

Критические условия ГТВ и полного фазового превращения удобно представить в терминах параметров:

$$\bar{\xi}_* = \xi_* (1 + \text{Bi}^{-1})^{-1}, \quad \bar{\delta} = \delta (1 + \text{Bi}^{-1})^2.$$

Относительно $\bar{\xi}_*$, $\bar{\delta}$ соотношения (5.2) принимают вид (2.3), (2.4) и все дальнейшие расчеты п. 2 критических значений δ_1 , δ_2 , δ_3 и экстремальных точек ξ_{\min} , ξ_{\max} (см. (2.6)—(2.12)) остаются в силе и для соответствующих величин, т. е. для граничного условия третьего рода на неподвижной пластине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Столин А. М., Малкин А. Я., Мержанов А. Г. Неизотермические процессы и методы исследования в химии и механике полимеров.— Успехи химии, 1979, т. 48, № 8.
2. Агапкин В. М., Кривошеин Б. А., Юфин В. А. Тепловой и гидравлический расчеты трубопроводов для нефти и нефтепродуктов. М.: Недра, 1981.
3. Шибяев В. П., Куличихин В. Г. и др. Особенности реологических свойств термотропных жидкокристаллических полимеров.— ДАН СССР, 1982, т. 263, № 1.
4. Федотов С. А. О подъеме основных магм в земной коре и механизме трещинных базальтовых извержений.— Изв. АН СССР. Сер. геол., 1976, № 10.
5. Титов В. В., Федотов С. А. Математическое моделирование подъема вязкой магмы по вертикальной дайке. Препринт ИЭА АН СССР 3470116. М., 1981.
6. Амосов А. П. Фрикционный разогрев и образование пластической и жидкой прослоек в зоне скользящего контакта твердых тел.— ДАН СССР, 1982, т. 262, № 2.
7. Амосов А. П. Разогрев и воспламенение твердых реакционноспособных систем при высокоскоростном трении, сопровождающемся образованием пластической и жидкой прослоек.— ХФ, 1982, № 10.
8. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
9. Мержанов А. Г., Посецельский А. П. и др. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва.— ДАН СССР, 1973, т. 210, № 1.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
11. Столин А. М., Бостанджиян С. А., Плотникова Н. В. Критические условия гидродинамического теплового взрыва при течении степенной жидкости.— В кн.: Теплообмен-V. Минск, 1976.
12. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1965, № 5.
13. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом «взрыве».— ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
14. Худяев С. И., Столин А. М., Маклаков С. В. Тепловой взрыв в условиях фазового превращения.— ФГВ, 1983, № 5.
15. Мержанов А. Г., Радучев В. А., Руманов Э. Н. Тепловые волны плавления и кристаллизации диэлектрика.— ДАН СССР, 1980, т. 253, № 2.

Поступила 9/VI 1983 г.

УДК 536.25

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В СФЕРИЧЕСКИХ СЛОЯХ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Г. Б. Петражицкий, Н. М. Станкевич

(Горький)

Сферические жидкостные и газовые прослойки часто встречаются в системах, нуждающихся в отводе тепла, чем и обусловлено довольно интенсивное и всестороннее изучение характера теплообмена в них. В частности, выполнен ряд экспериментальных работ [1—3], в которых в качестве рабочих сред рассмотрены вода, воздух и кремнийорганические жидкости ($0,7 \leq \text{Pr} \leq 4148$). Получены общие характеристики теплообмена, профили температуры для различных отношений диаметров сфер, проведена классификация режимов течения. Аналитическое решение задачи при низких числах Рэлея дано в [4]. Для одной группы параметров ($r_2/r_1 = 2$, $\text{Gr} = 10^3$, $\text{Pr} = 0,7$) приведено распределение локальных потоков тепла на границах области. Описание метода и результаты численного исследования естественной конвекции в сферических газовых слоях представлены в [5]. Исследование проводилось на основе полной системы дифференциальных уравнений, записанной в переменных V' , p' , ρ' , T' и учиты-

вающей сжимаемость, диссипативные процессы, зависимость физических свойств газа от температуры. Сравнение экспериментальных и численных результатов показало их хорошее качественное совпадение. Однако из-за сложности математической модели и определенных трудностей, вносимых сферической формой, расчет одного варианта задачи требует значительных затрат машинного времени. Поэтому основное внимание в [5] уделялось определению влияния на конвективный процесс безразмерных параметров, характерных для сжимаемой среды.

В данной работе исследуется влияние числа Прандтля и геометрии области на развитие течения и теплоперенос в сферических прослойках, заполненных жидкостью или газом. Для сокращения времени счета численная модель строится на основе системы уравнений несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска.

Рассматривается течение и перенос тепла в слое с непроницаемыми границами, образованном двумя концентрическими сферами, на внешней ($R' = R_2'$) и внутренней ($R' = R_1'$) поверхностях которых поддерживаются постоянные температуры T_2' и T_1' соответственно.

В векторной форме система уравнений, описывающих нестационарную конвекцию, имеет вид

$$(1) \quad \frac{D\mathbf{V}'}{Dt} = -\frac{1}{\rho'} \text{grad } \mathbf{p}' + \nu \nabla^2 \mathbf{V}' + g' \beta' (T' - T_1');$$

$$(2) \quad \rho' c_p' \frac{DT'}{Dt} = \lambda' \nabla^2 T';$$

$$(3) \quad \text{div } \mathbf{V}' = 0,$$

где \mathbf{p}' — отклонение давления от статистического $\mathbf{p}_1' = \mathbf{p}'(T_1')$; $(T' - T_1')$ — разность между местной и некоторой характерной температурой; остальные обозначения общеприняты.

Экспериментальные исследования показали [1—3], что конвективный поток остается осесимметричным и ламинарным до чисел Грасгофа, не превышающих 10^7 . Осью симметрии является вертикальная ось, проходящая через центр концентрических сфер. Допущение об осесимметричности течения принимается и при построении численной модели.

Используя для дальнейших исследований сферическую систему координат, полагаем, что полярная ось ее совпадает с осью симметрии и угловая координата θ отсчитывается от направленной вниз вертикали ($\theta = -\pi/2$). Ввиду симметрии $v_\varphi = \partial/\partial\varphi = 0$.

Вводя функции тока соотношениями

$$(4) \quad v_r = \frac{1}{r^2 \cos \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

и выполняя обычные для двумерных задач гидродинамики преобразования, запишем систему уравнений (1)—(3) в следующем безразмерном виде:

$$(5) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{2\omega}{r^2 \cos^2 \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r^2 \cos \theta} \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) -$$

$$- \text{Gr} \text{Pr}^2 r \cos \theta \left(\cos \theta \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{\text{tg } \theta}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right);$$

$$(6) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r^2 \cos \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\text{tg } \theta}{r^2} \frac{\partial T}{\partial \theta};$$

$$(7) \quad \omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\text{tg } \theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}.$$

Здесь v_r, v_θ, v_φ — проекции вектора скорости \mathbf{V}' на оси r, θ, φ ; $\text{Gr} = g' \beta' \Delta T' \delta'^3 / \nu'^2$ — число Грасгофа; $\text{Pr} = \nu' / a'$ — число Прандтля; $T = (T' - T_1') / (T_2' - T_1')$ — температура.

При переходе к безразмерным переменным в качестве масштабов длины, скорости, времени и температуры приняты соответственно $\delta' = R_2' - R_1', a' / \delta', \delta'^2 / a', \Delta T' = T_2' - T_1'$, где a' — коэффициент температуропроводности.

Решение задачи выполняется в области $r_1 \leq r \leq r_2$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ на основе уравнений (5)–(7) с граничными условиями

$$\begin{aligned} T_1 = 0 \text{ при } r = r_1, \quad T_2 = 1 \text{ при } r = r_2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \psi = 0, \quad \omega = \partial^2 \psi / \partial r^2 \end{array} \right\} -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2, \\ \psi = \omega = \partial T / \partial \theta = 0 \quad \text{при } \theta = \pm \pi/2, \quad r_1 < r < r_2. \end{aligned}$$

В качестве начальных условий задаются поля функций тока, вихря и температуры, соответствующие состоянию гидростатического равновесия жидкости:

$$t = 0, \quad \psi(r, \theta) = \omega(r, \theta) = 0, \quad T(r, \theta) = (r - r_1)r_2/r$$

при $r_1 \leq r \leq r_2$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.

Движение в слое начинается из состояния равновесия при внезапном приложении сил гравитационного поля. Стационарное решение системы уравнений (5)–(7) с заданными начальными и граничными условиями получается методом установления начальных возмущений при $t \Rightarrow \infty$.

Одной из важных характеристик конвективного теплообмена, представляющей интерес для технических приложений, является коэффициент конвекции ϵ_K , учитывающий усиление теплопереноса при наличии конвекции по сравнению со случаем чистой теплопроводности. В численных расчетах коэффициент конвекции определялся в виде

$$\epsilon_K = \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \langle Nu_1 \rangle = \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \langle Nu_2 \rangle,$$

где $\langle Nu \rangle$ — среднее значение числа Нуссельта на внутренней ($i = 1$) и внешней ($i = 2$) поверхностях, равное

$$\langle Nu_i \rangle = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_i \cos \theta d\theta.$$

Из уравнений (5)–(7) с заданными начальными и граничными условиями следует, что их решение зависит от параметров Gr , Pr и геометрического фактора области, который в данной задаче учитывается относительной шириной зазора δ/r_1 или отношением радиусов $r_2/r_1 = \delta/r_1 - 1$. Одним из результатов численного решения является определение вида зависимости $\epsilon_K = \epsilon_K(Ra, Pr, \delta/r_1)$, где $Ra = GrPr$ — число Рэлея.

Система (5)–(7) решалась численно методом сеток. Конечно-разностная схема получена методом баланса, который применялся ранее при расчете естественной конвекции сжимаемого газа с переменными физическими свойствами и подробно изложен в [5]. Решение разностных аналогов уравнений (5), (6) находится по явной схеме методом Зейделя, а уравнения Пуассона (7) — по неявной схеме переменных направлений. Детально с процедурой решения разностной задачи можно познакомиться в [6].

Постановка разностных граничных условий для всех искомых функций, за исключением ω на $r = r_1, r_2$ и T на оси симметрии, очевидна. Для вихря и температуры на указанных границах ставились граничные условия второго порядка точности [7], которые в момент времени $t = n\Delta t$ имеют вид

$$\omega_{j,i}^n = \frac{8\psi_{j,i+1}^n - \psi_{j,i+3}^n}{2\Delta r^2} \quad \text{при } r = r_1, \quad -\pi/2 < \theta < \pi/2,$$

$$T_{j,i}^n = (1/3)(4T_{j+1,i}^n - T_{j+2,i}^n) \quad \text{при } \theta = \pi/2, \quad r_1 < r < r_2,$$

где Δt — шаг по времени, i — номер узла по радиусу, j — по углу.

На стационарном режиме по найденным полям ψ из соотношений (4) определялись угловая v_θ и радиальная v_r составляющие скорости. Входящие в (4) производные аппроксимировались центральными разностями.

Основная серия расчетов выполнена на равномерной по углу и радиусу сетке 25×25 , оценка влияния которой на точность решения проводилась по методике [5].

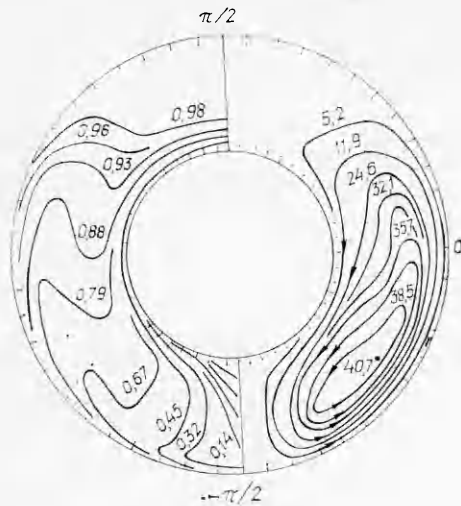
Шаг по времени Δt выбирался исходя из условий устойчивости, полученных методом Фурье на основе линеаризованной системы уравнений (5)–(7), и колебался в рассмотренном диапазоне чисел Грасгофа $10^3 \leq Gr \leq 7 \cdot 10^5$ и отношений радиусов $1,1 \leq r_2/r_1 \leq 5$ при числах Прандтля $0,71 \leq Pr \leq 10$ в пределах $10^{-2} - 10^{-5}$.

Обсуждаемые здесь результаты относятся к стационарному режиму и в основном к случаю $T_2 > T_1$. Граничные условия $T_1 > T_2$ ставились, как правило, для удобства сравнения численных данных с экспериментальными, поскольку все известные авторам эксперименты выполнены при более нагретой внутренней сфере. Варьирование отношения r_2/r_1 проводилось за счет изменения радиуса внутренней сферы при постоянном значении r_2 .

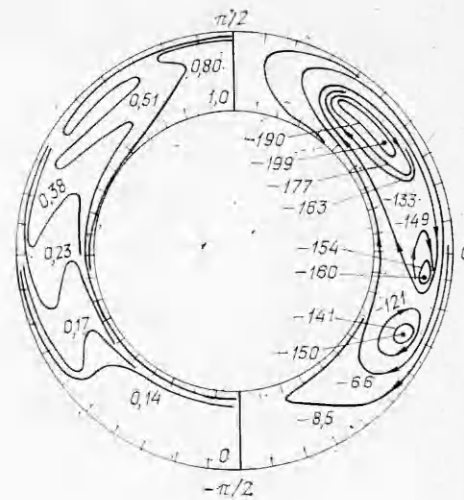
Анализ результатов численного решения показал, что для всех рассмотренных чисел Прандтля, отношений радиусов и $Gr > 10^5$ основным видом циркуляционного течения является устойчивый одновихревой поток. Движение жидкости происходит по серповидным траекториям вверх вдоль нагретой внешней поверхности и вниз вдоль охлажденной внутренней. Как в широких, так и в тонких слоях при малых числах Рэлея существуют медленные течения с линиями тока, симметричными относительно середины области $r_c = 0,5(r_1 + r_2)$, $\theta = 0$, и общим количеством переданного через слой тепла, сохраняющимся на уровне режима чистой теплопроводности (отличие ϵ_k от 1 не превосходит 5%).

По мере возрастания числа Рэлея интенсивность движения в слое увеличивается. Вынос тепла потоком приводит к появлению продольного градиента температуры. Центр вихря смещается вниз по углу и незначительно в сторону внешней сферы, причем чем больше r_2/r_1 при $Ra = \text{const}$, тем более существенным становится это смещение. Так, при $r_2/r_1 = 1,1$ ($Ra = 10^4$, $Pr = 1,0$) центр вихря с небольшой погрешностью можно считать совпадающим с центральной точкой области, а при $r_2/r_1 = 5$ он расположен в точке $r_i = r_c + 2\Delta r$, $\theta_j = -45^\circ$, где Δr — шаг сетки вдоль радиуса. Одновременно со смещением вихря увеличиваются размеры застойной зоны, где архимедовы силы подавляют движение жидкости и перенос тепла происходит в основном посредством теплопроводности. Конвекция начинает играть все возрастающую роль в суммарном переносе тепла при всех рассмотренных числах Прандтля и любой геометрии, что приводит при достаточно больших значениях Ra ($Ra \geq 5 \cdot 10^4$) к образованию областей с обратным градиентом температуры. Угловые вихри, которые, как и в [5], появляются при $Gr \geq 10^4$, $Pr = 0,71$, $1,4 \leq r_2/r_1 \leq 3,0$ вблизи оси симметрии у внутренней ($\theta = +\pi/2$) и внешней ($\theta = -\pi/2$) сфер, не распространяются на всю ширину зазора и малы по сравнению с основным серповидным вихрем. Такие течения принято [1] считать одновихревыми. Типичные картины линий тока и изотерм описанных выше течений приведены в [5]. Аналогичные картины течения наблюдались визуально в [1] при всех исследованных там разностях температур $\Delta T'$ между сферами для $1,37 \leq r_2/r_1 \leq 1,72$ ($2 \cdot 10^4 \leq Gr \leq 3,6 \cdot 10^6$) и при умеренных $\Delta T'$ для $r_2/r_1 = 2,53; 3,14$.

Сравнение с данными более поздней экспериментальной работы [3] показало, что расчетная структура потока при $r_2/r_1 = 1,4$ ($Pr = 0,71$) в области чисел Грасгофа $7 \cdot 10^3 \leq Gr \leq 1,2 \cdot 10^4$ не согласуется со структурой потока, наблюдаемой в эксперименте. Результаты численных расчетов как при $T_2 > T_1$, так и при $T_1 > T_2$ указывают на существование устойчивого серповидного вихря (угловой вихрь [5] для этого значения r_2/r_1 появляется при $Gr = 2 \cdot 10^4$), в то время как экспериментальные данные ($T_1 > T_2$) свидетельствуют о наличии вторичного вихря в верхней части области. Этот вихрь имеет направление вращения, противоположное вращению основного вихря, и занимает в радиальном направлении всю ширину зазора. Авторы [3] допускают, что при равномерном дву-



Ф и г. 1



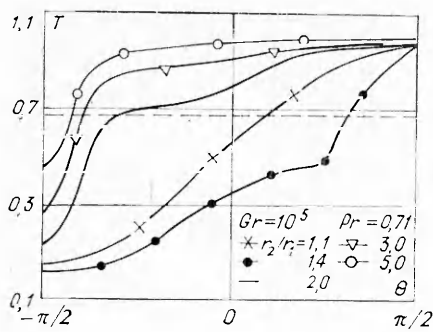
Ф и г. 2

мерном потоке подобный вихрь не может образовываться постоянно, и полученные ими картины течения являются результатом неполного развития потока. В то же время отсутствие такого вихря в численном эксперименте как на стационарном режиме, так и в течение всего времени установления стационарного состояния, возможно, является следствием того, что использовалась двумерная осесимметричная модель конвекции.

Влияние отношения r_2/r_1 на развитие конвективного течения при $Gr > 10^5$ наиболее полно исследовано для газов при $Pr = 0,71; 1,0$. Полученные картины линий тока показали, что при больших r_2/r_1 поток нечувствителен к геометрии области. С ростом числа Рэлея ($10^5 < Ra \leq 7 \cdot 10^5$) течение остается одновихревым серповидным, что не противоречит данным эксперимента [1, 3].

С уменьшением r_2/r_1 влияние геометрии становится более ощутимым. При $r_2/r_1 = 2$ оно проявляется в переходе от серповидного вихря к почкообразному. Этот тип потока характеризуется искажением верхней части центрального вихря, проявляющимся в сдвиге линий тока восходящего течения по радиусу в сторону внешней сферы. Для $Pr = 0,71$ почкообразный вихрь появляется при $Gr = 2,5 \cdot 10^5$ (фиг. 1). В экспериментах [1, 3] возникновение течения такого типа для воздуха наблюдалось в диапазоне $1,54 \leq r_2/r_1 \leq 2,17$ при $Gr \approx 2 \cdot 10^5$.

В узких зазорах ($r_2/r_1 = 1,4; 1,4$) при $Ra > 10^5$ течение характеризуется переходом от одного доминирующего вихря к многовихревому потоку. Устойчивые вихри слабой интенсивности (вначале два) образуются начиная с $Ra \approx 0,85 \cdot 10^5$ в центральной части области течения на границе раздела встречных конвективных потоков. С ростом Ra число вихрей увеличивается, они отдаляются друг от друга, и картина течения приобретает вид фиг. 2 ($T_1 > T_2$, $r_2/r_1 = 1,4$, $Pr = 0,71$, $Gr = 5 \cdot 10^5$). Направление вращения вторичных вихрей совпадает с направлением вращения основного вихря, прилегающего к границам области. Появление подобных вихрей, обусловленных взаимными помехами высокоскоростных нисходящего и восходящего потоков, отмечено в [8] при естественной конвекции воздуха между двумя коаксиальными цилиндрами. В сферических слоях при $r_2/r_1 = 1,4$, $Pr = 0,71$ и $Gr > 2 \cdot 10^5$ авторы работы [3] наблюдали нестационарный поток, особенностями которого являются трехмерный спиралевидный вихрь в верхней части области, отсутствие отчетливого центрального вихря и периодическое сгущение линий тока в направлении внешней сферы в остальной основной части области. Из сопоставления результатов численного и физического экспериментов следует, что применение рассмотренной математической модели для пред-



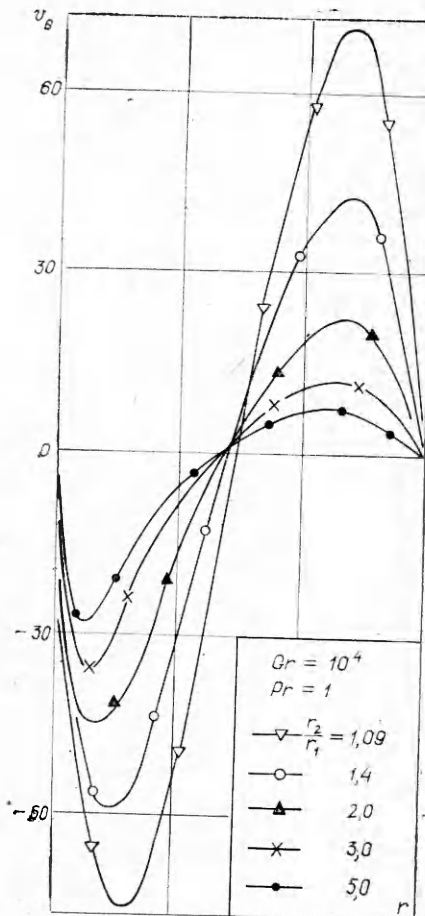
Ф и г. 3

сказания качественной картины течения в тонких слоях, по-видимому, должно быть ограничено $Gr = 10^4$.

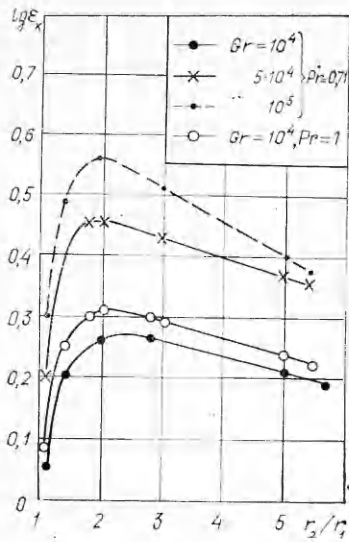
Таким образом, численные расчеты показали, что отношение радиусов сфер r_2/r_1 влияет как на тип возникающего в слое циркуляционного течения, так и на величину характерного значения Ra , начиная с которого происходит перестройка структуры потока. При уменьшении значения r_2/r_1 характерное число Рэлея также уменьшается. Любая неравномерность в поле течения возникает в центральной части потока, движущейся с относительно малой скоростью.

Из данных [3] следует, что при переходе от $r_2/r_1 = 1,4$ к наименьшему из исследованных там отношений $r_2/r_1 = 1,25$ критическое число Грасгофа для воздуха уменьшается ($Gr_* \approx 5 \cdot 10^4$). В численных расчетах для $\min r_2/r_1 = 1,1$ переходное число Gr_* остается практически в той же области $10^5 \leq Gr \leq 2,5 \cdot 10^5$, что и для $r_2/r_1 = 1,4$. По-видимому, это обусловлено тем, что продольная разность температур $(\Delta T)_0$, существенно влияющая на структуру стационарного движения, при $r_2/r_1 = 1,1$ лишь незначительно отличается от $(\Delta T)_0$ при $r_2/r_1 = 1,4$. Распределение температуры вдоль центральной линии слоя $r_c = 0,5(r_1 + r_2)$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ и различных значений r_2/r_1 показано на фиг. 3, где штриховая линия соответствует распределению температуры в режиме теплопроводности для $r_2/r_1 = 2$. Видно, что при заданной величине числа Грасгофа продольная разность температур определяется отношением r_2/r_1 . Она имеет наибольшее значение при $r_2/r_1 = 1,4$ и с увеличением r_2/r_1 уменьшается. Продольный градиент температуры при этом стабилизируется. Вторичные вихри ($r_2/r_1 = 1,4$) вызывают волнообразное изменение профиля температуры.

Влияние отношения радиусов на интенсивность течения отображает фиг. 4. Профили угловой составляющей скорости v_θ построены как функции радиуса $r_1 \leq r \leq r_2$ для одного значения угла $\theta = 0$. Из графика следует, что абсолютные скорости восходящего и нисходящего потоков для наименьшего отношения r_2/r_1 практически одинаковы, гидродинамические слои не разделены. Эти эффекты объясняются относительно одинаковой протяженностью нагретой и холодной поверхностей. По мере роста r_2/r_1 абсолютные значения скорости нисходящего и восходящего потоков уменьшаются. Максимальное значение v_θ при $r_2/r_1 = 1,1$ почти в 3 раза выше, чем при $r_2/r_1 = 5$. Изменяется и форма профиля. У охлажденной поверхности $r=r_1$ формируется узкое струйное нисходящее течение, в то же



Ф и г. 4



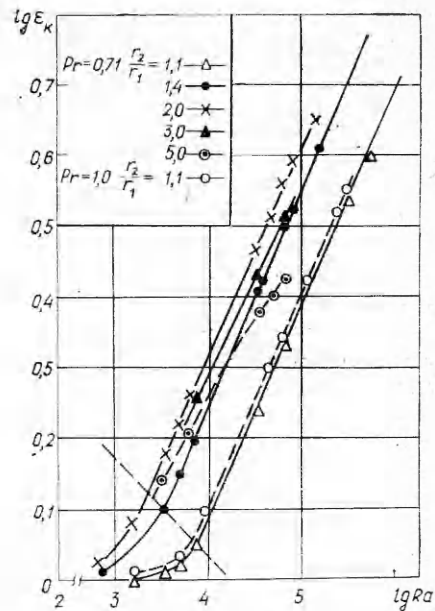
Ф и г. 5

время в соответствии с уравнением неразрывности восходящий поток становится шире. При $r_2/r_1 = 5$ максимальная скорость в зоне, прилегающей к $r = r_1$, в 3,5 раза превосходит по абсолютной величине экстремальное значение скорости в широком восходящем потоке. Таким образом, увеличение r_2/r_1 при фиксированном Ra приводит к уменьшению абсолютных значений скорости потока, т. е. к снижению интенсивности движения.

Характер и скорость циркуляции жидкости в широких и тонких слоях изменяют и условия теплопередачи через них. Влияние относительной толщины прослойки на интенсивность переноса тепла подробно исследовано при $Gr = 10^4; 5 \cdot 10^4; 10^5$, $Pr = 0,7; 1,0$ и отношении радиусов $r_2/r_1 = \delta/r_1 - 1 = 1,1; 1,4; 1,7; 2; 3; 5$. Результаты для коэффициента конвекции показаны на фиг. 5. Видно, что зависимость ϵ_k от отношения радиусов не является монотонной. Изменение r_2/r_1 в интервале $1,1 \leq r_2/r_1 \leq 2$ ведет к интенсификации теплообмена. Здесь отмечается резкое возрастание ϵ_k , которое тем сильнее, чем больше число Грасгофа. В окрестности $r_2/r_1 = 2$ функция $\epsilon_k(r_2/r_1)$ достигает максимума. При $r_2/r_1 > 2$ количество тепла, уносимое потоком, плавно снижается. Такой характер зависимости коэффициента конвекции обусловлен выбранным диапазоном изменения отношения радиусов и поведением ϵ_k при стремлении r_2/r_1 к своим предельным значениям.

При $r_2/r_1 \Rightarrow \infty$ ($r_1 \Rightarrow 0$) коэффициент ϵ_k будет стремиться к своему значению в случае теплоотдачи в условиях шаровой полости. Однако если температура сферической поверхности постоянна, то по истечении некоторого (теоретически бесконечно большого) промежутка времени жидкость принимает температуру поверхности и перенос теплоты в полости прекращается. В другом предельном случае, когда r_2/r_1 близки к единице, можно ожидать, что в исследованном диапазоне чисел Рэлея перенос тепла будет осуществляться только теплопроводностью. Эти выводы подтверждаются данными работы [9], где в рамках теории подобия получен закон теплопередачи при свободной конвекции в цилиндрических и сферических прослойках. Наличие максимума у функции $\epsilon_k = \epsilon_k(r_2/r_1)$ авторы объясняют конкурирующим влиянием на теплопередачу числа Рэлея и кривизны области.

Немонотонный характер зависимости ϵ_k от относительной толщины слоя δ/r_1 необходимо учитывать при выборе оптимальных отношений радиусов для минимизации тепловых потерь через прослойки в элементах конструкций.



Ф и г. 6

Источник	c	a	b	Диапазон параметров Pr=0,71
[2]	0,162	0,252	0,059	$2 \cdot 10^4 \leq Gr \leq 1,5 \cdot 10^7$ $1,25 \leq r_2/r_1 \leq 3,14$
Численный метод	0,158	0,266	0,057	$10^4 \leq Gr \leq 7 \cdot 10^5$ $1,1 \leq r_2/r_1 \leq 5$

Температурное расслоение в области приводит к неравномерному распределению локальных тепловых потоков по ее границам, которое увеличивается по мере возрастания r_2/r_1 . Такая картина качественно аналогична распределению тепловых потоков при увеличении Gr в случае $r_2/r_1 = \text{const}$ [5].

Результаты численных решений в виде зависимости $\epsilon_K(\text{Ra})$ при $\text{Pr} = 0,7; 1,0$ и различных отношениях r_2/r_1 представлены на фиг. 6. Последовательность расположения кривых здесь такая же, как и при естественной конвекции газа в горизонтальных цилиндрических прослойках [9]. Для каждого r_2/r_1 по графикам можно определить значение числа Рэлея, соответствующего переходу от режима теплопроводности к режиму развитой конвекции. Значения числа Ra для этого режима расположены выше штриховой линии. Из фиг. 6 видно, что в узких зазорах $r_2/r_1 = 1,4; 1,4$ режим развитой конвекции наступает при более высоких значениях числа Рэлея, чем в широких, т. е. уменьшение r_2/r_1 затягивает развитие процесса. В то же время переход от одного типа течения к другому, как было отмечено выше, в тонких слоях происходит при более низких числах Рэлея ($\text{Ra} \approx 10^5$, $r_2/r_1 = 1,4$). Из фиг. 5, 6 следует, что при заданной величине r_2/r_1 коэффициент конвекции увеличивается с ростом Ra.

Характер кривых фиг. 6 позволяет обобщить полученные данные для режима развитой конвекции в виде следующей степенной зависимости:

$$(8) \quad \epsilon_K = c \text{Ra}^a (\delta/r_1)^b.$$

Методом наименьших квадратов получены значения констант, входящих в эту формулу. Они представлены в таблице вместе с эмпирическими константами из [2]. Показатель степени при r_2/r_1 практически совпадает с экспериментальным значением, однако зависимость от числа Рэлея более сильная, чем это предсказывает эксперимент. Коэффициенты конвекции, вычисленные по экспериментальной формуле, в среднем (по модулю) на 13,7% ниже полученных в результате машинного счета. Причиной этого, кроме различия диапазона параметров (см. таблицу), может служить и то, что экспериментальная формула получена для случая подогрева изнутри.

Среднее отклонение расчетных значений коэффициента конвекции от полученных по формуле (8) составляет 11%. Максимальное отклонение не превосходит 24,5%, соответствует $r_2/r_1 = 5$ и обусловлено, по-видимому, немонотонной зависимостью коэффициента конвекции от r_2/r_1 .

Математическая обработка полученных данных по всему исследованному диапазону параметров Pr, δ/r_1 в режиме развитой конвекции позволила получить критериальное уравнение

$$\epsilon_K = 0,166 \text{Ra}^{0,262} \text{Pr}^{0,04} (\delta/r_1)^{0,069}.$$

Так как показатель степени у числа Прандтля мал, можно с некоторой погрешностью считать, что критерии Gr и Pr влияют на интенсивность переноса тепла в равной степени. Аналогичный результат получен в [6] для горизонтальных кольцевых каналов.

Таким образом, проведенные численные исследования позволили выявить немонотонный характер зависимости коэффициента конвекции от относительной ширины зазора и найти вид критериального уравнения подобия в рассмотренном диапазоне параметров. Установлено, что хотя

относительная ширина зазора и оказывает влияние на интенсивность переноса тепла, однако это влияние несущественно и в практических расчетах им можно пренебречь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bisop E. H., Mack L. R., Schanlan J. A. Heat transfer by natural convection between concentric spheres.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1966, vol. 9, p. 649.
2. Schanlan J. A., Bisop E. H., Pove R. E. Natural convection heat transfer between concentric spheres.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1970, vol. 13, p. 1857.
3. Yin S. H., Pove R. E. et al. Natural convection flow patterns in spherical annuli.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1973, vol. 16, N 9.
4. Mack L. R., Hardee H. C. Natural convection between concentric spheres at low Rayleigh number.— Int. J. Heat and Mass Transfer, 1968, vol. 11, p. 387.
5. Петражицкий Г. Б., Станкевич Н. М. Естественная конвекция сжимаемой жидкости в сферических прослойках.— ПМТФ, 1976, № 5.
6. Петражицкий Г. Б., Бекнева Е. В., Станкевич Н. М. Расчет течения и теплообмена при свободном движении жидкости в горизонтальном кольцевом канале.— Вопросы электро- и теплоэнергетики, 1970, № 46.
7. Кускова Т. В. Разностный метод расчета течений вязкой несжимаемой жидкости.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 7. М.: Изд-во МГУ, 1967.
8. Liu C. Y., Mueller W. K., Landis F. Natural convection heat transfer in horizontal cylindrical annuli.— Int. Developments in Heat Transfer, 1961, pt 5, N 117.
9. Бурелко В. В., Штессель Э. А. О законе теплопередачи при свободной конвекции в цилиндрических и сферических прослойках.— ИФЖ, 1973, т. 21, № 1.

Поступила 13/V 1983 г.

УДК 532.529

ЭРОЗИЯ ТУПОГО ТЕЛА В ЗАПЫЛЕННОМ ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

А. П. ТРУНЕВ, В. М. ФОМИН

(Новосибирск)

Исследуется эрозия в окрестности лобовой точки тупого тела при обтекании запыленным гиперзвуковым потоком. Для описания процесса использована трехскоростная модель движения неоднородной среды. В результате определен коэффициент эрозии как функция параметров набегающего потока. Так называемый эффект экранирования, ранее экспериментально изученный в [1], объясняется торможением частиц в плотном пылевом слое над эродированной поверхностью. Показано, что стационарный характер течения в окрестности критической точки при наличии пылевого слоя нарушается, если массовая концентрация частиц в невозмущенном потоке превышает некоторое критическое значение.

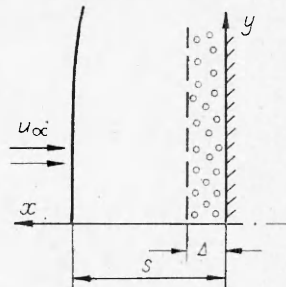
Исследованию движения частиц в гиперзвуковых ударных слоях, но без учета влияния продуктов эрозии, посвящен ряд работ [2, 3]. В [4] исследована эрозия в окрестности критической точки дозвукового, слабо запыленного потока, причем зависимость эрозионного объема от параметров соударения частиц со стеной предполагалась известной и была заимствована из экспериментальных исследований. В данной работе использована расчетная модель эрозионного разрушения, предложенная в [5].

1. Двухслойное течение смеси в окрестности критической точки. Рассмотрим сжатый слой у плоского торца цилиндра в гиперзвуковом равновесном потоке монодисперсной смеси газа и твердых частиц. Вектор скорости набегающего потока параллелен оси цилиндра, так что течение является осесимметричным. Начало координат поместим в центре торца, осевую координату обозначим через x , радиальную — через y (фиг. 1). Форму ударной волны в окрестности критической точки приближенно считаем параболической

$$x_s = s - y^2/2R_c^2,$$

R_c , s — соответственно радиус кривизны и расстояние отхода ударной волны.

Инертные частицы, влетающие в сжатый слой с гиперзвуковой скоростью, лишь незначительно тормозятся и достигают поверхности цилиндра, обладая большим за-



Ф и г. 1