

**ФОРМИРОВАНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ
ПЕРЕСЖАТЫХ ГАЗОДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН
В КОНИЧЕСКИ СУЖАЮЩИХСЯ КАНАЛАХ***С. А. Ждан, Е. С. Прохоров**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск*

Сформулирована и численно решена двумерная нестационарная задача о формировании и распространении пересжатой детонационной волны при переходе детонации из широкой круглой трубы в узкую через конически сужающийся патрубок. Впервые показано, что в узкой части трубы степень пересжатия детонационной волны изменяется в виде периодических пульсаций с затухающей амплитудой. Установлено влияние градиентов параметров за фронтом детонационной волны на границу перехода от регулярного к нерегулярному (маховскому) отражению волны Чепмена — Жуге от стенки патрубка.

Известно [1], что при распространении детонации в пересжатом режиме нестационарная волна разрежения, примыкающая к зоне реакции, ослабляет детонационную волну (ДВ) до режима Чепмена — Жуге. Поэтому длительное существование пересжатых ДВ возможно при наличии поршня, движущегося сзади и сжимающего продукты детонации (ПД). В [2] предложено формировать пересжатые ДВ в газах за счет изменения поперечного сечения детонационной трубы, когда сжатые при отражении ПД, затекая из широкой части трубы в узкую, сами действуют как поршень на ДВ. Однако в экспериментах в круглой трубе с резким сужением поперечного сечения не было зафиксировано увеличения скорости фронта ДВ в узкой части трубы. Пересжатые ДВ удалось получить в круглых трубах с конически сужающимися патрубками и в плоских каналах с симметрично расположенными клиньями [3–5]. В этих экспериментах усиление (пересжатие) детонации происходило за счет отражения падающей ДВ от стенок трубы и столкновения отраженных волн или маховских трехволновых конфигураций на оси канала. В результате возникала сложная неоднородная картина течения.

Механизм формирования пересжатых ДВ во многом напоминает усиление ударной волны (УВ) при ее движении в канале переменного сечения [6]. При нерегулярном отражении волны Чепмена — Жуге от стенки одна из волн маховской конфигурации (маховская ножка) уже является пересжатой ДВ. Экспериментальные данные по отражению ДВ от клина в плоских каналах приведены в [7–11].

Расчеты детонации в сужающихся каналах по приближенной теории Уитема выполнены в [12–15]. Ограниченность такого описания состоит в том, что приближенная теория не предсказывает регулярного отражения ДВ от стенки, не учитывает влияние течения ПД на скорость детонационного фронта, заранее предполагает прямолинейность фронта ДВ у стенки. Численные исследования влияния геометрии сужающегося канала на характер нестационарного равновесного течения за пересжатой ДВ в рамках квазиодномерного приближения выполнены в [16]. Учитывая неоднородность реального процесса, в [17] определены границы применимости такого приближения.

В данной работе рассмотрена двумерная нестационарная задача о формировании и распространении пересжатой ДВ в реагирующем газе при переходе детонации из широкой круглой трубы в узкую через конически сужающийся патрубок. Исследовано влияние градиентов параметров ПД за фронтом падающей волны Чепмена — Жуге на динамику детонационного процесса.

В дальнейшем используются следующие обозначения: p, ρ, T, μ, U — давление, плотность, температура, молярная масса, полная внутренняя энергия (с учетом потенциальной химической энергии) соответственно; R — универсальная газовая постоянная; x и r — осевая и радиальная координаты; t — время; D — скорость фронта ДВ; $\alpha = D/D_{CJ}$ — степень пересжатия; индексы: 0 — параметры в начальном состоянии, CJ — в точке Чепмена — Жуге.

Постановка задачи

Рассмотрим закрытую с одного конца конически сужающуюся круглую трубу, заполненную газовой реагирующей смесью с начальными параметрами $p_0, \rho_0, T_0, \mu_0, U_0$. Направим ось координат x вдоль оси трубы, а начало отсчета совместим с закрытым торцом. Труба до расстояния L_0 имеет диаметр d_0 , а с расстояния L_1 — диаметр d_1 ($d_0 > d_1$). Переход из широкой части трубы в узкую осуществляется с помощью сужающегося патрубка в виде усеченного конуса с углом полураствора φ ($\operatorname{tg} \varphi = 0,5(d_0 - d_1)/\Delta L$, $\Delta L = L_1 - L_0$ — длина конуса).

Полагая ширину зоны реакции ДВ много меньше линейных размеров трубы и пренебрегая ею, будем рассматривать ДВ как скачок уплотнения с мгновенной химической реакцией за фронтом [1].

Пусть при инициировании детонации в момент времени $t = 0$ у закрытого конца трубы формируется волна Чепмена — Жуге, распространяющаяся по смеси с постоянной скоростью D_{CJ} . Поведение реагирующей среды за фронтом ДВ будем описывать системой нестационарных уравнений газовой динамики [18] в осесимметричной постановке

$$\begin{aligned} \rho_t + (\rho u)_x + (\rho v)_r &= -\rho v/r, \\ (\rho u)_t + (p + \rho u^2)_x + (\rho uv)_r &= -\rho uv/r, \\ (\rho v)_t + (\rho uv)_x + (p + \rho v^2)_r &= -\rho v^2/r, \\ e_t + [(e + p)u]_x + [(e + p)v]_r &= -(e + p)v/r, \\ e &= \rho(U + q^2/2), \quad q^2 = |\mathbf{q}|^2 = u^2 + v^2, \\ p &= \rho RT/\mu, \quad U = U(\mu, T), \quad f(\mu, T, \rho) = \text{const}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{q} — вектор скорости; u, v — его проекции на оси x и r соответственно.

Для описания равновесных состояний ПД воспользуемся приближенной моделью [19], базирующейся на двух соотношениях: выражении для полной внутренней энергии $U = U(\mu, T)$, характеризующем химический состав ПД; и уравнении для сдвига химического равновесия $f(\mu, T, \rho) = \text{const}$, связывающем между собой μ, T и плотность ρ ПД.

Граничные условия:

на стенке трубы и на оси симметрии (условие непротекания газа)

$$q_n = 0; \quad (2)$$

на фронте ДВ (условия на сильном разрыве) [18]

$$[\rho]D - [\rho q_n] = 0, \quad [\rho q_n]D - [p + \rho q_n^2] = 0, \quad (3)$$

$$[e]D - [(e+p)q_n] = 0, \quad [q_\tau] = 0.$$

Здесь $q_n = (\mathbf{q}, \mathbf{n})$ — нормальная компонента, а $q_\tau = \mathbf{q} - q_n \mathbf{n}$ — касательная компонента вектора скорости по отношению к границе, \mathbf{n} — единичный вектор, перпендикулярный к граничной поверхности, D — скорость движения фронта ДВ в направлении \mathbf{n} . Квадратными скобками обозначена разность значений стоящей внутри скобок величины по обе стороны фронта ДВ.

Пока волна Чепмена — Жуге не достигнет области конического сужения, течение ПД за фронтом одномерное ($v = 0$). Поэтому начальное распределение параметров ПД на участке трубы $0 < x < L_0$ можно задать в виде плоской автоматической ДВ [20].

Задача (1)–(3) при следующем обезразмеривании переменных $\bar{x} = x/d_0$, $\bar{r} = r/d_0$, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$, $\bar{p} = p/p_0$, $\bar{T} = T/T_0$, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$, $\bar{U} = U/u_0^2$, $\bar{u} = u/u_0$, $\bar{v} = v/u_0$, $\bar{D} = D/u_0$, $\bar{\tau} = \tau u_0/d_0$ ($u_0 = \sqrt{p_0/\rho_0}$) зависит для конкретной реагирующей газовой смеси от отношения диаметров d_0/d_1 , угла полураствора конуса φ и безразмерной длины широкой части трубы $\bar{L}_0 = L_0/d_0$. Вместо последнего параметра удобно ввести угол $\theta = \arctg(\bar{L}_0)$. Варьирование θ означает изменение градиентов параметров в ПД перед входом ДВ в сужающуюся часть канала. Нулевым градиентам соответствует $\bar{L}_0 = \infty$ ($\theta = 0$) при стремлении градиентов к бесконечности $\bar{L}_0 \rightarrow 0$ ($\theta \rightarrow 90^\circ$).

Метод численного решения

Задача (1)–(3) относится к классу нестационарных осесимметричных задач реагирующей газовой динамики и решается методом конечных разностей в подвижных сетках в области переменных x, r с криволинейными границами: нижняя — ось симметрии; левая — закрытый конец трубы; верхняя — боковая стенка трубы; правая — фронт ДВ. Счетная область двумя семействами линий разрезалась на четырехугольные ячейки. Одно семейство линий представляет жесткую систему неподвижных лучей с координатами $r_k = kr_w(x)/N$ ($k = 0, \dots, N$), где N — общее число ячеек сетки вдоль оси r , $r_w(x)$ — текущая координата боковой стенки сужающегося канала. Подвижность сетки обеспечивалась вторым семейством линий благодаря движению узловых точек вдоль линий первого семейства. Движение сетки определялось движением фронта ДВ, т. е. законом движения правой границы счетной области. Число узлов сетки и их распределение вдоль оси x задавали таким образом, чтобы поперечные и продольные размеры ячейки были примерно равны. В указанной счетной области задача первоначально решалась методом Годунова [18] первого порядка точности, затем методом второго порядка точности Годунова — Колгана [21]. Явное выделение фронта ДВ позволяло рассчитывать скорость фронта $D = D(x, r)$ по всему сечению канала и определять локальную степень пересечения $\alpha(x, r) = D/D_{CJ}$.

Исследования динамики формирования и распространения пересеченных ДВ в конически сужающихся каналах выполнены на примере стехиометрической ацетиленокислородной смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$ ($D_{CJ} = 2424$ м/с [22]). Для оценки качества получаемых численных решений и их точности предварительно при $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 9,5^\circ$ ($L_0 \simeq 6,25$), $d_0/d_1 = 4$ были проведены тестовые расчеты на последовательности сеток. Варьировалось количество точек сетки поперек канала N . На рис. 1 сплошными линиями представлены зависимости степени пересечения α на оси узкой трубы от безразмерного расстояния $\lambda = (x - L_1)/d_0$ для ряда значений $N = 5$ (3), 10 (2), 20 (1). Не анализируя немонотонный характер поведения α (см.

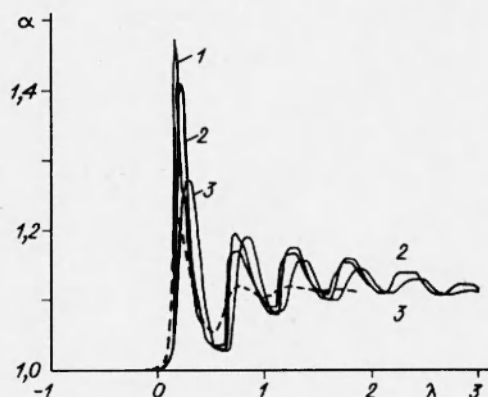


Рис. 1.

ниже), видим, что с уменьшением размеров ячеек сетки точность расчета увеличивается и при $N = 20$ ее уже можно считать приемлемой. Для сравнения на рис. 1 штриховой линией приведена степень пересжатия α , рассчитанная при $N = 20$ по методу Годунова. Видно, что схема Годунова даже при $N = 20$ сильно гасит амплитуду пульсаций α , в то время как схема Колгана уже при $N = 5$ дает лучший количественный результат. Проверка численного алгоритма двумерной нестационарной задачи о динамике пересжатой ДВ в сужающемся канале на последовательности сеток позволяет говорить о сходимости получаемых численных решений. Их точность также контролировалась по величине дисбаланса в интегральных законах сохранения.

Результаты расчетов

Рассмотрим динамику отражения ДВ от стенки конически сужающегося канала при $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 9,5^\circ$, $d_0/d_1 = 4$. На рис. 2 представлены изобары p в области решения за фронтом ДВ для трех последовательных моментов времени, когда ДВ прошла расстояние от начала конического сужения: $0,5\Delta\bar{L}$ (а), $\Delta\bar{L}$ (б) и $1,5\Delta\bar{L}$ ($\Delta\bar{L} = \Delta L/d_0$) (в). При отражении газового потока от боковой стенки за фронтом ДВ формируется отраженная УВ, сходящаяся к оси канала. Причем вблизи стенки наблюдается искривление детонационного фронта, а ДВ распространяется в пересжатом режиме. Количественное изменение степени пересжатия ДВ у стенки приведено на рис. 3 (кривая 1). К моменту выхода ДВ в узкую часть канала (см. рис. 2,б) отраженная УВ еще не достигла оси канала. Далее при столкновении отраженных волн на оси формируется косая УВ, догоняющая со временем передний детонационный фронт. Их слияние (первый максимум $\alpha_{\max} \approx 1,47$ на рис. 3, кривая 2) происходит в узкой части канала на расстоянии $\approx 0,6d_1$ от конца конического сужения. На рис. 2,в видна отраженная от оси канала УВ, причем к этому моменту она перекрывает все сечение входа в узкую трубу. Детонационный фронт незначительно искривлен, а различие координат x точек фронта у стенки и оси трубы не превышает $0,02d_0$.

Явное выделение фронта ДВ в расчетах позволило достаточно точно определять его конфигурацию и скорость по всему сечению трубы. Сложная неоднородная ударно-волновая картина течения ПД в конусе существенным образом влияет на параметры фронта ДВ в узкой трубе. Динамика скорости фронта ДВ у стенки (кривая 1) и у оси трубы (кривая 2)

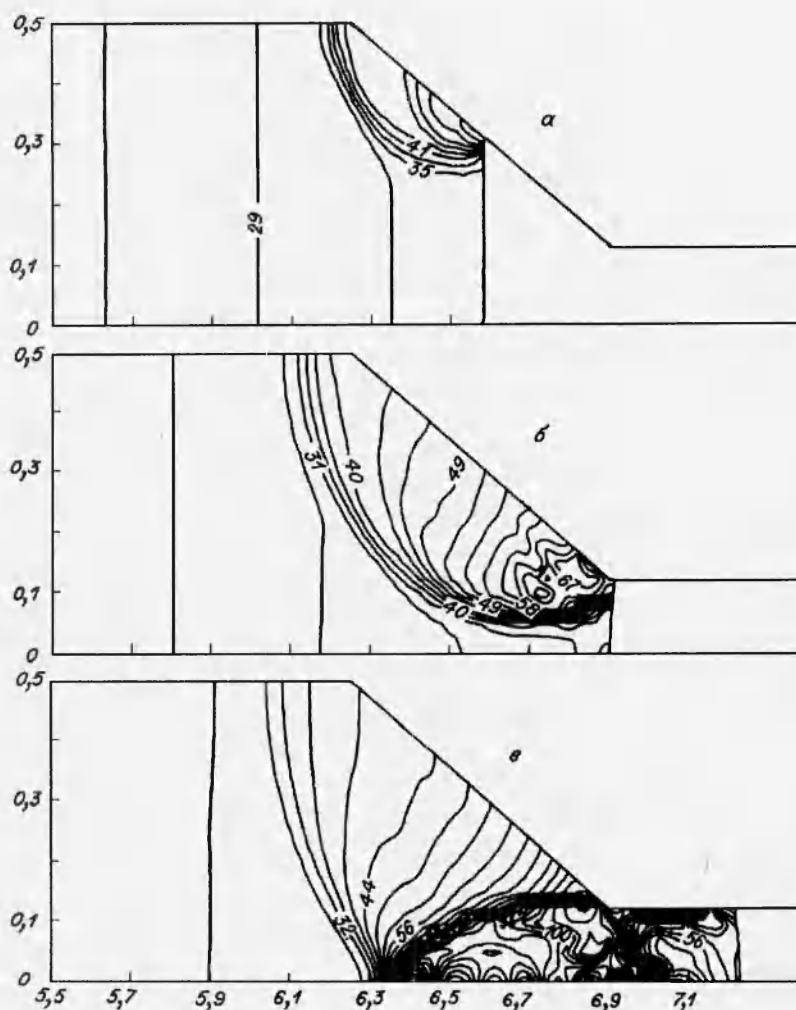


Рис. 2.

представлена на рис. 3. Видно, что в узкой трубе степень пересжатия $\alpha(x, r)$ со временем изменяется немонотонно по пространственным переменным x, r , совершая периодические $\approx 2d_1$ колебания с затухающей амплитудой. Причем колебания $\alpha(x, 0)$ и $\alpha(x, d_1)$ происходят в противофазе. Причина такого поведения степени пересжатия связана с периодическим отражением косой УВ от стенки и оси узкой трубы. На расстоянии $\approx 3d_0$ отличие скоростей точек фронта у стенки и оси не превышает 1 %, т. е. с этого момента можно (с указанной точностью) снова считать фронт ДВ плоским.

В работе [23] проводилось математическое моделирование пересжатия ДВ в сужающемся канале по уравнениям (1) в квазиодномерной постановке, когда рассматривалась только одна ячейка сетки вдоль оси r . Для сравнения на рис. 3 приведены результаты такого моделирования (штриховая линия). Видно, что постановка [23], в принципе, не может описать реальную пульсирующую и существенно двумерную структуру газодинамического течения за фронтом ДВ в сужающемся канале.

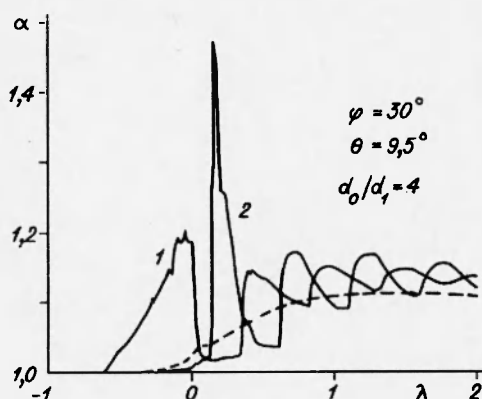


Рис. 3.

С целью определения качественных и количественных изменений структуры течения ПД в расчетах проводилось варьирование всех независимых параметров задачи φ , θ , d_0/d_1 . При анализе расчетных данных полагали, что участок детонационного фронта пересжат, если локальная $\alpha > 1,01$. Этот критерий был использован для характеристики ДВ в узкой трубе (является ДВ пересжатой или нет), а также для определения высоты маховской ножки при нерегулярном отражении волны Чепмена — Жуге от стенки конуса. Если высота маховской ножки не превышала $d_1/40$ (минимального поперечного размера ячейки разностной сетки), то такую ситуацию характеризовали как критическую перед переходом от нерегулярного отражения к регулярному.

Предварительно при $d_0/d_1 = 4$ был рассмотрен идеальный случай, когда градиенты параметров ПД за фронтом волны Чепмена — Жуге, приходящей к коническому сужению, равны нулю, т. е. $\theta = 0$. Анализ результатов расчетов, в которых варьировался угол φ , позволил выделить три области качественного изменения структуры газодинамического течения: а) $\varphi > 59^\circ$ — регулярное отражение ДВ от стенки конуса, пересжатие в узкой трубе отсутствует; б) $42^\circ < \varphi \leq 59^\circ$ — регулярное отражение ДВ от стенки конуса, появление пересжатия в узкой трубе ($\alpha_{\max} > 1,01$), величина которого монотонно растет с уменьшением угла φ ; в) $\varphi \leq 42^\circ$ — нерегулярное отражение ДВ от стенки конуса, есть пересжатие в узкой части канала. Таким образом, получено два критических угла: $\varphi_1 = 59^\circ$ — угол конуса, при котором начинается пересжатие ДВ в узкой трубе; $\varphi_2 = 42^\circ$ — угол, при котором в конусе происходит переход от регулярного к нерегулярному отражению волны Чепмена — Жуге.

Рассмотрим физически реализуемые значения θ . Варьирование в расчетах параметра θ показало, что при $\theta > 0$ также существуют три области качественного изменения структуры газодинамического течения в зависимости от φ . Причем, с ростом угла θ величины критических углов φ_1 и φ_2 уменьшаются:

θ , град	0	22	39	73
φ_1 , град	59	54	51	45
φ_2 , град	42	38	37	36

При $\theta = 90^\circ$ существуют предельные значения φ_1 и φ_2 , которые для смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$ равны 43 и 36° соответственно (экстраполяция расчетных данных).

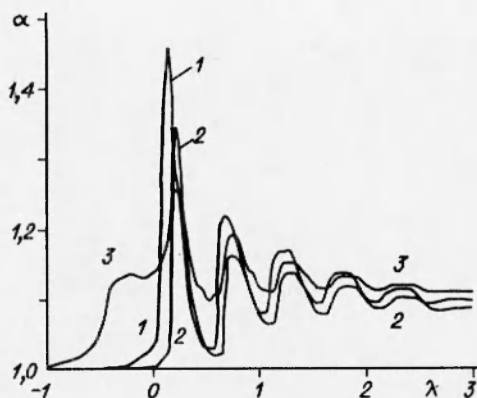


Рис. 4.

Определим диапазон углов φ , для которых степень пересжатия в первом максимуме (α_{\max}) в узкой трубе достигает наибольших значений. Некоторые результаты расчетов ($\theta = 22^\circ$; $d_0/d_1 = 4$) динамики поведения α на оси канала представлены на рис. 4 (φ , град: 1 — 20, 2 — 30, 3 — 10). Видно, что при $\varphi = 30$ и 10° α_{\max} меньше, чем для $\varphi = 20^\circ$ (при $\varphi = 25^\circ$ $\alpha_{\max} = 1,5$). Качественное отличие в поведении кривой 3 относительно кривых 1, 2 на рис. 4 в области $\lambda < 0$ обусловлено тем, что при $\varphi < \varphi_3 \approx 17^\circ$ (независимо от θ) внутри конуса перед входом в узкую трубу маховая ножка перекрывает все сечение канала. Расчеты показали незначительное влияние параметра d_0/d_1 на критические углы. Так, при увеличении (уменьшении) d_0/d_1 в 2 раза относительно базового ($d_0/d_1 = 4$) значения критических углов φ_1 и φ_2 возрастают (убывают) примерно на 2° .

Обсуждение результатов

В реагирующих газовых смесях характерная ширина зоны реакции ДВ порядка величины ячейки детонации a_{CJ} [24]. Следует ожидать, что результаты двумерных расчетов пересжатой ДВ с мгновенной химической

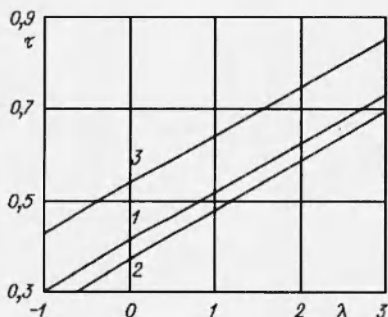


Рис. 5.

реакцией за фронтом должны лучше соответствовать экспериментам, в которых a_{CJ} много меньше характерных размеров трубы. При $a_{CJ} \ll d_1$ в экспериментах реализуется так называемый регулярный (квазирегулярный) режим формирования пересжатой ДВ в узкой трубе [4, 5], когда основной вклад в усиление ДВ вносят не маховские ножки, а косые УВ. Для таких режимов степень пересжатия, измеренная (с точностью $\approx 2\%$) по фоторазверткам самосвечения детонационного фронта через щель, параллельную оси трубы, не превышала 1,2. На фоторегистрограммах продольных пульсаций скорости ДВ не обнаружено. Результаты численного решения двумерной задачи о динамике поведения α позволяют проанализировать, что же в действительности измерялось в экспериментах. На рис. 5 приведены пространственно-временные (λ, τ) диаграммы перемещения точек фронта ДВ у стенки и оси

трубы для параметров задачи и обозначений, соответствующих рис. 4. В указанном масштабе эти плавно изменяющиеся траектории графически сливаются, т. е. «шероховатость» кривых находится в пределах точности измерения скорости ДВ в экспериментах. Рис. 5 ясно демонстрирует, почему на фоторегистраграммах [4, 5] не видно: во-первых, скачкообразного увеличения (α_{\max}) и последующих пульсаций скорости фронта ДВ вдоль оси трубы; во-вторых, изменения в противофазе скоростей движения точек детонационного фронта у стенки и на оси трубы. Средние значения степени пересжатия α фронта ДВ у оси (в скобках — значения у стенки) узкой трубы для различных углов φ приведены в таблице. Усреднение α ; проводилось на базе одного периода пульсаций ($2d_1$) скорости детонации (i — номер пульсации). Заметим, что результаты квазиодномерного расчета [16] затухания пересжатой ДВ в узкой трубе для углов $\varphi < 20^\circ$ удовлетворительно (с точностью не хуже 3% по α) коррелируют с усредненными данными таблицы.

φ , град	i					
	1	2	3	4	5	6
5	1,158	1,136	1,131	1,122	1,117	1,114
	(1,142)	(1,137)	(1,131)	(1,123)	(1,117)	(1,114)
10	1,174	1,143	1,133	1,124	1,117	1,109
	(1,150)	(1,143)	(1,135)	(1,126)	(1,118)	(1,110)
20	1,181	1,132	1,133	1,119	1,108	1,096
	(1,104)	(1,138)	(1,133)	(1,119)	(1,109)	(1,098)
30	1,113	1,090	1,106	1,101	1,096	1,085
	(1,059)	(1,103)	(1,107)	(1,103)	(1,098)	(1,087)

Рассчитанные при различных θ значения критического угла φ_1 , при котором нет пересжатия в узкой части круглой трубы, не превышают 60° . Этот факт объясняет почему в экспериментах [2] при $\varphi = 90^\circ$ ($\varphi > \varphi_1$) не было увеличения скорости детонации в узкой трубе. Более детальных измерений φ_1 в круглых трубах ранее не проводилось. Из анализа экспериментальных данных [3] следует, что критический угол $\varphi_1 < 90^\circ$ существует и для плоских каналов. Расчет [3] по трехударной теории с использованием косых равновесных детонационных поляр дает критический угол $\varphi_2 = 34^\circ$. Двумерные расчеты пересжатой ДВ в конически сужающемся канале с нулевыми градиентами параметров в ПД ($\theta = 0$) дают $\varphi_2 = 42^\circ$. Между экспериментально измеренным критическим углом $\varphi_2 = 45 \pm 1^\circ$ [4] при $\theta = 6^\circ$ и $d_0/d_1 = 4$ и определенным при этих же θ и d_0/d_1 из двумерных расчетов $\varphi_2 \approx 41^\circ$ наблюдается лучшее соответствие, чем в расчете [3]. Дело в том, что трехударная теория предполагает прямолинейность маховской ножки вплоть до стенки. Анализ двумерных расчетов показал, что маховская ножка плавно искривляется, сопрягаясь с прямолинейным фронтом падающей волны Чепмена — Жуге.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. Теория детонации. М.: Гостехиздат, 1955.
2. Айвазов Б. В, Зельдович Я. Б. Образование пересжатой детонационной волны в сужающейся трубке // ЖЭТФ. 1947. Т. 17, вып.10. С. 889–900.

3. **Гавриленко Т. П., Николаев Ю. А., Топчийн М. Е.** Исследование пересжатых детонационных волн // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 5. С. 119–123.
4. **Гавриленко Т. П., Прохоров Е. С.** Пересжатая детонационная волна в газе // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 6. С. 121–125.
5. **Гавриленко Т. П., Григорьев В. В., Троцюк А. В., Ульяницкий В. Ю.** Разгон частиц пересжатой детонационной волной // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 6. С. 104–109.
6. **Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г.** Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977.
7. **Гвоздева Л. Г.** Отражение детонационных волн в газах // Физическая газодинамика и свойства газов при высоких температурах. М.: Наука, 1964. С. 157–174.
8. **Гвоздева Л. Г., Предводителева О. А.** Исследование тройных конфигураций детонационных волн в газах // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 4. С. 451–461.
9. **Gavrilenko T. P., Prokhorov E. S.** Overdriven gaseous detonation // Shock Waves, Explosions, and Detonations / Ed. by J. R. Bowen, et al. N. Y., 1983. (Progress in Astronautics and Aeronautics; 87.) P. 244–250.
10. **Edwards D. H., Walker J. R., Nettleton M. A.** On the propagation of detonation waves along wedges // Arch. combus. 1984. V. 4, N 3. P. 197–209.
11. **Meltzer J., Shepherd J. E., Akbar R., Sabet A.** Mach reflection of detonation waves // Dynamic Aspects of Detonations / Ed. by A. L. Kuhl, et al. Washington, 1993. (Progress in Astronautics and Aeronautics; 153.) P. 79–94.
12. **Teipel I.** Detonation waves in pipes with variable cross-section // Acta Mech. 1983. V. 47. P. 185–191.
13. **Bartlmä F.** The propagation of detonation waves in channels of varying cross-section // J. Fluid Mech. 1990. V. 218. P. 225–238.
14. **Нетлетон М.** Детонация в газах. М.: Мир, 1989.
15. **Akbar R., Schwendeman D. W., Shepherd J. E., et al.** Wave shaping channels for detonation // 19th Int. Symp. on Shock Waves: Book of abstr. Marseille, 1993. P. 437.
16. **Ждан С. А., Прохоров Е. С.** Квазиодномерный расчет детонации в канале переменного сечения // Физика горения и взрыва. 1984. Т. 20, № 5. С. 96–100.
17. **Прохоров Е. С.** К расчету распространения детонационных волн в сужающемся канале // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1988. Вып. 88. С. 109–115.
18. **Численное решение многомерных задач газовой динамики** / Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
19. **Николаев Ю. А., Зак Д. В.** Согласование моделей химических реакций со вторым началом термодинамики // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 4. С. 87–90.
20. **Станюкович К. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гостехиздат, 1955.
21. **Колган В. П.** Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.
22. **Николаев Ю. А., Топчийн М. Е.** Расчет равновесных течений в детонационных волнах в газах // Физика горения и взрыва. 1977. Т. 13, N 3. С. 393–404.
23. **Стронгин М. П.** Математическое моделирование потоков в высокотемпературных технологиях. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1989.
24. **Митрофанов В. В., Субботин В. А.** О механизме детонационного сгорания в газах // Горение и взрыв: Материалы 4 Всесоюз. симпоз., 23–27 сент. 1974. М.: Наука, 1977. С. 447–453.

Поступила в редакцию 23/XII 1994 г.