

УДК 622.271.65.012.22

**ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЛОКАЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДОБЫЧИ
И ПОТРЕБЛЕНИЯ ИЗВЕСТНЯКА В МАКЕДОНИИ**

Т. Бошевски¹, С. Вуйич², М. Радосавлевич², М. Кузманович³

¹*Рудпроект, E-mail: tb@rudproekt.com,*

Бульвар А. Македонского, 9, 1000, г. Скопье, Македония

²*Горный институт, E-mail: slobodan.vujic@ribeograd.ac.rs,*

Батайнички пут, 2, 11080, г. Белград, Сербия

³*Белградский университет, Факультет организационных наук,
ул. Йове Илича, 154, 11000, г. Белград, Сербия*

Рассматривается проблема оптимизации добычи и потребления известняка группы производителей и потребителей в Республике Македония. Представлена линейная математическая модель локальной оптимизации планируемых показателей 29 карьеров для двух вариантов потребления известняка с 15 и 16 потенциальными потребителями, позволяющая более полно и надежно оценить влияние изменений параметров исследуемой системы на оптимальный результат. По результатам исследований с использованием предложенной модели установлен оптимальный вариант наполнения и логистики системы производства и потребления известняка в масштабах страны.

Добыча, потребление, известняк, линейная модель, ограничивающие факторы

DOI: 10.15372/FTPRPI20190111

Добыча, переработка и потребление известняка играют важную роль в народном хозяйстве Македонии. Его общее годовое производство составляет 3.5 млн т, а потребление — ~ 2.8 млн т, что имеет большое значение для развития экономического потенциала страны. На территории страны равномерно распределены 29 карьеров по добыче известняка с производительностью 50–450 тыс. т/год (рис. 1). Производственные затраты на добычу известняка в карьерах примерно одинаковы и равны 300–400 д. е. Чтобы избежать конвертации стоимости из местной валюты (динар) в любую мировую валюту, в работе используется термин “денежная единица” (д. е.). Это не влияет на расчеты и не имеет значения для результатов анализа.

Потребители известняка Македонии с ежегодной потребностью в известняке от 50 до 950 тыс. т каждого размещены в 15 поселках, городах и крупных городских районах (рис. 1). Развитая сеть дорог обеспечивает коммуникационную связь всех карьеров с потребителями известняка. В зависимости от расстояния между карьерами и потребителями стоимость транспортирования 1 т известняка составляет 9–831 д. е., а локационные затраты — 409–1231 д. е./т.

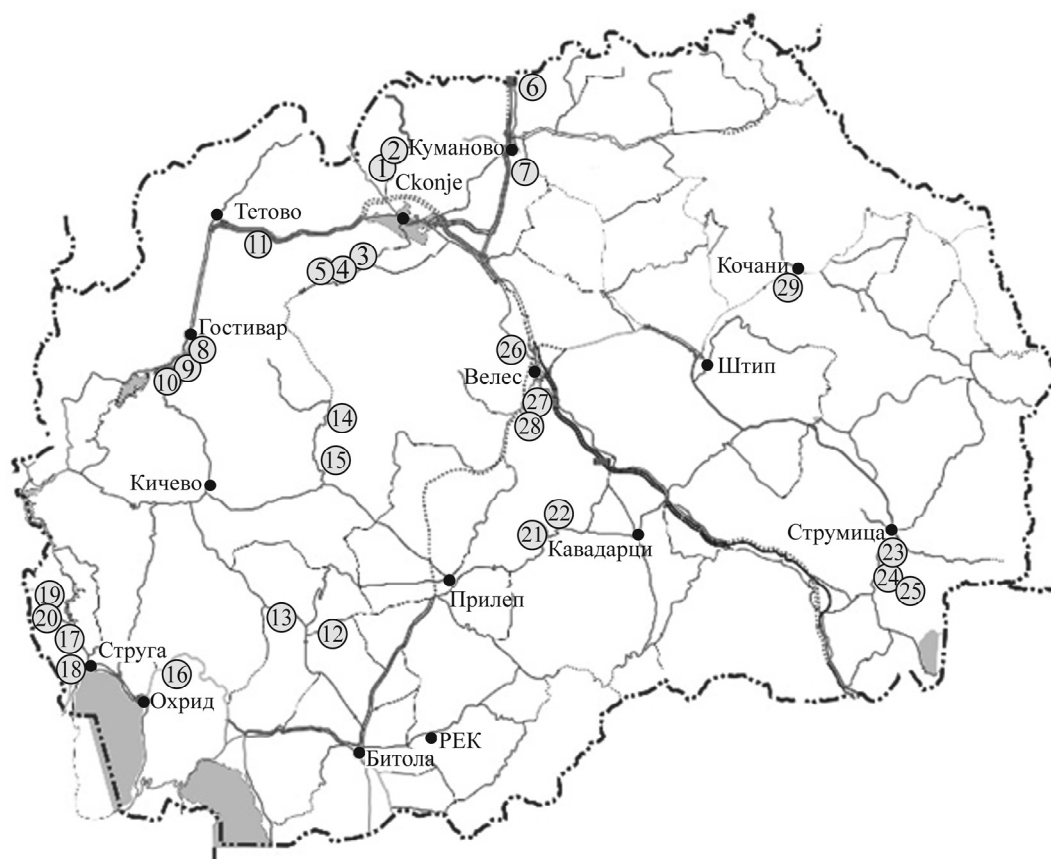


Рис. 1. Расположение карьеров (1 – 29) и потребителей известняка в Македонии

С учетом большого количества месторождений известняка и карьеров по его добыче, а также различных значений отдельных производственных мощностей, потребительских и локационных расходов возникает вопрос рационализации числа субъектов в системе, или локационной оптимизации добычи и использования известняка в стране. Это имеет большое значение для макроэкономики Македонии, охраны окружающей среды, долгосрочного планирования социального развития территорий, сбалансированного и рационального управления добычей известняка как минерального ресурса, чьи запасы хоть и велики, но не неисчерпаемы.

Предлагаемый анализ предусматривает исследование проблемы в двух вариантах. Первый учитывает существующее состояние системы с 29 производственными и 15 единицами потребления, второй предполагает, что в число потребителей будет включена Битольская теплоэлектростанция с ежегодным потреблением ~ 300 тыс. т известняка, что увеличит на 11 % его общие текущие потребности.

В настоящей работе представлены формальная математическая и числовая локационная модели производства и потребления известняка в Македонии, результаты анализа и оценки.

ФОРМАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Формирование локационных моделей для таких случаев, как добыча и потребление известняка, сводится к анализу существующих и внедрению новых вводных, на которых основана модель. В математической структуре таких моделей есть два компонента: функция критериев и система ограничений — математические отношения, которые определяют локационную проблему в пространстве и времени [1, 2].

При математическом описании проблемы внимание концентрируется на особенностях и требованиях, имеющих наибольшее значение для изучения и решения проблемы. В предметной проблеме выделены:

- функциональная зависимость двух групп единиц (производственной и потребительской);
- относительно равномерное пространственное распределение единиц обеих групп;
- коммуникационная связь всех единиц.

Очевидно, что проблема носит локационный, оптимизационный характер, с ограничениями, в которых фигурируют производственные мощности карьеров известняка, потребительские нужды, затраты на производство и транспортировка известняка. Функцией критериев, как количественным представлением оптимальности, в данном случае может быть минимальное расстояние, минимальные транспортные издержки, минимальная продолжительность транспортировки, минимальные затраты на производство и транспортировку и т. д. Ввиду того, что в макроэкономические интересы страны входит создание рациональной структуры единиц производства и потребления известняка или минимизация общей стоимости системы, то логично, что для критериев оптимальности применимы минимальные локационные затраты или затраты на производство и транспортировку известняка.

Методы оперативного исследования предлагают несколько модельных подходов для разработки оптимизационной модели добычи и потребления известняка. Исходя из принципа, что модель должна включать только феномен интереса с четко определенной функцией и для оценки нежелательна сложная модель [3–5], для разработки модели предметной задачи выбрана математически проверенная модельная основа линейного программирования. В ее структуру включены затратная (минимизирующая) функция и условия использования продукции, так как запросы потребителей должны быть удовлетворены, а ограничения производства — производственные мощности карьеров — не могут быть превышены.

Модели для вариантов с 15 и 16 единицами использования:

— функции цели

$$z_1 = \sum_{i=1}^{29} \sum_{j=1}^{15} (d_i + c_{ij} x_{ij}) \rightarrow \min \text{ (вариант 1)}, \quad z_1 = \sum_{i=1}^{29} \sum_{j=1}^{16} (d_i + c_{ij} x_{ij}) \rightarrow \min \text{ (вариант 2)};$$

— производственные возможности карьеров

$$\sum_{j=1}^{15} x_{ij} \leq R_i, \quad i = \overline{1, 29} \text{ (вариант 1)}, \quad \sum_{j=1}^{16} x_{ij} \leq R_i, \quad i = \overline{1, 29} \text{ (вариант 2)};$$

— потребление (нужды потребителей)

$$\sum_{i=1}^{29} x_{ij} = P_j, \quad j = \overline{1, 15} \text{ (вариант 1)}, \quad \sum_{i=1}^{29} x_{ij} = P_j, \quad j = \overline{1, 16} \text{ (вариант 2)}.$$

Здесь x_{ij} — поставляемое количество известняка с карьера i потребителю j , т; d_i — затраты производства на 1 т известняка в карьере i , д. е.; c_{ij} — транспортные расходы на 1 т известняка с карьера i потребителю j , д. е.; R_i — производственные возможности (годовая мощность карьера i), т; P_j — ежегодные потребности потребителей j , т.

Формальные математические модели представлены и в матрично-табличной форме как более удобные для исследования [1, 3]. Локационная модель добычи и потребления известняка в Македонии в матричной форме приведена в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. Модель локационной матрицы добычи и потребления известняка

Карьер	Потребитель					
	P_1	P_2	P_3		P_{15}	$[P_{16}]$
R_1	$(d_1 + c_{1,1}) \cdot x_{1,1}$	$(d_1 + c_{1,2}) \cdot x_{1,2}$	$(d_1 + c_{1,3}) \cdot x_{1,3}$	...	$(d_1 + c_{1,15}) \cdot x_{1,15}$	$(d_1 + c_{1,16}) \cdot x_{1,16}$
R_2	$(d_2 + c_{2,1}) \cdot x_{2,1}$	$(d_2 + c_{2,2}) \cdot x_{2,2}$	$(d_2 + c_{2,3}) \cdot x_{2,3}$	...	$(d_2 + c_{2,15}) \cdot x_{2,15}$	$(d_2 + c_{2,16}) \cdot x_{2,16}$
R_3	$(d_3 + c_{3,1}) \cdot x_{3,1}$	$(d_3 + c_{3,2}) \cdot x_{3,2}$	$(d_3 + c_{3,3}) \cdot x_{3,3}$	...	$(d_3 + c_{3,15}) \cdot x_{3,15}$	$(d_3 + c_{3,16}) \cdot x_{3,16}$
...	...	...	...	...	...	...
R_{28}	$(d_{28} + c_{28,1}) \cdot x_{28,1}$	$(d_{28} + c_{28,2}) \cdot x_{28,2}$	$(d_{28} + c_{28,3}) \cdot x_{28,3}$	...	$(d_{28} + c_{28,15}) \cdot x_{28,15}$	$(d_{28} + c_{28,16}) \cdot x_{28,16}$
R_{29}	$(d_{29} + c_{29,1}) \cdot x_{29,1}$	$(d_{29} + c_{29,2}) \cdot x_{29,2}$	$(d_{29} + c_{29,3}) \cdot x_{29,3}$	...	$(d_{29} + c_{29,15}) \cdot x_{29,15}$	$(d_{29} + c_{29,16}) \cdot x_{29,16}$

ЧИСЛОВАЯ ЛОКАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Числовая локационная модель добычи и потребления известняка в Македонии (табл. 2) основана на правилах формальной модели и составлена на основе данных о мощности 29 карьеров, потребностях в известняке для 15 (вариант 1) и 16 потребителей (вариант 2) и рассчитанных локационных расходах. Локационные расходы — сумма затрат на производство и транспортирование 1 т известняка для самого кратчайшего расстояния между карьерами и потребителями.

Анализ результатов оптимизации проводился с использованием симплекс-алгоритма линейного программирования (его описание опущено, так как он проверен и широко применяется на практике). Результаты анализа для варианта 1 и 2 приведены в табл. 3, 4 соответственно.

Оптимальный план добычи и потребления известняка для варианта 1 предусматривает отношения производства и потребления, представленные в табл. 5. В соответствии с вариантом 1, карьеры R_{14} , R_{19} , R_{20} и R_{24} не имеют потребителей в рассматриваемой схеме и их работа должна быть приостановлена до тех пор, пока не будут достигнуты другие условия, а карьеры R_6 , R_{10} , R_{18} , R_{22} , R_{23} , R_{26} и R_{27} используют производственные мощности не в полной мере. Общие минимальные затраты на добычу и распределение известняка в соответствии с планом варианта 1 составляют 1 286 995 000 д. е., удельные — 467 д. е. за 1 т известняка.

Оптимальный план добычи и потребления известняка для варианта 2, который в сценарии предусматривает участие в качестве потребителя тепловой электростанции “Битоль” предполагает взаимодействие производства и использования, представленное в табл. 5. Согласно этому плану, только карьер R_{24} не имеет потребителя и должен прекратить работу, а карьеры R_6 , R_{10} , R_{19} , R_{23} и R_{26} имеют более высокие производственные мощности, чем плановые поставки. Общие затраты на добычу и распределение известняка по потребителям в соответствии с оптимальным планом варианта 2 составляют 1 490 515 000 д. е., удельные затраты — 488 д. е. за 1 т известняка.

Предположение о внедрении в структуру системы нового 16-го потребителя приводит к перераспределению поставок известняка и существенным изменениям в оптимальных планах вариантов 1 и 2. Вместо четырех карьеров, предусмотренных планом варианта 1, только один не участвует в плане варианта 2. С неиспользуемыми мощностями в плане варианта 2 количество карьеров уменьшено на два. Расчетные затраты по оптимальному плану в варианте 2 выше на 4.44 % по сравнению с затратами по варианту 1.

Эти различия вводят в заблуждение, но они логичны и объяснимы. С введением нового потребителя использование известняка увеличилось на 11 %, а производственные мощности остались неизменными, что уменьшило разницу между имеющимся и необходимым количеством известняка, а также включило в план варианта 2 три карьера, которые не имели размещения в варианте 1. Поставки известняка с этих трех карьеров оказались более дорогостоящими, перераспределение поставок известняка с других карьеров привело к небольшому увеличению затрат по оптимальному плану варианта 2.

ТАБЛИЦА 2. Числовая локационная модель добычи и потребления известняка по вариантам 1 и 2

Карьер	Мощность, тыс. т/год	Потребитель															
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅	P ₁₆
R ₁	100	445	550	592	787	712	892	715	907	823	949	934	934	748	613	547	955
R ₂	200	463	559	601	796	721	907	730	922	838	964	949	949	763	628	562	970
R ₃	450	466	562	586	781	688	886	709	901	817	943	961	961	775	685	595	949
R ₄	150	469	565	589	784	691	889	712	904	820	946	964	964	778	688	598	952
R ₅	50	478	574	598	793	700	898	721	913	829	955	973	973	787	697	607	961
R ₆	100	562	445	622	724	652	832	745	937	853	979	1096	1096	910	778	709	985
R ₇	150	529	436	565	739	667	850	673	865	784	907	1042	1042	856	724	655	913
R ₈	100	616	760	802	997	922	1102	889	1117	748	784	733	733	547	421	499	790
R ₉	150	613	757	799	994	919	1099	922	1114	718	754	703	703	517	421	496	760
R ₁₀	200	622	763	808	1003	928	1108	931	1123	706	745	694	694	508	430	505	751
R ₁₁	150	490	634	676	871	796	979	799	991	841	877	826	826	640	508	439	883
R ₁₂	115	823	910	751	940	868	934	655	910	511	637	673	673	496	631	709	643
R ₁₃	85	844	958	799	991	916	982	703	958	556	532	670	670	514	652	727	538
R ₁₄	80.	853	940	781	973	898	967	685	943	544	670	703	703	523	661	736	676
R ₁₅	75	820	907	748	937	865	931	652	907	508	634	670	670	493	628	706	640
R ₁₆	60	934	1084	922	1114	1039	1108	826	1084	688	565	448	493	604	742	817	571
R ₁₇	150	931	1075	1021	1213	1138	1207	925	1183	787	664	460	421	604	739	817	670
R ₁₈	80	964	1078	1024	1216	1141	1210	928	1186	790	667	463	424	607	742	820	673
R ₁₉	85	955	1054	1045	1237	1162	1231	949	1207	811	688	484	445	628	763	841	694
R ₂₀	75	949	1048	1039	1231	1156	1225	943	1201	805	682	478	439	622	757	835	688
R ₂₁	70	727	745	583	775	700	769	490	745	457	583	778	820	655	790	877	589
R ₂₂	100	661	679	520	709	637	703	448	679	529	655	850	892	727	877	811	661
R ₂₃	200	862	877	703	730	643	448	631	520	796	922	1120	1162	994	1078	1009	928
R ₂₄	100	835	850	691	748	661	466	574	490	769	895	1093	1135	967	1048	982	901
R ₂₅	50	835	850	691	748	661	466	574	490	769	895	1093	1135	967	1048	982	901
R ₂₆	200	571	589	412	619	538	724	559	751	667	793	991	1033	919	787	718	799
R ₂₇	50	571	589	409	619	538	724	559	751	667	793	991	1033	919	784	718	799
R ₂₈	75	571	589	409	619	538	724	559	751	667	793	991	1033	919	784	718	799
R ₂₉	50	739	670	601	439	493	679	670	829	826	952	1147	1192	1087	955	886	958
Потребление, тыс. т/год		950	175	120	60	100	90	75	50	160	200	100	120	85	220	250	300
Вариант									1								2

ТАБЛИЦА 3. Оптимальный план добычи и потребления известняка (вариант 1)

Карьер	Мощность, тыс. т/год	Потребитель															Избыток, тыс. т	
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅		
R ₁	100	100																75
R ₂	200	200																
R ₃	450	450																
R ₄	150	150																
R ₅	50	50																
R ₆	100	25																90
R ₇	150	150																
R ₈	100																	
R ₉	150																	
R ₁₀	200																	
R ₁₁	150																	80
R ₁₂	115																	
R ₁₃	85																	
R ₁₄	80																	
R ₁₅	75																	
R ₁₆	60																	10
R ₁₇	150																	
R ₁₈	80																	
R ₁₉	85																	
R ₂₀	75																	
R ₂₁	70																	85
R ₂₂	100																	
R ₂₃	200																	
R ₂₄	100																	
R ₂₅	50																	
R ₂₆	200																	75
R ₂₇	50																	
R ₂₈	75																	
R ₂₉	50																	
Потребление, тыс. т/год		950	175	120	60	100	90	75	50	160	200	100	120	85	220	250		
Снабжение, %										100								

ТАБЛИЦА 4. Оптимальный план добычи и потребления известняка (вариант 2)

Карьер	Мощность, тыс. т/год	Потребитель																Избыток, тыс. т	
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅	P ₁₆		
R ₁	100	100																	
R ₂	200	200																	
R ₃	450	450																	
R ₄	150	150																	
R ₅	50	50																	
R ₆	100		25																75
R ₇	150		150																
R ₈	100														100				
R ₉	150														50				
R ₁₀	200													85	70				45
R ₁₁	150															150			
R ₁₂	115									5							110		
R ₁₃	85									80							85		
R ₁₄	80									75									
R ₁₅	75																		
R ₁₆	60										50						10		
R ₁₇	150										150								
R ₁₈	80											80							
R ₁₉	85											20							20
R ₂₀	75												45						
R ₂₁	70												75				70		
R ₂₂	100																25		
R ₂₃	200						90												110
R ₂₄	100																		100
R ₂₅	50								50										
R ₂₆	200				10	95													95
R ₂₇	50			45		5													
R ₂₈	75			75	50														
R ₂₉	50																		
Потребление, тыс. т/год		950	175	120	60	100	90	75	50	160	200	100	120	85	220	250	300		
Снабжение, %										100									

ТАБЛИЦА 5. Оптимальный план добычи и потребления известняка, тыс. т/год

Мощность карьера		Потребление	Мощность карьера		Потребление
Вариант 1					
$R_1 = 100$	→	$P_1 = 100$	$R_{15} = 75$	→	$P_9 = 45$
$R_2 = 200$	→	$P_1 = 200$		→	$P_{13} = 50$
$R_3 = 450$	→	$P_1 = 450$	$R_{16} = 60$	→	$P_{10} = 60$
$R_4 = 150$	→	$P_1 = 150$	$R_{17} = 150$	→	$P_{11} = 30$
$R_5 = 50$	→	$P_1 = 50$		→	$P_{12} = 120$
$R_6 = 100$	→	$P_2 = 25$	$R_{18} = 80$	→	$P_{11} = 70$
$R_7 = 150$	→	$P_2 = 150$	$R_{21} = 70$	→	$P_9 = 15$
$R_8 = 100$	→	$P_{14} = 100$		→	$P_{10} = 55$
	→	$P_{14} = 50$	$R_{22} = 100$	→	$P_7 = 75$
$R_9 = 150$	→	$P_{15} = 100$	$R_{23} = 200$	→	$P_6 = 90$
	→	$P_{13} = 40$	$R_{25} = 50$	→	$P_8 = 50$
$R_{10} = 200$	→	$P_{14} = 70$		→	$P_4 = 10$
$R_{11} = 150$	→	$P_{15} = 150$	$R_{26} = 200$	→	$P_5 = 100$
$R_{12} = 115$	→	$P_9 = 115$	$R_{27} = 50$	→	$P_3 = 45$
$R_{13} = 85$	→	$P_{10} = 85$	$R_{28} = 75$	→	$P_3 = 75$
			$R_{29} = 50$	→	$P_4 = 50$
Вариант 2					
$R_1 = 100$	→	$P_1 = 100$	$R_{17} = 150$	→	$P_{10} = 150$
$R_2 = 200$	→	$P_1 = 200$	$R_{18} = 80$	→	$P_{11} = 80$
$R_3 = 450$	→	$P_1 = 450$	$R_{19} = 70$	→	$P_{11} = 20$
$R_4 = 150$	→	$P_1 = 150$		→	$P_{12} = 45$
$R_6 = 100$	→	$P_2 = 25$	$R_{20} = 75$	→	$P_{12} = 75$
$R_7 = 200$	→	$P_2 = 150$	$R_{21} = 70$	→	$P_{16} = 70$
$R_8 = 100$	→	$P_{14} = 100$		→	$P_7 = 75$
	→	$P_{14} = 50$	$R_{21} = 70$	→	$P_{16} = 25$
$R_9 = 150$	→	$P_{15} = 100$	$R_{23} = 200$	→	$P_6 = 90$
	→	$P_{13} = 85$	$R_{25} = 50$	→	$P_8 = 45$
$R_{10} = 200$	→	$P_{14} = 70$		→	$P_4 = 10$
	→	$P_9 = 5$	$R_{26} = 200$	→	$P_5 = 95$
$R_{12} = 115$	→	$P_{16} = 110$		→	$P_3 = 45$
$R_{13} = 85$	→	$P_{16} = 85$	$R_{27} = 50$	→	$P_5 = 5$
$R_{14} = 85$	→	$P_9 = 80$	$R_{28} = 75$	→	$P_3 = 75$
$R_{15} = 75$	→	$P_9 = 75$	$R_{29} = 50$	→	$P_4 = 50$
	→	$P_{10} = 50$			
$R_{16} = 60$	→	$P_{16} = 10$			

ВЫВОДЫ

Прогнозирование последствий изменений в системах производства и потребления, таких как система добычи и потребления известняка в Македонии, является проблемой, которая требует надлежащего аналитического подхода к выполнению поставленных целей с учетом всех ограничивающих факторов, их воздействия, зависимостей, желаемых и нежелательных изменений. Для решения проблемы сформирована ориентированная математическая модель, позволяющая более полно и надежно оценить влияние изменений соответствующих параметров на оптимальный результат, а также варьировать с составляющими исследуемой системы путем изменения основных допущений и их воздействия. Предлагаемый подход направлен на совершенствование системы планирования производства и потребления минерального сырья, снижения общепроизводственных затрат и упорядочения производственных структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Stanojević R.** Optimization macroeconomic models, Velarta, Belgrade, 2001. — 511 p.
2. **Vujić S., Miljanović I., Kuzmanović M., Bartulović Z., Gajić G., and Lazić P.** The deterministic fuzzy linear approach in planning the production of mine system with several open pits, Archives Min. Sci., 2011, Vol. 56, No. 3. — P. 489–497.
3. **Ali M. A. M. and Yang H. S.** Transportation problem: a special case for linear programming problems in mining engineering, Int. J. Min. Sci. Technol., 2012, Vol. 22, No. 3. — P. 371–377.
4. **Radosavljić M., Vujić S., Boševski T., Praštalo Ž., and Jovanović B.** Single-phase local optimization model for limestone supply from open pit mines to heat power plants in Serbia, J. Min. Sci., 2016, Vol. 52, No. 4. — P. 704–711.
5. **Vujić S., Benović T., Miljanović I., Hudej M., Milutinović A., and Pavlović P.** Fuzzy linear model of production optimization of mining systems with multiple entities, Int. J. Minerals, Metallurgy and Materials, 2011, Vol. 18, No. 6. — P. 633–637.

Поступила в редакцию 7/IX 2018

После доработки 23/X 2018

Принята к публикации 29/I 2019