

ЛИТЕРАТУРА

1. Уилкинс М. Л., Гуинан М. У. Удар цилиндра по жесткой преграде // *Механика*. — М., 1973. — № 3.
2. Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. — М.: Физматгиз, 1961.
3. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. — М.: ГИТЛ, 1956.
4. Гулидов А. П., Фомин В. М. Численное моделирование отскока осесимметричных стержней от твердой преграды // *ПМТФ*. — 1980. — № 3.
5. Уилкинс М. Л. Расчет уругоупругих течений // *Вычислительные методы в гидродинамике*. — М.: Мир, 1967.
6. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др. Физика взрыва. — М.: Наука, 1975.
7. Дунин С. З., Сурков В. В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел // *ПМТФ*. — 1982. — № 1.
8. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
9. Херман В. Определяющее уравнение для динамического сжатия пластических пористых материалов // *Механика*. — М., 1970. — № 5.

г. Новосибирск

Поступила 26/XII 1988 г.³

УДК 533.95:538.4

А. П. Кузнецов

ЭКСПРЕСС-ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РЕЛЬСОТРОННОГО УСКОРИТЕЛЯ

По поводу электромагнитного ускорения тел существует весьма обширная литература как обзорного [1, 2], так и конкретного плана [3, 4]. Большинство результатов, описанных в этих работах, получено с помощью численных методов. Их аналитическое обобщение на всю гамму вариантов такой многопараметрической задачи, какой является задача о рельсотроне, при этом оказывается затрудненным. В связи с чем полезно найти такие соотношения, связывающие характеристики разрядного контура с параметрами ускоряемого тела, которые позволили бы без претензий на особую точность, но качественно верно и быстро сделать правдоподобные оценки интересующих величин. Следует отметить, что в [5] приведены важные соотношения, касающиеся учета влияния величины активного сопротивления контура на асимптотику КПД преобразования энергии накопителя в кинетическую энергию. Настоящая работа предлагает сделать доступными быстрой оценке и величины электрических характеристик разрядного контура в зависимости от требований, предъявляемых к тракту ускорения (длина разгона, допустимые перегрузки, требуемая скорость) как для одноступенчатого, так и для многоступенчатого ускорителя.

1. Для постановки задачи воспользуемся функцией Лагранжа \mathcal{L} , которая для идеального рельсотрона имеет вид

$$(1.1) \quad \mathcal{L} = \frac{m \dot{q}_1^2}{2} + \frac{(L_0 + kq_1) \dot{q}_2}{2} - \frac{q_2^2}{2C}$$

Здесь обобщенные координаты q_1 и q_2 — соответственно путь, пройденный телом, и заряд конденсатора накопителя энергии; L_0 — начальная индуктивность ускорителя; C — емкость конденсатора; k — погонная индуктивность ускорителя; m — масса ускоряемого тела.

Аналитическое решение уравнений движения, порождаемых (1.1), не найдено, и, как сказано выше, теоретическое рассмотрение процесса ускорения требует численного решения этих уравнений.

Ниже предлагается следующая процедура экспресс-оценок параметров рельсотронного ускорителя. Рассмотрим уравнение «движения» для q_2 :

$$(1.2) \quad \ddot{q}_2 L + \dot{q}_2 \dot{L} + q_2/C = 0$$

$L = L_0 + kq_1$). Поставим в соответствие (1.2) уравнение

$$(1.3) \quad \ddot{q} + \frac{2n}{(n+2)t_*} \dot{q} + \frac{2q}{L_0 C (n+2)} = 0,$$

© 1990 Кузнецов А. П.

в котором зависящие от времени коэффициенты (1.2) заменены на постоянные, представляющие их усреднение за время ускорения $i_* = x_*/\langle V \rangle$ (x_* — путь ускорения, $\langle V \rangle$ — средняя скорость на участке ускорения). Усреднение произведено из расчета, что за время t_* приращение индуктивности ΔL составило величину nL_0 . Решением (1.3) являются функции

$$(1.4a) \quad q = \frac{q_0 \omega_0}{\omega} \exp(-\delta t/2) \cos(\omega t - \varphi);$$

$$(1.4b) \quad \dot{q} = \frac{i_0 \omega_0^2}{\omega} \exp(-\delta t/2) \sin \omega t,$$

$$\delta = 2n/(n+2)t_*, \quad \omega_0 = \omega_{00} \sqrt{2/(n+2)}, \quad \omega_{00} = 1/\sqrt{L_0 C},$$

$$\varphi = \arctg(\delta/2\omega), \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2/4}.$$

Выбор именно колебательного решения уравнения (1.3) диктуется тем, что наличие в (1.3) слагаемого, пропорционального току, не приводит к необратимым (как при чисто активном сопротивлении) потерям, ответственным за переход к аperiodическому решению. Для идеального рельсотрона квазиколебательный режим разряда осуществляется независимо от значения коэффициента в упомянутом слагаемом. Будем считать, что (1.4a), (1.4b) представляют приближенное решение (1.2). Для дальнейших выкладок воспользуемся законом сохранения энергии и (в целях упрощения вычислений) сделаем их для моментов времени $t_* = \lambda\pi/\omega$. Тогда для $\lambda = (2p+1)/2$, $p = 0, 1, 2, \dots$, можно записать

$$(1.5a) \quad L_* \dot{q}_*^2/2 + mV_*^2/2 + q_*^2/2C = E_0;$$

для $\lambda = 1, 2, 3, \dots$

$$(1.5b) \quad q_*^2/2C + mV_*^2/2 = E_0$$

(величины со звездочкой относятся к контрольному моменту ускорения t_*). Дополним эти соотношения кинематическим условием, подразумевающим равноускоренность процесса разгона:

$$(1.6) \quad t_* = 2x_*/V_* = 2nL_0/kV_*.$$

Определенным оправданием этому является следующее соображение. Квадратичная от величины тока зависимость действующей на ускоряемое тело силы приводит при квазисинусоидальной зависимости тока от времени к такой зависимости скорости ускоряемого тела от времени, которую можно представить в виде продолжающих друг друга и уменьшающихся по ординате участков, каждый из них напоминает безгистерезисную кривую намагничивания. В течение времени каждого такого участка влияние (на скорость тела) растущего в его первой половине ускорения почти полностью компенсируется падением ускорения во второй. Поэтому введение среднего за время эффективного ускорения — неплохое приближение для получения ряда интегральных соотношений. Ниже обсуждены ограничения, связанные с таким приближением. Прделанные численные расчеты подтвердили это и показали, что точность соотношения (1.6) оказывается удовлетворительной до $n = 2, \dots, 4$.

После вычислений получим соответствующие (1.5a) и (1.5b) выражения для КПД процесса

$$(1.7) \quad \eta \equiv \frac{mV_*^2}{2E_0} = 1 - 2 \frac{n+1}{n+2} \frac{(4\lambda^2\pi^2 + \beta^2)e^{-\beta}}{4\lambda^2\pi^2} - \frac{\beta^2 e^{-\beta}}{4\pi^2\lambda^2};$$

$$(1.8) \quad \eta = 1 - e^{-\beta},$$

а также связь между собственной частотой контура накопителя и характеристиками ускорения

$$(1.9) \quad \omega_{00} = \frac{V_*}{x_* \sqrt{2}} \sqrt{(4\lambda^2\pi^2 + \beta^2)(n+2)}$$

Т а б л и ц а 1

κ	η	$\lambda_{\text{оц}}$	$\lambda_{\text{ист}}$	κ	η	$\lambda_{\text{оц}}$	$\lambda_{\text{ист}}$
0,15	0,4	2,6	3	2,4	0,55	0,64	0,8
0,24	0,48	2	2,6	5,6	0,59	0,4	0,5
0,4	0,45	1,6	1,9	56	0,31	0,5	0,5
0,56	0,46	1,3	1,6				

($\beta = 2n/(n + 2)$). Расчеты показали, что эффективность ускорения для $n > 2$ заметно падает — дальнейшая прибавка скорости требует непропорционально увеличивающейся прибавки длины разгона. Подставляя в выражения (1.7)—(1.9) $n = 2$ и замечая, что уже при $\lambda = 1$ $4\pi^2\lambda^2 \gg \beta^2$, получим $\eta = 1 - 1,5 \exp(-1)$ для $\lambda = (2p + 1)/2$, $p = 0, 1, 2, \dots$, или $\eta = 1 - \exp(-1)$ для $\lambda = 1, 2, \dots$ и

$$(1.10) \quad \omega_{00} = \lambda \pi V_* / (\sqrt{2} x_*).$$

Последние две формулы для КПД можно объединить в одну, усреднив их и освободившись таким образом от связи с λ . Тогда для $n = 2$

$$(1.11) \quad mV_*^2/2E_0 = 0,5.$$

Представлялось полезным сравнить результаты оценок, получающихся по (1.10), (1.11), с результатами численного решения системы дифференциальных уравнений, порождаемой (1.1). С этой целью составлена соответствующая программа и рассчитаны несколько вариантов. Для характеристики варианта воспользуемся величиной $\kappa = (CU_0k)^2/mL_0$ (U_0 — начальное напряжение на конденсаторе). Легко показать (проанализировав условия выполнения неравенства $\varphi \ll 1$), что при $\kappa \ll 1$ ускоряемое тело является «тяжелым» для данного ускорителя — его разгон осуществляется медленно при квазипериодическом разряде конденсатора в течение нескольких периодов. И наоборот, при $\kappa \gg 1$ тело «легкое», оно разгоняется за время, примерно равное длительности первого полупериода разряда, который в этом случае носит почти аperiodический характер (с обязательными, тем не менее, переходами тока через нуль). Результаты сравнения (табл. 1) показывают, что численно полученные для $n = 2$ величины КПД мало отличаются от значения 0,5, даваемого (1.11), почти для всех κ . Заметно отклонение лишь для $\kappa > 50$, где пренебрежение величиной β по сравнению с 2λ становится некорректным и η , вычисленная по (1.7), равна 0,35. Отметим также, что данные табл. 1 отвечают результатам [1]. Для анализа точности формулы (1.10) преобразуем ее с учетом (1.11):

$$(1.12) \quad \lambda = \kappa^{-1/2}.$$

В табл. 1 приведены значения $\lambda_{\text{оц}}$, вычисленные по (1.12), и $\lambda_{\text{ист}}$, определенные из результатов численного решения. В качестве $\lambda_{\text{ист}}$ бралось число полупериодов вместе с долей последнего полупериода разряда, протекших к моменту достижения величиной ΔL значения $2L_0$. Как видно, близость оценок и «точных» численных результатов вполне удовлетворительна. Заметим, что соотношение (1.12) позволяет оценить число корней решения $\dot{q}_2(t)$ из системы уравнений, порождаемой (1.1), на интервале $0 \leq t \leq t_*$, соответствующем изменению координаты q_1 в пределах от 0 до $2L_0/k$, без решения самой системы.

Таким образом, усреднив с учетом (1.6) коэффициенты квазилинейного уравнения (1.2) и используя закон сохранения энергии, удалось получить два соотношения, связывающие характеристики контура накопителя энергии (ω_{00} , E_0), параметры канала ускорения (x_* , k) и кинетическую энергию ускоряемого тела. Напомним, что эти соотношения оценочные и имеют границу своего применения. Наличие такой границы

определено тем, что точность предположения, выраженного (1.6), с увеличением λ падает — происходит искусственное занижение скорости V_* . Это демонстрируют и соотношения (1.7), (1.8).

Действительно, при $\lambda \rightarrow \infty$ и $n \rightarrow \infty$ вычисленный по ним КПД не стремится к единице, как должно быть, а составляет несколько меньшие значения. Тем не менее упомянутые соотношения, как это видно из табл. 1, для весьма обширной области изменения κ и n , которая интересна с практической точки зрения, оказываются вполне пригодными — они даже отражают немонотонный характер зависимости $\eta(\kappa)$, присущий ускорению в идеальном рельсотроне и проиллюстрированный в [1].

2. Пользуясь описанной выше методикой, оценим возможности (или требования) многоступенчатого рельсотрона, каждая ступень которого работает независимо от других. Действительно, дополнив (1.5а) или (1.5б) величинами $mV_i^2/2$, характеризующими кинетическую энергию тела на входе в $(i + 1)$ -ю ступень и записав (1.6) в виде

$$(2.1) \quad t_* = \frac{2x_*}{V_i + V_{i+1}} = \frac{2nL_0}{k(V_i + V_{i+1})},$$

получим из закона сохранения энергии (опять неточного при $n, \lambda \rightarrow \infty$)

$$(2.2) \quad v_{i+1}^2 - 1 = \frac{2E_0\eta}{mV_i^2}.$$

Следствием (2.1) станет

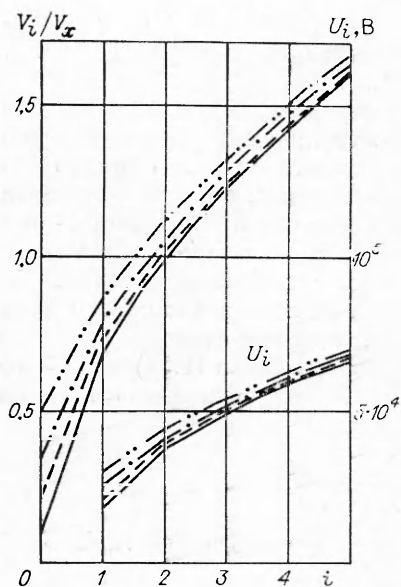
$$(2.3) \quad v_{i+1} + 1 = \frac{c_{00}^* t_*}{V_i} F,$$

где η определен из (1.7) или (1.8); $F = 2\sqrt{2}/(\lambda\pi\sqrt{n+2})$; $V_{i+1} = v_{i+1}V_i$ — скорость на выходе $(i + 1)$ -й ступени ускорителя. Опять имеем два соотношения, одно из которых представляет потенциальные возможности данной ступени, а другое формулирует требования к собственной частоте разрядного контура (а значит, и к начальному напряжению U_{i+1} на конденсаторе) в зависимости от заданных характеристик ускорения:

$$(2.4) \quad U_{i+1} = V_i(v_{i+1} + 1)\sqrt{2E_0/B}$$

($B = x_*^2 F^2/L_0$). Легко видеть, что при $V_0 = 0$ (ускорение с нулевой начальной скоростью) (2.3) переходит в (1.9). Точность формул (2.2), (2.3) также проверена в процессе анализа результатов численного решения уравнений движения, порождаемых (1.1).

Расхождения соответствующих величин на каждой ступени составляли около 1 %. Заслуживающий внимания качественный вывод, характерный как для расчетов по формулам (2.2) и (2.3), так и для численных, сводится к следующему. Если сравнить два многоступенчатых ускорителя по начальному напряжению U_i в каждой ступени и по достижимой в каждой ступени скорости V_i при отличных скоростях на входе в первую ступень, то оказывается, что если отношение начальных скоростей на входе в первую ступень было j , то, начиная со ступени с номером $i = j$, разница скоростей тел на их выходе, так же как и разница в начальных напряжениях батарей этих ступеней, составит около 5 %. Другими словами, разница параметров многоступенчатых ускорителей, обязанная своим происхождением только разнице скоростей на входе в первую ступень, существенна лишь в нескольких первых ступенях (см. рисунок). На рисунке нанесены дискретные зависимости приведенной скорости на выходе ступени и начального напряжения батареи конденсаторов ступени от номера ступени для четырех вариантов, отличающихся скоростями на входе в первую ступень (определяются из графика для $i = 0$). Масштаб скорости $V_x = \sqrt{2E_0/m}$. Расчеты произведены при $x_* = 0,2$ м, $L_0 = 4 \cdot 10^{-8}$ Гн, $E_0 = 5 \cdot 10^5$ Дж, $m = 10^{-2}$ кг, $k = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $n = 2$, $\lambda = 1$.



(3.2)

$$V_* \rho \Delta / 2x_* < \sigma_T,$$

где σ_T , ρ — предел прочности и плотность материала ускоряемого тела; Δ — его размер в направлении ускорения. С учетом соотношения типа (1.11) имеем условие на максимально допустимый запас энергии в конденсаторе

(3.3)

$$E_0 < 2\sigma_T S x_* = 2A_*$$

(S — поперечное сечение ускоряемого тела, A_* — работа разрушающей тело силы на пути ускорения).

Таким образом, учет возможного разрушения ускоряемого на участке x_* до скорости V_* (в режиме $n = 2$) тела явным образом ограничил допустимый запас энергии накопителя величиной, пропорциональной работе «разрушающей» силы на пути ускорения. Можно привести цифровые данные, характеризующие порядок граничных энергий. Так, при $x_* = 0,2$ м, $S = 10^{-3}$ м² (диск с радиусом около 2 см) $E_0 = 3 \cdot 10^4$ Дж для ускорения тела из титана [6]. Для ускорения тела из металлокерамики в этом случае допускается E_0 почти на два порядка больше [6].

Для многоступенчатого ускорителя выкладки, аналогичные предельным, приводят к условию

(3.4)

$$v_i^2 - 1 < 2\sigma_T x_* / (V_{i-1}^2 \rho \Delta).$$

Ограничение на прочность электродов, записанное [4] в виде $\sigma_s > kI_0^2 / 2S_s$, с некоторым запасом прочности (I_0 — амплитудный ток короткого замыкания накопителя) можно представить следующим образом:

(3.5)

$$\sigma_s > kU_0 C^2 \omega_{c0}^2 / 2S_s$$

(σ_s — предел прочности материала электрода). Таким образом, к двум ранее полученным соотношениям прибавилось еще два. Если учесть, что задача об идеальном рельсотроне включает в себя более десяти характеристик, то может показаться, что, располагая только четырьмя соотношениями, трудно надеяться на получение оценок параметров, обеспечивающих задание оптимального режима работы ускорителя. Однако если принять во внимание, что часть характеристик задается весьма определенно (скорость, длина, n и т. д.), число свободных характеристик может быть уменьшено и описанная экспресс-оценка поможет быстро и достаточно точно выбрать те варианты, которые по тем или иным критериям будут рассматриваться как близкие к оптимальному. Дальнейшее (уже

3. Все предыдущее исследование задачи о рельсотроне велось без учета каких-либо ограничений, связанных с реальными характеристиками материалов элементов ускорителя и ускоряемого тела. Хорошо известно, что возможность пропускать большие токи в канале ускорения ограничена требованиями механической и тепловой прочности материала электродов. Эти же проблемы возникают и для материала ускоряемого тела. Рассмотрим коррективы, которые надо внести в систему приведенных выше оценок, в связи с учетом этих ограничений.

Оценка величины среднего ускорения (при $V_0 = 0$) дает

$$(3.1) \quad a = V_*^2 / 2x_*,$$

и условие обеспечения прочности ускоряемого цилиндрического тела формулируется как

более точное) численное их исследование позволит выбрать нужный вариант.

4. Отметим в заключение, что данный подход делает возможным оценку влияния активного сопротивления ускорительного тракта. В этом случае уравнение (1.3) примет вид

$$(4.1) \quad \ddot{q} + \left[\frac{2n + (2\tau + \gamma n) t_*}{(n+2) t_*} \right] \dot{q} + \frac{2q}{L_0 C (n+2)} = 0,$$

где γ — отношение погонного сопротивления к погонной индуктивности канала рельсотрона; τ — отношение начального значения сопротивления контура к начальному значению индуктивности. Представление (4.1) позволяет сделать выкладки, подобные проведенным в предыдущих разделах. Приводить их здесь вряд ли целесообразно, так как для t_* , при которых разряд еще квазисинусоидален, полученные результаты для КПД и требования к собственной частоте контура накопителя будут скорректированы лишь количественно. Определенный интерес представляет изучение аperiodического режима.

Простейший анализ (4.1) показывает, что каждый режим ускорения рано или поздно делается аperiodическим. Можно сформулировать условие, при котором эффективный за время ускорения коэффициент затухания не позволит развиваться колебательному процессу вообще. Легко видеть, что это условие следующее:

$$(4.2) \quad \sqrt{\frac{2}{(n+2)}} \omega_{00} \approx \frac{2n + (2\tau + \gamma n) t_*}{2(n+2) t_*}.$$

В аperiodическом режиме разряда через время $t = 6/\delta$ ток падает в 6 раз по сравнению с амплитудным значением. Ограничим длительность ускорения именно этой величиной. Тогда

$$(4.3) \quad t = 4(n+3)/(2\tau + \gamma n)$$

и при использовании, как и ранее, постоянного эффективного значения ускорения имеем

$$(4.4) \quad V_* = 2x_*/t_* = nL_0(2\tau + \gamma n)/(2k(n+3)).$$

Введя, как в [5], характерную скорость

$$(4.5) \quad V_x = 4\langle R \rangle/k = 2L_0(2\tau + \gamma n)/k$$

и используя приведенное там же соотношение, получим, что отношение кинетической энергии к рассеянной в результате джоулева нагрева выразится как

$$(4.6) \quad \mu = E_k/E_R = V_*/V_x = n/(4(n+3)).$$

Другими словами, чисто аperiodический режим разряда тока при ускорении позволяет утилизировать лишь около 1/5 всей энергии накопителя в лучшем случае. Для $n = 2$ $\mu = 0,1$.

Оценим величину КПД неидеального рельсотрона в зависимости от энергии накопителя и приводимых в [4, 5] характеристик ускорителя. Для типичного рельсотрона имеем $L_0 = 10^{-8}$ Гн, $k = 10^{-7}$ Гн/м, $\tau = 10^5$ с⁻¹ (погонное сопротивление канала ускорения при этом принято равным 10^{-2} Ом/м, сопротивление накопителя 10^{-3} Ом). Характер изменения КПД такого ускорителя в зависимости от $2E_0/mV_x^2$ представлен в табл. 2. Вычисления велись с учетом (4.5) при $n = 1$. Здесь же приведены значения КПД, полученные при численном решении системы дифференциальных уравнений рельсотрона с вышеприведенными характеристиками. Численное решение показало также, что к моменту времени, когда $n = 1$, ускорение в реальном рельсотроне практически прекращается, что и оправдывает выбор значения n .

Т а б л и ц а 2

$2E_0/mV_x^2$	$\eta_{\text{оц}}$	$\eta_{\text{ист}}$
$5,55 \cdot 10^{-2}$	0,05	0,08
0,111	0,09	0,13
0,287	0,185	0,196
0,555	0,28	0,24

ЛИТЕРАТУРА

1. Шнейерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхспильных токов. — Л.: Энергоиздат, 1981.
2. Манзон Б. М. Ускорение макрочастиц для управляемого термоядерного синтеза // УФН. — 1981. — Т. 134, вып. 4.
3. Швецов Г. А., Титов В. М., Башкатов Ю. Л. и др. Исследование работы рельсотронного ускорителя твердых тел с питанием от взрывного МГД-генератора // ФГВ. — 1984. — № 3.
4. Дьяков Б. Б., Резников Б. И. Численная модель электромагнитного ускорителя тел // ТВТ. — 1987. — Т. 25, № 1.
5. Башкатов Ю. Л., Швецов Г. А. Общие энергетические соотношения в рельсотронных ускорителях твердых тел // ПМТФ. — 1987. — № 2.
6. Таблицы физических величин: Справ./Под ред. И. К. Кикоина. — М.: Наука, 1976.

г. Москва

Поступила 7/IV 1988 г.,
в окончательном варианте — 8/XII 1988 г.

УДК 593.13

С. М. Бахрах, Н. П. Ковалев, В. А. Раевский,
Ю. М. Стяжкин, Т. А. Торопова

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА СХОЖДЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

В [1], [2] отмечается, что при инерционном сжатии вязких цилиндрических оболочек внутренняя граница оболочки останавливается при достижении некоторого расстояния от оси симметрии r_{\min} , величина которого зависит от коэффициента вязкости и от геометрических и кинематических параметров оболочки. Эта зависимость может быть использована для определения коэффициента вязкости. Однако измерения затрудняются из-за малого r_{\min} при достаточно большой скорости сжатия.

В данной работе исследуется инерционное сжатие вращающейся цилиндрической оболочки с учетом сжимаемости и вязкости. В процессе сжатия такой оболочки происходит превращение и перераспределение энергии. Кинетическая энергия радиального движения преобразуется в энергию вращения и во внутреннюю энергию вещества. За счет вязкого трения вращающихся слоев оболочки энергия вращательного движения переходит в тепловую. При этом наступает момент, когда скорость радиального движения внутренней границы оболочки становится нулевой; внутренняя граница останавливается на некотором расстоянии от оси симметрии, после чего начинается разлет оболочки.

Величина r_{\min} зависит от геометрических размеров оболочки, от соотношения кинетической энергии радиального и вращательного движения в начальный момент времени и, что представляет особый интерес, от коэффициента вязкости материала оболочки. В зависимости от начальных данных r_{\min} для вязкой вращающейся оболочки может оказаться существенно больше, чем для невращающейся оболочки тех же размеров.

Система уравнений, описывающих движение вращающейся оболочки с учетом вязкости и сжимаемости, имеет следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \rho \, du/dt &= -\partial P/\partial r + \partial S_{rr}/\partial r + (S_{rr} - S_{\varphi\varphi})/r + \rho \omega^2 r, \\
 d\omega/dt &= -2u\omega/r + (\partial S_{r\varphi}/\partial r + 2S_{r\varphi}/r)/r, \\
 d\rho/dt &= -\rho(\partial u/\partial r + u/r), \quad dr/dt = u, \\
 de/dt &= -P \, d(1/\rho)/dt + (S_{rr}^2 + S_{\varphi\varphi}^2 + 2S_{r\varphi}^2)/2\rho\mu, \\
 P &= P(\rho, e), \quad S_{rr} = \mu(2\partial u/\partial r - u/r)2/3, \\
 S_{\varphi\varphi} &= (2/3)(\mu(2u/r - \partial u/\partial r)), \quad S_{r\varphi} = \mu r \partial \omega/\partial r,
 \end{aligned}$$

где ω — угловая скорость вращения; μ — коэффициент вязкости; S_{ij} — компоненты девиатора тензора вязких напряжений в системе координат x, r, φ (ox — ось вращения); остальные обозначения общеприняты.

В этой постановке не учитываются эффекты теплопроводности и второй вязкости. Для рассматриваемого случая конденсированных сред та-