УДК 622 : 550.372

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ ИХ НАГРЕВАНИЯ

В. А. Винников, А. С. Вознесенский, К. Б. Устинов*, В. Л. Шкуратник

Московский государственный горный университет, 119991 Москва
* Институт проблем механики РАН, 119526 Москва
E-mail: ftkp@mail.ru

Исследуются механизмы возникновения механических напряжений в горных породах при различных режимах их нагревания. Обосновываются и анализируются теоретические модели акустической эмиссии, возникающей под действием этих напряжений.

Ключевые слова: теоретическая модель, термоакустическая эмиссия, термические напряжения, температурное поле.

Введение. Причиной возникновения акустической эмиссии (АЭ) в горных породах является образование новых или рост существующих трещин под действием механических напряжений. В тех случаях, когда напряжения возникают вследствие температурных воздействий, их принято называть термонапряжениями, а соответствующую эмиссию — термоакустической.

В работе [1] рассмотрен один из возможных механизмов возникновения термонапряжений, обусловленных градиентом температур на берегах трещин, разделяющих структурные элементы геоматериала. Там же обоснована соответствующая теоретическая модель термоакустической эмиссии (ТАЭ) и термоэмиссионного эффекта памяти, возникающего при циклическом нагревании горных пород, в которых максимальная температура возрастает от цикла к циклу [2]. Несовершенство указанной модели проявляется в том, что она недостаточно четко объясняет такой экспериментально установленный факт, как бо́льшие значения параметров ТАЭ в полиминеральных средах по сравнению с аналогичными значениями в мономинеральных средах, и не объясняет влияние на параметры ТАЭ скорости увеличения температуры в образце [2, 3].

В настоящей работе предлагается обоснование теоретических моделей ТАЭ, особенностью которых является учет термонапряжений, обусловленных различием тепловых коэффициентов объемного расширения (ТКОР) отдельных минеральных зерен, слагающих породу, а также неоднородностью температурного поля в образце.

1. Термоакустическая эмиссия в однородном температурном поле в исследуемом образце. В отсутствие градиентов температуры в геосреде, состоящей из элементов с различными ТКОР, единственным параметром, определяющим ТАЭ, является текущая температура. Чем значительнее текущая температура отличается от исходной (при которой предполагается отсутствие механических напряжений внутри и на границах минеральных зерен), тем больше значения локальных напряжений и выше вероятность

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-05-00045).

роста существующих трещин и образования новых и как следствие выше степень АЭ. Поскольку величина термонапряжений пропорциональна перепаду температур, можно ожидать близких значений производной суммарной акустической эмиссии N_Σ по температуре при различных скоростях изменения последней.

Если породы рассматривать как идеально упругие и хрупкие и пренебрегать перераспределением напряжений, обусловленным образованием микродефектов, то при их циклическом нагревании рост существующих трещин и образование новых (сопровождающиеся АЭ) будут происходить только при превышении максимальной температуры, достигнутой за всю предысторию, что и определяет механизм термоэмиссионного эффекта памяти.

Модель 1. Для получения качественной оценки ТАЭ рассмотрим простейшую модель, в которой отдельное зерно представляет собой включение в однородной матрице, ТКОР которого отличается от ТКОР матрицы. Предположим, что при повышении температуры окружающая среда воздействует на рассматриваемое зерно вследствие теплового расширения вещества матрицы. Тогда включение подвергается действию напряжения (сжатия), равного

$$\sigma = \Delta\alpha\, E\, \Delta T. \tag{1}$$

Здесь $\Delta\alpha$ — разность ТКОР окружающего вещества (матрицы) и включения; E — модуль упругости включения; ΔT — разность текущей температуры и температуры в исходном состоянии.

В данном случае к границе внешней области приложено напряжение со стороны включения. При этом имеют место касательные напряжения, которые уменьшаются по мере увеличения расстояния от включения. На больших расстояниях ($r > 3r_0$) все компоненты напряжений, возникающих вследствие наличия подобного концентратора, имеют асимптотику вида

$$\sigma_e \sim \frac{\sigma}{(r/r_0)^3}\, f(\theta,\varphi), \tag{2}$$

где r — расстояние до включения; r_0 — характерный размер включения; $f(\theta,\varphi)$ — функция, зависящая от положения рассматриваемой точки относительно включения; θ, φ — соответственно долгота и широта в сферической системе координат.

Предположим, что рост существующих трещин и образование новых, а следовательно, и АЭ в породе происходят при достижении напряжениями некоторого критического значения σ_{cr}. Вследствие влияния температуры вокруг каждого включения будет возникать область, внутри которой напряжения превышают значения σ_{cr}, причем с увеличением ΔT объем этой области будет увеличиваться. Используя (1), (2), получим следующую оценку размера этой области:

$$r \sim \Big(\frac{\Delta\alpha\, E\, \Delta T\, r_0^3}{\sigma_{cr}}\, f(\theta,\varphi)\Big)^{1/3}.$$

Выражение для объема, занимаемого данной областью, ограниченной поверхностью S, записывается в виде

$$V \sim \Big(\frac{E r_0^3}{\sigma_{cr}} \int\limits_S f(\theta,\varphi)\, ds\Big) \Delta\alpha\, \Delta T. \tag{3}$$

Предположив, что суммарная акустическая эмиссия N_Σ пропорциональна объему области, внутри которой напряжения превышают значение σ_{cr}, получаем

$$N_\Sigma(\Delta T) = \xi\,\Delta T, \tag{4}$$

где ξ — коэффициент пропорциональности, зависящий от выражения в скобках в формуле (3). Коэффициент ξ должен быть уточнен с учетом геометрии области и упругих свойств. Однако, учитывая качественный характер приводимых рассуждений, значение ξ следует определять экспериментально.

Модель 2. Рассмотренную выше модель можно уточнить, если предположить, что напряжения внутри включения получены при решении задачи не с жесткими граничными условиями, а с упругими. Предположим, что контактные напряжения на границе зерна σ_{ij}, равные напряжениям внутри включения, определяются из задачи Эшелби о напряжениях во включении, выполненном из материала, свойства которого отличаются от свойств матрицы, и имеющем собственные деформации ε^0_{ij} (в рассматриваемом случае обусловленные температурными напряжениями):

$$\sigma_{ij} = E^0_{ijkl}(S_{klpq}\varepsilon^*_{pq} - \varepsilon^0_{kl}). \tag{5}$$

В (5) компоненты тензора ε^*_{mn} определяются из решения системы уравнений [4, 5]

$$E^1_{ijkl}(S_{klmn}\varepsilon^*_{mn} - \varepsilon^0_{kl}) = E^0_{ijkl}(S_{klmn}\varepsilon^*_{mn} - \varepsilon^*_{kl}),$$

где E^0_{ijkl}, E^1_{ijkl} — тензоры модулей упругости матрицы и включения соответственно; S_{ijkl} — компоненты тензора Эшелби, связывающие стесненную деформацию во включении ε^*_{kl} со свободной деформацией ε^0_{kl} в нем [4]. В данном случае собственные деформации определяются лишь разностью ТКОР матрицы и включения $\Delta\alpha_{ij}$, в общем случае являющейся тензором второго ранга:

$$\varepsilon^0_{ij} = \Delta\alpha_{ij}\,\Delta T. \tag{6}$$

Следует отметить, что выражения (5) с учетом (1), (6) различаются лишь коэффициентом, который в силу качественного характера рассматриваемых моделей должен определяться экспериментально; поэтому с точностью до постоянного множителя выражение для суммарной акустической эмиссии N_Σ (4) справедливо и для модели 2.

Модель 3. Одним из типов концентраторов напряжений являются угловые точки границы, разделяющей материалы с различными упругими свойствами. При внешнем нагружении распределения напряжений вблизи ребра двугранных углов имеют степенную особенность:

$$\sigma_e \sim \frac{\Delta\alpha\,\Delta T}{r^k}\,f(\varphi).$$

Здесь $f(\varphi)$ — функция, зависящая от положения рассматриваемой точки внутри двугранного угла поверхности раздела. Предположив, как и в модели 1, что рост существующих трещин и образование новых, а также АЭ происходят в некоторой области, внутри которой напряжения превышают σ_{cr}, получаем оценку линейного размера этой области

$$r \sim \Big(\frac{\Delta\alpha\,\Delta T}{\sigma_{cr}}\,f(\varphi)\Big)^{1/k}.$$

Так как сама область представляет собой двугранный угол, то ее объем можно оценить следующим образом:

$$V \sim \Big(\frac{l}{\sigma_{cr}^{2/k}}\int\limits_S f^{2/k}(\varphi)\,ds\Big)\Delta\alpha^{2/k}\,\Delta T^{2/k},$$

где l — параметр, имеющий размерность длины. Так же как и в моделях 1, 2, суммарная АЭ является функцией разности температур:

$$N_\Sigma(\Delta T) = \xi' \, \Delta T^\gamma$$

(показатель $\gamma = 2/k > 4$ и коэффициент пропорциональности ξ' определяются экспериментально).

Таким образом, напряжения, определяемые для каждой модели, пропорциональны произведению разности температурных коэффициентов объемного расширения включения и матрицы и разности исходной и текущей температур. Объем зоны, в которой напряжения превышают критические значения и может возникать АЭ, определяется степенной функцией разности температур. Для моделей 1, 2 показатель степенной функции $\gamma = 1$, для модели 3 $\gamma > 4$.

Заметим, что значение показателя $\gamma = 1$ соответствует асимптотике дальнего (от включения) поля, а значение $\gamma = 4$ — асимптотике ближнего поля; поэтому следует ожидать, что в действительности $1 < \gamma < 4$.

Следует отметить также, что в породе может существовать несколько групп неоднородностей с различными ТКОР. Кроме того, на распределение напряжений вокруг зерна оказывает влияние его форма. И, наконец, безусловно, локальные прочностные свойства породы имеют некоторое статистическое распределение. Поэтому можно ожидать совместного действия указанных факторов и как следствие достаточно сильной нелинейности зависимости акустической эмиссии от перепада температур.

2. Термоакустическая эмиссия в неоднородном температурном поле в исследуемом образце. В случае неоднородного нагрева, когда температурное воздействие зависит от направления в пространстве, появляется дополнительный источник концентрации напряжений, обусловленный градиентом поля температур. При этом на нестационарном этапе нагрева можно ожидать возрастания степени АЭ с последующим ее уменьшением по мере выравнивания температур по объему.

В рассматриваемом случае для вычисления напряжений необходимо сначала решить нестационарную задачу теплопроводности, а затем по найденному температурному полю вычислить напряжения с использованием уравнений термоупругости. Напряжения в образце цилиндрической формы радиусом R определяются по формулам [6]

$$\begin{aligned} \sigma_r(\rho) &= \frac{\alpha E}{\rho^2}\Big(\rho^2 \int_0^1 T(\rho)\rho \, d\rho - \int_0^\rho T(\rho)\rho \, d\rho\Big), \\ \sigma_\theta(\rho) &= \frac{\alpha E}{\rho^2}\Big(\rho^2 \int_0^1 T(\rho)\rho \, d\rho + \int_0^\rho T(\rho)\rho \, d\rho - \rho^2 \, T(\rho)\Big). \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $\sigma_r(\rho)$, $\sigma_\theta(\rho)$ — радиальная и окружная компоненты нормальных напряжений соответственно; $\rho = r/R \leqslant 1$ — безразмерная координата.

В случае если температура цилиндрической поверхности образца меняется во времени t по закону $T(R,t) = kt$, где k — скорость нагрева образца, распределение приращения температур без учета влияния торцевых эффектов можно определить согласно [7] по следующей формуле:

$$T(r) = k\Big(t - \frac{R^2 - r^2}{4a}\Big) + \frac{2k}{Ra}\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-a\alpha_n^2 t} \, \frac{J_0(r\alpha_n)}{\alpha_n^3 J_1(R\alpha_n)}. \tag{8}$$

Здесь a — температуропроводность; $J_0(r\,\alpha_n)$, $J_1(R\alpha_n)$ — функции Бесселя нулевого и первого рода соответственно; α_n — положительные корни уравнения $J_0(a\alpha_n) = 0$.

При больших временах, соответствующих установившемуся процессу нагрева, в выражении (8) всеми членами ряда, содержащими экспоненты, можно пренебречь. При этом распределения температуры и напряжений, соответствующие установившемуся состоянию, можно найти, подставляя в (7) соотношение $T(\rho) = k[t - (R^2 - \rho^2)/(4a)]$:

$$\sigma_r(\rho) = \frac{k\alpha ER^2}{16a}\,(1-\rho^2), \qquad \sigma_\theta(\rho) = \frac{k\alpha ER^2}{16a}\,(1-3\rho^2). \tag{9}$$

Из формул (9) следует, что предельное напряженное состояние определяется температуропроводностью, размерами образца и скоростью нагрева и не зависит от условий теплообмена на границе.

На основе полученных оценок можно сделать вывод, что уровень механических напряжений и обусловленная ими АЭ не определяются однозначно текущей температурой, даже в случае когда заданы простые программы ее изменения в эксперименте.

Термоакустические эффекты памяти при установившемся и переходных режимах могут быть менее четко выражены вследствие влияния различных механизмов их возникновения.

3. Сравнение влияния различных механизмов на степень ТАЭ. Напряжения, обусловленные наличием глобальной неоднородности температурного поля, некорректно сравнивать с напряжениями, возникающими на границах зерен вследствие различия их ТКОР, в отсутствие такой неоднородности. Представляется целесообразным сравнение напряжений (1) с напряжениями на концентраторах, возникающими под действием напряжений (9). В этом случае можно оценить напряжения, обусловленные градиентом температур:

$$\sigma_g \sim \alpha\,\Delta E\,\frac{kR^2}{16a}. \tag{10}$$

Сравнение (1) и (10) показывает, что преобладание того или иного механизма определяется скоростью нагрева. Запишем соотношение

$$\frac{\sigma_g}{\sigma} = \xi''\,\frac{\alpha}{\Delta\alpha}\,\frac{\Delta E}{E}\,\frac{kR^2}{16a\,\Delta T}, \tag{11}$$

где ξ'' — коэффициент пропорциональности, по порядку величины близкий к единице.

В случае если соотношение (11) больше единицы, преобладает процесс, обусловленный глобальной неоднородностью поля температур. Оценим соотношение (11). В реальных горных породах модули упругости могут изменяться в существенно большем диапазоне, чем ТКОР, т. е. $(\alpha/\Delta\alpha)(\Delta E/E) > 1$. Величина $kR^2/(16a)$ представляет собой разность температур в центре образца и на его поверхности, поэтому в любом случае $kR^2/(16a\,\Delta T) < 1$. Таким образом, для реализации механизма ТАЭ, не обусловленного глобальной неоднородностью температурного поля, необходимы весьма малые скорости нагрева образца.

4. Выводы. Обоснованные выше теоретические модели свидетельствуют о том, что под влиянием температурных воздействий в горных породах могут развиваться различные механизмы формирования термонапряжений, при этом возникновение термоакустической эмиссии обусловлено совместным влиянием этих механизмов. В то же время вклад каждого механизма в суммарную АЭ различен и определяется как теплофизическими свойствами структурных элементов геоматериала, так и в значительной степени скоростью увеличения температуры. Поэтому анализ динамики АЭ при изменении указанной скорости позволяет выявлять преобладающий механизм возникновения термонапряжений и оценить степень однородности теплофизических свойств элементов полиминерального агрегата. Очевидно также, что для конкретной горной породы должны существовать оптимальные скорости увеличения температуры, при которых тот или иной термоэмиссионный эффект (в частности, термоэмиссионный эффект памяти) проявляется в большей или меньшей степени. Скорость увеличения температуры должна учитываться при идентификации типа горных пород и их принадлежности конкретному месторождению по соответствующим термоэмиссионным паспортам, т. е. при проведении однотипных испытаний она должна быть одной и той же.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Винников В. А., Шкуратник В. Л.** О теоретической модели термоэмиссионного эффекта памяти в горных породах // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 2. С. 172–177.
2. **Ржевский В. В., Ямщиков В. С., Шкуратник В. Л. и др.** Термоэмиссионные эффекты памяти горных пород // Докл. АН СССР. 1985. Т. 283, № 4. С. 843–845.
3. **Шкуратник В. Л., Кучурин С. В., Винников В. А.** Закономерности акустической эмиссии и термоэмиссионного эффекта памяти в образцах угля при различных режимах термического воздействия // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2007. № 4. С. 61–70.
4. **Эшелби Дж.** Континуальная теория дислокаций. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. С. 103–139.
5. **Mura T.** Micromechanics of defects in solids. Boston: Martinus Nijhoff Publ., 1982.
6. **Коваленко А. Д.** Термоупругость. Киев: Вища шк., 1975.
7. **Карслоу К.** Теплопроводность твердых тел / К. Карслоу, Д. Егер. М.: Наука, 1964.

Поступила в редакцию 8/IX 2008 г.,
в окончательном варианте — 26/III 2009 г.