

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ  
О КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ  
МЕТОДОМ ТЕРМИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ**

*И. Г. Дук*  
(Томск)

Критические условия существования решения краевой задачи

$$\begin{aligned} \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + Q(T_0) \exp\left(\frac{T - T_0}{RT_0/E}\right) &= 0, \\ \lambda \frac{dT}{dx} - \alpha_0 (T - T_0) &= 0 \text{ при } x = 0, \\ \lambda \frac{dT}{dx} + \alpha_1 (T - T_1) &= 0 \text{ при } x = r, \\ Q(T_0) &= Qk_0 \exp(-E/RT_0) \end{aligned}$$

аналитически получить удается в немногих случаях [1]. Здесь и далее  $T$  — температура;  $Qk_0$  — предэкспонент;  $E$  — энергия активации;  $\alpha$ ,  $\lambda$  — коэффициенты теплоотдачи на стенках и теплопроводности;  $x$  — координата;  $r$ ,  $r_i$  — ширина слоя и зоны  $i$ ;  $Fk$  — параметр Д. А. Франк-Каменецкого;  $Nu$ ,  $Bi$  — критерии Нуссельта и Био;  $\Theta_0$ ,  $\Theta_{\max}$  — безразмерные характерные температуры;  $T_s$  — граница (по температуре) реакционной зоны.

1. Пусть  $T_0 = T_1$ . Если  $\alpha_0 = 0$ , то для двух предельных значений  $\alpha_1$  известны [1] точные значения безразмерного параметра

$$Fk = Q(T_0) r^2 / (\lambda R T_0^2 / E), \quad (1)$$

отвечающего критическим условиям самовоспламенения:  $\alpha_1 = \infty$

$$Fk_* = 0,88, \quad (2)$$

$\alpha_1 \rightarrow 0$

$$Fk_* \rightarrow \alpha_1 r / (\lambda e). \quad (3)$$

При произвольных  $\alpha$  полезным для оценки критических условий оказался метод сложения последовательно включенных термических сопротивлений [1, 2], согласно которому можно определить эффективное термическое сопротивление в виде  $\alpha^{-1} = \alpha_1^{-1} + r / (\lambda Nu)$ , после чего записать (используя (3)):

$$\frac{Fk_*}{\alpha} = Fk_* \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{r}{Nu \lambda} \right) = \frac{r}{\lambda e}.$$

Выбрав значение  $Nu$  так, чтобы оставался правильным предел бесконечно малого термического сопротивления стенки (2), окончательно имеем

$$Fk_* = 0,88 [1 + 0,88e\lambda / (\alpha_1 r)]^{-1}. \quad (4)$$

Этот же метод можно распространить на случай произвольных  $\alpha_0$ .

Если  $\alpha_0 \neq 0$ , то максимум температуры будет не на стенке, вследствие чего реагирующая система разбивается (рис. 1, а) на две, раз-

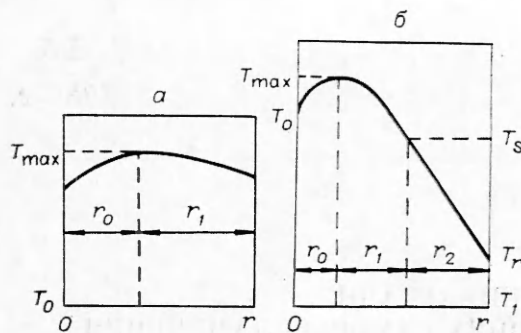


Рис. 1. Разбиение реакционного слоя при  $T_0 = T_1$  (а) и  $T \geq T_1$  (б).

ленные адиабатической перегородкой. Толщина каждой зоны  $r_i$  определяется соответствующим значением  $\alpha_i$ , причем очевидно, что

$$r_0 + r_1 = r. \quad (5)$$

Достижение критических условий воспламенения для всего слоя в целом наступает одновременно с критическими условиями для каждой из зон при выполнении условия, аналогичного (4) (для  $i = 0, 1$ ):

$$r_i^2 \frac{Q(T_0)}{\lambda R T_0^2 / E} = \frac{0,88}{1 + 0,88 \lambda e / (\alpha_i r_i)}. \quad (6)$$

Если ввести эффективный коэффициент теплоотдачи стенок  $\alpha$  так, чтобы всегда можно было пользоваться формулой типа (4)

$$Fk_* = 0,88 [1 + 0,88 \lambda e / (\alpha r)]^{-1}, \quad (7)$$

то из (5) — (7) с учетом (1) можно вычислить<sup>1</sup> термическое сопротивление рассматриваемой системы

$$[\alpha^{-1} + r / (0,88 \lambda e)]^{-1} = \sum_{i=0}^1 [\alpha_i^{-1} + (r_i / (0,88 \lambda e))]^{-1}. \quad (8)$$

Квадратная скобка в левой части (8) есть полное термическое сопротивление; каждая квадратная скобка правой части дает вклад слоя толщины  $r_i$  и состоит из суммы сопротивлений слоя реагента и сопротивления прилегающей к нему стенки. Общее термическое сопротивление, как следует из (8), образуется по закону параллельной цепи.

Исключив  $r_i$ , найдем связь  $\alpha$  с  $\alpha_i$  и  $\alpha_0$ , которую введением параметров  $N_i = \alpha_i r / (0,88 \lambda e)$  и  $N = \alpha r / (0,88 \lambda e)$  запишем в виде

$$[1 + N^{-1}]^{-1} = \sum_{i=0}^1 N_i [1 + N_i / (1 + (1 + N_i^{-1}) / (1 + N_{1-i}))]^{-1}. \quad (9)$$

Теперь из (7), (9) легко вычислить  $Fk_*$ .

В [3] численно решалась задача о критических условиях теплового взрыва в слое, ограниченном стенками с различной толщиной и теплопроводностью. Результаты этой работы могут быть легко интерпретированы в терминах изложенного выше, если как частный случай чисто кондуктивного теплообмена положить  $\alpha_i = \lambda_i / d_i$ , где  $\lambda_i$  — коэффициенты теплопроводности;  $d_i$  — толщины стенок.

Для примера возьмем  $N_0 = \infty$ , тогда

$$Fk_* = 0,88 \left[ \frac{1 + 2N_1}{1 + N_1} \right]^2. \quad (10)$$

Эта зависимость, а также заимствованные из [3] результаты счета краевой задачи на ЭВМ приведены ниже.

$N_1$	0,084	0,21	0,42	1,05	2,109	4,218
$Fk_*$ [3]	1,02	1,21	1,48	2,03	2,51	2,93
$Fk_*$ (10)	1,02	1,21	1,48	2,01	2,48	2,88

Численных данных при  $N_1 > 4,218$  нет, но правильное стремление к пределу при  $N_1 \rightarrow \infty$  ( $Fk_* \rightarrow 3,52$ ) дает основание считать, что погреш-

<sup>1</sup> Вычисления вынесены в приложение.

ность формул (7), (9) не превышает 5%. Другие известные асимптотические результаты также легко получить предельными переходами.

2. Пусть  $\alpha_0 = \infty$ ,  $T_0 \geq T_1$ . При  $\alpha_1 = \infty$  и  $\Theta_0 = [(T_0 - T_1)/(RT_0^2/E)] \rightarrow \infty$  известен [1] следующий асимптотический результат:

$$\text{Fk}_* \rightarrow \Theta_0^2/2. \quad (11)$$

Вычисляя границы самовоспламенения для произвольных  $\alpha_1$  и  $\Theta_0$  методом термических сопротивлений, учтем также, что при  $\alpha_1 = \infty$  и  $\Theta_0 = 0$   $\text{Fk}_* = 3,52$ .

В случае  $\alpha_0 = \infty$  температура стенки ( $x=0$ ) равна  $T_0$ . Для этих условий скорость химического тепловыделения по-прежнему можно за-

писывать в виде разложения Д. А. Франк-Каменецкого  $Q(T_0)e^{-\frac{E(T-T_0)}{RT_0^2}}$ , поскольку таким образом отражается главное: реакция идет преимущественно при высоких температурах в интервале порядка  $(T_0, T_0 - RT_0^2/E)$ .

Разобьем (рис. 1, б) ширину слоя на зоны шириною: 1)  $r_0$ , начинающуюся у стенки ( $x=0$ ) и кончающуюся в сечении с максимальной температурой  $T_{\max}$ ; 2)  $r_1$ , правая граница которой есть сечение  $T = T_s$ , где заканчивается тепловыделение; 3)  $r_2$ , через которую происходит только отвод тепла в стенку ( $x=r$ ). Первая зона адиабатически отделена от остальных. Термические сопротивления двух других подключены последовательно в цепь с термическим сопротивлением холодной стенки.

Запишем балансные уравнения для зон  $r_0$  и  $r_1$  и условие равенства потоков через них:

$$A_0 \frac{\lambda}{r_0} (T_{\max} - T_0) = r_0 Q(T_0) \exp\left(\frac{E(T_{\max} - T_0)}{RT_0^2}\right),$$

$$A_1 \frac{\lambda}{r_1} (T_{\max} - T_0) = r_1 Q(T_0) \exp\left(\frac{E(T_{\max} - T_0)}{RT_0^2}\right),$$

$$A_1 \frac{\lambda}{r_1} (T_{\max} - T_s) = A_2 \frac{\lambda}{r_2} (T_s - T_r),$$

где  $T_r$  — температура реакционного вещества на стенке  $x=r$ . Значение  $T_r$  может быть найдено из условия равенства тепловых потоков через зону  $r_2$  и правую (холодную) стенку

$$A_2 \cdot \lambda / r_2 \cdot (T_s - T_r) = \alpha_1 (T_r - T_1).$$

И наконец, имеем

$$r_0 + r_1 + r_2 = r.$$

Переход к безразмерным величинам  $\Theta_{\max} = (T_{\max} - T_0)E/(RT_0^2)$ ,  $\Theta_r = (T_0 - T_r)/(RT_0^2/E)$ ,  $\Theta_0 = (T_0 - T_1)E/(RT_0^2)$ ,  $s = (T_{\max} - T_s)E/(RT_0^2)$ ,  $z_i = r_i/r$ ,  $\text{Bi} = \alpha_1 r/\lambda$  приводит к равенствам

$$A_0 \cdot \Theta_{\max}/z_0 = z_0 \text{Fk} e^{\Theta_{\max}}, \quad (12)$$

$$A_1 \cdot s/z_1 = z_1 \text{Fk} e^{\Theta_{\max}}, \quad (13)$$

$$A_1 \cdot s/z_1 = A_2 \cdot (\Theta_{\max} + \Theta_r - s)/z_2, \quad (14)$$

$$z_0 + z_1 + z_2 = 1, \quad (15)$$

$$\Theta_r = \Theta_0 - (\text{Bi} z_1 A_2 / A_1)^{-1}. \quad (16)$$

Соотношения (12) — (15), которые можно рассматривать независимо от (16), дают

$$z_0 = z_1 \sqrt{\Theta_{\max}/v}, \quad (17)$$

$$z_2 = z_1 a (\Theta_{\max} + \Theta_r - s), \quad (18)$$

$$z_1 = [1 + \sqrt{\Theta_{\max}/v + a(\Theta_{\max} - s + \Theta_r)}]^{-1}. \quad (19)$$

$\Theta_0$	$\Theta_{\max*}$	$Fk_*$	$z_0$	$z_0+z_1$	$z_0/z_1$	$Fk_*$	
						(25)	(26)
0,642	0,765	4,722	0,425	0,897	0,9	—	—
1,328	0,604	6,340	0,353	0,795	0,8	—	—
2,085	0,463	8,576	0,285	0,693	0,7	6,79	6,02
2,957	0,340	11,792	0,222	0,591	0,6	10,03	9,43
4,024	0,236	16,718	0,163	0,490	0,5	15,01	14,63
5,449	0,151	25,050	0,114	0,390	0,4	23,44	23,36
7,605	0,085	41,546	0,067	0,291	0,3	40,07	40,41
11,621	$3,78 \cdot 10^{-2}$	84,74	0,032	0,192	0,2	83,44	84,59
23,129	$9,44 \cdot 10^{-3}$	298,11	$8,7 \cdot 10^{-3}$	$9,53 \cdot 10^{-3}$	0,1	297,01	300,49
45,776	$2,36 \cdot 10^{-3}$	1105	$2,25 \cdot 10^{-3}$	$4,74 \cdot 10^{-2}$	0,05	1104	1112

Вводя обозначения  $X = \sqrt{\Theta_{\max}/v}$ ,  $v = A_1 s / A_0$ ,  $a = A_2 / (s A_1)$ ,  $k = -(s A_1)^{-1}$ , сформулируем, используя (13), (19), итоговое уравнение теплового баланса

$$k Fk e^{vX^2} = [1 + X + a(vX^2 - s + \Theta_r)]^2. \quad (20)$$

Критические условия существования первого положительного корня  $X_*$  в уравнении (20) находятся из условия касания функций правой и левой частей

$$av^2 X_*^3 + vX_*^2 + vX_*(1 + a\Theta_r - sa - 2a) - 1 = 0, \quad (21)$$

$$k Fk_* = [2a + (vX_*)^{-1}]^2 \exp(-vX_*^2). \quad (22)$$

Константы  $a$ ,  $v$ ,  $s$  и  $k$ , входящие в (21), (22), могут быть определены из условий симметрии и предельных случаев.

Пусть  $\Theta_r = 0$ . Тогда, очевидно, должно быть  $z_0 = z_1 = 0,5$ ,  $z_2 = 0$ , и (17) дает  $X_{*0} = 1$  или  $\Theta_{\max 0} = v$ ; из (18) следует  $\Theta_{\max 0} = s$ . Окончательно  $s = v$ . Подставляя  $s = v$  и  $X_* = 1$  в (21), получим  $a = 1 - (2v)^{-1}$ . При этом

$$Fk_* = (2a + v^{-1})^2 e^{-v} k^{-1} = 3,52.$$

В другом пределе  $\Theta_r \rightarrow \infty$  уравнения (21), (22) дают  $X_* \rightarrow (va\Theta_r)^{-1}$  и  $Fk_*/\Theta_r \rightarrow a^2/k$ . Учитывая (11), находим отсюда, что  $k = 2a^2$ . Теперь нетрудно убедиться, что  $v$  должно удовлетворять уравнению  $2v = (1 - 0,754e^{-v/2})^{-1}$ . Значения коэффициентов:  $s = v = 0,944$ ,  $a = 0,470$ ,  $k = 0,442$ .

Теперь, считая в (21), (22)  $X_*$  параметром, нетрудно провести расчеты критических условий самовоспламенения. Количественные результаты сведены в таблицу. Полагалось, что  $Bi = \infty$  и, следовательно,  $\Theta_r = \Theta_0$ . Значения  $Fk_*(\Theta_0)$  при  $Bi = \infty$ , полученные расчетом исходной краевой задачи, можно найти в [4], где они представлены в виде графика в интервале  $0 \leq \Theta_0 \leq 6$ . Эти данные нанесены на рис. 2.

В [5] рассматривалась задача с граничными условиями, аналогичными принятым в данном пункте. Расчетный интервал в [5] составил  $8 \leq \Theta_0 \leq 18$  в широком диапазоне чисел Био<sup>2</sup>. Некоторые данные взяты с

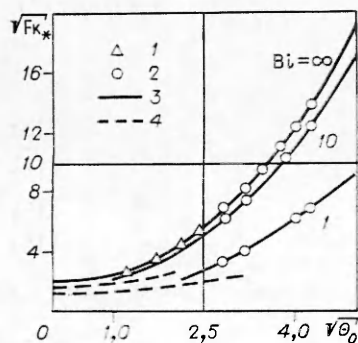


Рис. 2. Критические условия самовоспламенения. 1 — [4]; 2 — [5]; 3 — расчеты по (21), (22); 4 — (34).

<sup>2</sup> В [5] задача сведена к трансцендентному уравнению, составленному с использованием предположения, выполняющегося с хорошей точностью при больших  $\Theta_0$ . Приемлемый интервал изменения  $Bi$  таков, чтобы  $\Theta_r \gg 1$ .

графиков работы [5] и нанесены на рис. 2. Видно, что совпадение численных расчетов и приближенной теории хорошее.

Из таблицы следует, что ширина реакционной зоны  $z_0 + z_1$  уменьшается с ростом  $\Theta_0$ . Координата максимума температуры  $z_0$  и  $\Theta_{\max}$  уменьшаются с увеличением  $\Theta_0$ , т. е. (как и в асимптотике решения [1]) значение  $\Theta_{\max} = 0$  достигается на горячей стенке, которая при этом становится тепловым изолятором, а все тепло, выделяемое зоной, отводится через инертную область  $z_2$  к холодной стенке. Значения  $\Theta_{\max}(\Theta_0)$  и  $z_0(\Theta_0)$  также находятся в хорошем соответствии с расчетными данными из [5].

Если  $Bi \neq \infty$ , то связь  $\Theta_0$  и  $\Theta_r$ , согласно (16), (19), имеет следующий вид:

$$\Theta_0 = \Theta_r + \frac{1}{a Bi} [1 + \bar{X}_* + a(vX_*^2 - v + \Theta_r)]. \quad (23)$$

Зависимость  $Fk_*$  от  $\Theta_0$  при конечных  $Bi$  дана на рис. 2 в сравнении с численными результатами [5]. Построения, проделанные здесь, ограничены величинами  $\Theta_r > 0$ . Учитывая, что при  $\Theta_r = 0$   $X_* = 1$ , получим из (23), что для справедливости приведенных результатов необходимо условие  $\Theta_0 Bi \geq 4, 2$ .

Для  $\Theta_r \gg 1$ , что возможно, когда  $\Theta_0 \gg 1$ , получаются более простые формулы (эта область важна в теории зажигания тонких пластин [6]). Из (21) следует, что  $X_* \ll 1$ . Обозначив  $\omega = (vX_*)^{-1}$ , можно (21) записать в виде

$$\omega = a/v \cdot \omega^{-2} + 1/v \cdot \omega^{-1} + a\Theta_r + 1 - (2 + v)a$$

и построить итерационный процесс, принимая за начальное значение  $\omega_1 = a\Theta_r + 1 - (2 + v)a$ . Во втором приближении

$$\omega_2 = \omega_1 + (v\omega_1)^{-1} + 0(\omega_1^{-2}). \quad (24)$$

Разложение  $Fk_*(\omega)$  по  $\omega^{-1}$  дает

$$\begin{aligned} 2a^2 Fk_* &= \omega^2 + 4a\omega + (4a^2 - v^{-1}) + 0(\omega_1^{-1}) \approx \\ &\approx \omega_1^2 + 4a\omega_1 + (4a^2 - v^{-1}) + 0(\omega_1^{-1}) \end{aligned}$$

или

$$Fk_* = \frac{\Theta_r^2}{2} + \Theta_r \left( \frac{1 - av}{a} \right) + \frac{1 - 2av + a^2 v^2 + v^{-1} + 2va^2}{2a^2} + 0(\Theta_r^{-1}).$$

Подставляя численные значения  $a$  и  $v$ , получим

$$Fk_* = \frac{\Theta_r^2}{2} + 1,183\Theta_r + 2,152. \quad (25)$$

Расчеты по (25) дают неплохие результаты<sup>3</sup> при  $\Theta_r > 5$ . В [5] также предложена асимптотическая формула

$$Fk_* = \frac{\Theta_r^2}{2} + 1,386\Theta_r + 0,961. \quad (26)$$

Связь  $\Theta_0$  и  $\Theta_r$  при  $\Theta_0 \gg 1$  получаем из (23), используя (24):

$$\Theta_r = \Theta_0 \frac{Bi}{1 + Bi} - 1,183 \frac{1}{1 + Bi}. \quad (27)$$

Первое слагаемое (27) совпадает с законом теплообмена инертного вещества с теплопроводящей стенкой, второе представляет поправку, отражающую наличие тепловыделения вблизи  $\Theta = 0$ . Сравнение этой формулы с расчетами (21), (22) приводится на рис. 3.

<sup>3</sup> Формула (25) дает хорошие результаты при всех  $0 < \Theta_r < \infty$ , если вместо 2,152 использовать значение 3,52.

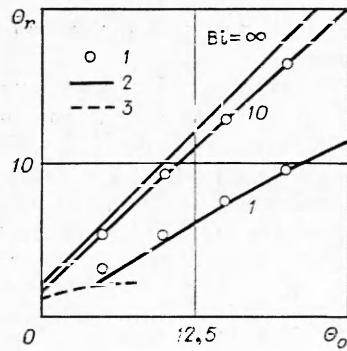


Рис. 3. Температура реакционного вещества у холодной стенки.  
1 — по (27); 2 — (21), (22); 3 — (33).

Отметим также асимптотики при  $\Theta_0 \gg 1$  для  $\Theta_{\max}$  и  $r_0$ , которые легко получить из соотношений (24) и (17), (19)

$$\Theta_{\max*} = z_{0*} = 4,79\Theta_r^{-2} + 0(\Theta_r^{-3}).$$

Чтобы учесть влияние  $Bi$ , используем (27). Тогда

$$\frac{\Theta_{\max*}}{\Theta_{\max*(\infty)}} = \frac{z_0}{z_{0(\infty)}} = \left(1 + \frac{1}{Bi}\right) [1 - 1,183(\Theta_0 Bi)^{-1}]^{-1}, \quad (28)$$

где  $\Theta_{\max*(\infty)}$  и  $z_{0(\infty)}$  отвечают значению  $Bi = \infty$ . Первый множитель в (28) совпадает с эмпирической формулой из [5], второй — поправка, несущественная при  $Bi\Theta_0 \gg 1$ .

Изложенный метод может служить источником приближенных формул для оценок критических условий самовоспламенения и в других ситуациях. Например, для достаточно малых  $\alpha_1$  (при  $\alpha_0 = \infty$ ,  $T_0 \gg T_1$ ) нужно исключить зону  $r_2$  (см. рис. 1, б).

Балансные уравнения

$$z_0 + z_1 = 1,$$

$$A_0 \frac{\Theta_{\max}}{z_0} = z_0 Fk e^{\Theta_{\max}}, \quad (29)$$

$$A_1 \frac{\Theta_{\max} - |\Theta_r|}{z_1} = z_1 Fk e^{\Theta_{\max}};$$

$$A_1 \frac{\Theta_{\max} - |\Theta_r|}{z_1} = Bi(|\Theta_r| + \Theta_0) \quad (30)$$

дают связь

$$z_0 = (1 - z_1) = \left[1 + \sqrt{\frac{A_1}{A_0} \left(1 - \frac{|\Theta_r|}{\Theta_{\max}}\right)}\right]^{-1}, \quad (31)$$

позволяющую сформулировать уравнение теплового баланса типа (20), в котором не содержатся неизвестные величины  $z_0$  и  $z_1$ . Это уравнение достаточно сложно для анализа, но основные соотношения для оценок  $Fk_*$  можно получить, положив  $\Theta_{\max*} = 1$ . Заметим, что в двух предельных случаях  $\Theta_r = 0$  и  $\Theta_r = \Theta_{\max} = 1, 2$  значения  $\Theta_{\max*}$  (судя по аналитическому решению [1]) должны быть одинаковы.

Согласно (29),

$$Fk_* = \frac{A_0}{ez_0^2} = \frac{A_0}{e} \left[1 + \sqrt{\frac{A_1}{A_0} (1 - |\Theta_r|)}\right]^2. \quad (32)$$

Требую, чтобы  $Fk_* = 0,88$  при  $|\Theta_r| = 1$  и  $Fk_* = 3,52$  при  $\Theta_r = 0$ , найдем  $A_0 = A_1 = 0,88e$ .

Пользуясь обозначением  $N_1 = Bi A_0^{-1} = 0,418 Bi$ , определим из (30), (31)

$$\Theta_r = 1 - \frac{1}{4(N_1 + 1)^2} \left[ \sqrt{1 + 4(\Theta_0 + 1)N_1(1 + N_1)} - 1 \right]^2 \quad (33)$$

и, подставив (33) в (32), получим

$$Fk_* = 0,88 \left[ 1 + \frac{\sqrt{1 + 4(\Theta_0 + 1)N_1(1 + N_1)} - 1}{2(1 + N_1)} \right]. \quad (34)$$

Применимость (33), (34) ограничена пределами  $0 \leq |\Theta_r| < 1$ , что означает  $Bi\Theta_0 \leq 4,8$ . Значения  $Fk_*(Bi)$  при  $\Theta_0 = 0$  из (34) совпадают с (10).

Кривая  $\Theta_r(\Theta_0)$  при  $Bi = 1$  построена на рис. 3, а графики  $Fk_*(\Theta_0)$  при  $Bi = 1$  и 10 приводятся на рис. 2. Они неплохо сопрягаются с кривыми, построенными с помощью (21), (22) для больших  $\Theta_0$ .

### Приложение

Покажем справедливость формулы (8), которую с помощью обозначений  $N_i = \alpha_i r / (0,88e\lambda)$ ,  $N = \alpha r / (0,88e\lambda)$ ,  $z_1 = r_1/r$  и (5) запишем в виде

$$(N_1^{-1} + z_1)^{-1} + (N_2^{-1} + 1 - z_1)^{-1} = (1 - N^{-1})^{-1}. \quad (I)$$

Равенства (6), (7) после исключения множителей, зависящих от  $T_0$ , образуют систему

$$r_1^2 + 0,88e\lambda r_1 / \alpha_1 = r_0^2 + 0,88e\lambda r_0 / \alpha_0 = r^2 + 0,88e\lambda r / \alpha.$$

Объединяя части равенства с  $r_1$  и  $r_2$ , получим

$$1 + \frac{1}{z_1 N_1} = \frac{1}{z_1^2} \left( 1 + \frac{1}{N} \right), \quad (II)$$

а рассматривая части с  $r_1$  и  $r_2$  —

$$\frac{1}{z_1} = \frac{1 + N_1^{-1}}{1 + N_0^{-1}}. \quad (III)$$

Справедливость (I) будет доказана, если, например, в результате исключения  $N_0$  из (I) и (III) получим соотношение (II).

Подставив  $(1 + N_0^{-1}) = \frac{z_1}{1 - z_1} (1 + N_1^{-1})$  из (III) в (I), получим

$$(N_1^{-1} + z_1)^{-1} + \left[ \frac{z_1}{1 - z_1} (z_1 + N_1^{-1}) \right]^{-1} = (1 + N^{-1})^{-1},$$

что равносильно (II).

Для вывода (9) воспользуемся тем, что из (II) имеем равенства

$$z_1 = \left( 1 + \frac{1 + N_1^{-1}}{1 + N_0^{-1}} \right)^{-1}, \quad 1 - z_1 = \left( 1 + \frac{1 + N_0^{-1}}{1 + N_1^{-1}} \right),$$

с помощью которых из (I) нетрудно получить (9).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
2. В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1958, 120, 1271.
3. А. К. Колесников. ФГВ, 1984, 20, 2, 91.
4. А. К. Колесников. ФГВ, 1984, 20, 3, 64.
5. Р. Н. Thomas, Р. С. Bowes. Trans. Far. Soc., 1961, 57, 11, 2007.
6. В. Н. Виллюнов. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.

Поступила в редакцию 3/VI 1985  
после доработки — 15/X 1985

### ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ВОДНО-ТОПЛИВНЫХ ЭМУЛЬСИЙ

В. Н. Простов, А. В. Яковлев, В. А. Гладких  
(Москва)

В связи с поиском альтернативных моторных топлив и путей повышения экономичности дизельных двигателей расширяются работы по использованию водно-топливных эмульсий (ВТЭ) [1, 2]. Результаты многих исследований в этой области весьма разнообразны и не всегда