\{ 2(1 - \gamma V) \left[\psi(z, V) + \frac{\gamma - 2}{\gamma} z - (V - \delta)^2\right] - \right.$$
$$\left. - (\gamma - 1)\left[(V - 1)(V - \delta) V + \frac{1}{\gamma} z - 2Vz\right]\right\} \tag{4.6}$$

$$\frac{d \ln \lambda}{dV} = \frac{1}{\Psi(z, V)} \left[\psi(z, V) + z\left(1 - \frac{2}{\gamma}\right) - (V - \delta)^2\right] \tag{4.7}$$

Здесь

$$\psi(z, V) = (V - \delta) V^{-2} \left[\frac{1}{\gamma} z \left(2V - \frac{1}{\gamma - 1}\right) - 0{,}5V^2\right]$$

$$\Psi(z, V) = V(V - 1)(V - \delta) + \frac{1}{\gamma} z - 2zV$$

Основная трудность задачи заключается в решении уравнения (4.6), так как по известной функции $z(V)$ при помощи (4.7), (4.5) достаточно просто находятся все необходимые зависимости. Граничным условием для интегрирования (4.6) должна служить зависимость $z_2 = z(V_2)$, выполняющаяся на фронте ударной волны.

Более подробно рассмотрим случай $\gamma = 2$. Если сделать замену $y = 1/z$ и считать $\gamma = 2$, то уравнение (4.6) примет вид

$$\frac{dy}{dV} = y \frac{V^2 [(V - 1)(V - 0.5) Vy + 0.5 - 2V] + 4(V - 0.5)^2 (V - 0.5 - V^3 y)}{V^2 (V - 0.5) [(V - 1)(V - 0.5) Vy + 0.5 - 2V]} \tag{4.8}$$

Из условий на ударной волне найдем связь $y_2(V_2)$, $G_{\varphi 1}(V_2)$

$$y_2(V_2) = \left[V_2^2 + \frac{1 - 3V_2}{8}\left(2 + 4V_2 + \frac{1}{V_2 - 0.5}\right)\right]^{-1} \tag{4.9}$$

$$G_{\varphi 1} = \frac{1 - 3V_2}{8}$$

В предположении $D^2 > 2h_{\varphi 1}/\rho_1{}^2$ найдем область изменения величины V на фронте ударной волны $0 < V_2 < 1/3$.

Исследование уравнения (4.8) показывает, что центру симметрии соответствует точка $V=0$, $y=0$. В этой точке уравнение (4.8) имеет особенность, причем интегральные кривые входят в особую точку но направлениям осей координат. Уравнение (4.8) для малых значений V имеет асимптотическое решение

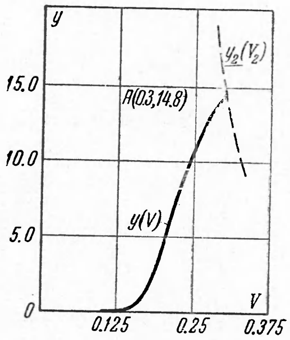
$$y = C_1 (V - 0.5)\,[1 - 4V]^{-2} \exp\left(-\frac{2}{V}\right) \qquad (4.10)$$

где C_1 — произвольная постоянная.

Таким образом, задача сводится к интегрированию уравнения (4.8) от точки V_2, y_2, заданной условием (4.9), до особой точки $V=0$, $y=0$ с асимптотикой (4.10) в окрестности этой точки.

После того как $y(V)$ найдена, все необходимые зависимости получим из (4.4), (4.5) и условий на скачке.

Кривая $y(V)$ для случая $V_2 = 0{,}3$, $y_2 = 14.8$ представлена на фиг. 3.



Фиг. 3

Аналогично исследуется общий случай произвольных γ. Для произвольных γ асимптотическая формула типа (4.10) имеет вид

$$y = C_1 V^{-\frac{2(\gamma-2)}{\gamma-1}} [V - 0.5]^{-\frac{(3-2\gamma)}{\gamma-1}} [1 - 2\gamma V]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \exp\left[-\frac{2}{(\gamma-1)V}\right]$$

Случай в). Цилиндрический взрыв при $h_{z1} \neq 0$, $h_{\varphi 1} = Br^{-2}$.

Будем считать $h_{z1} = \mathrm{const}$, $\gamma = 2$. В рассматриваемом случае решение задачи о сильном цилиндрическом взрыве найти достаточно просто, если решена соответствующая задача предыдущего раздела.

Обозначим решение автомодельной задачи с $h_{\varphi 1} = Br^{-2}$, $h_{z1} = 0$, $\gamma = 2$ так: $v = v^{(1)}$, $p = p^{(1)}$, $h_\varphi = h_\varphi^{(1)}$, $\rho = \rho^{(1)}$. В граничных условиях на ударной волне (1.4) пренебрегаем величиной $p_1 + h_{z1}$ по сравнению $p_2 + h_2$. Тогда, согласно свойству 1.2 уравнений магнитной газодинамики, получим решение интересующей нас задачи, если примем

$$v = v^{(1)}, \qquad p = p^{(1)} - h_z, \qquad \rho = \rho^{(1)}, \qquad h_z = \frac{h_{z1}}{\rho_1^2}\rho^2, \qquad h_\varphi = h_\varphi^{(1)}$$

Поступила
10 VI 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ. ДАН, 1959, т. 129, № 1.
2. Голицин Г. С. Некоторые вопросы динамики и нагрева проводящей среды в магнитном поле. ЖЭТФ, 1959, т. 37, вып. 4.
3. Коробейников В. П. О неустановившихся автомодельных движениях газа в магнитном поле. «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы». Тр. конференции, Рига, 1959.
4. Коробейников В. П., Рязанов Е. В. Некоторые решения уравнений одномерной магнитной гидродинамики и их приложения к задачам о распространении ударных волн. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 1.
5. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, 4-е изд., М., 1957.
6. Коробейников В. П. Одномерные автомодельные движения проводящего газа в магнитном поле. ДАН, 1958, т. 121, № 4.
7. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М., 1958.
8. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем без учета противодавления. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 4.
9. Anderson O. A., Furth H. P., Stone J. M., Wright R. E. Inverse pinch effect. Phys. of Fluids, 1958, vol. 1, № 6.
10. Коробейников В. П., Рязанов Е. В. Представление решения задачи о точечном взрыве в газе в особых случаях. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 2.