

ГОРНАЯ ТЕПЛОФИЗИКА

УДК 622.253

РАСЧЕТ ЗЕМНЫХ ТЕПЛОПРИТОКОВ ПРИ ИСКУССТВЕННОМ ЗАМОРАЖИВАНИИ ПОРОДНОГО МАССИВА

М. А. Семин, Л. Ю. Левин, А. В. Пугин

*Горный институт УрО РАН,
E-mail: seminma@outlook.com, ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия*

Проведено исследование относительных земных теплопритоков при искусственном замораживании породного массива применительно к задаче формирования ледопородного ограждения шахтных стволов. В ходе моделирования искусственного замораживания выявлено, что земные теплопритоки существенно зависят от теплофизических свойств породного массива, технологических параметров замораживающей станции и от времени. Спустя 5–8 месяцев с момента начала замораживания величина земных теплопритоков выходит на стационарное значение. Получена формула для оценки стационарного значения относительных земных теплопритоков при различных температурах породного массива и замораживающего рассола.

Ледопородное ограждение, шахтный ствол, искусственное замораживание, задача Стефана, земные теплопритоки, теплопритоки от окружающих пород, численное моделирование

DOI: 10.15372/FTPRPI20200118

Сложные инженерно-геологические и гидрогеологические условия строительства подземных сооружений требуют применения специальных способов производства работ, одним из которых является искусственное замораживание грунтов [1]. Применительно к строительству шахтных стволов искусственное замораживание грунтов используется для создания ледопородного ограждения вокруг запроектированной горной выработки. Для этого по контуру будущего ствола выполняется бурение скважин, в которые опускаются замораживающие колонки. За счет работы замораживающих станций и компрессорного оборудования по колонкам осуществляется циркуляция хладоносителя (замораживающего рассола), в результате чего породный массив постепенно охлаждается, а содержащаяся в массиве вода кристаллизуется. По истечении времени вокруг замораживающих колонок образуются одиночные ледопородные цилиндры, которые в дальнейшем смыкаются в сплошное ледопородное ограждение, предотвращающее попадание грунтовых вод в строящуюся горную выработку [2, 3] (рис. 1).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ в рамках научного проекта (№ МК-6244.2018.5).



Рис. 1. Формирование ледопородного ограждения вокруг контура замораживающих скважин

Первым наиболее полным трудом, посвященным теплофизическому расчету ледопородного ограждения вблизи строящихся стволов, стала монография [3], которая в дальнейшем послужила основой для разработки инструкций и временных руководств по замораживанию грунтов и породного массива при строительстве шахтных стволов и тоннелей метрополитенов в СССР [1, 4]. Несмотря на то что к настоящему времени подходы и расчетные методы, описанные в ней, уступают по точности современным моделям и методам решения теплофизических задач с фазовыми переходами [5–8], в данной работе используются основополагающие понятия и характеристики ледопородных ограждений, необходимые для проведения анализа процесса их формирования. Так, для расчета времени, затрачиваемого на замораживание породного массива, в [3] вводится параметр Ψ , характеризующий величину относительных земных теплопритоков к границе ледопородного ограждения при работающей замораживающей станции.

Земные теплопритоки от окружающих пород связаны с охлаждением незамерзшего породного массива, окружающего ледопородное ограждение проектной толщины. Параметр Ψ рассчитывается как отношение суммарных земных теплопритоков $Q_{зем}$ на границе ледопородного ограждения к его теплосодержанию $Q_{лпо}$:

$$\Psi = \frac{Q_{зем}}{Q_{лпо}}. \quad (1)$$

Расчет земных теплопритоков, представляющих собой часть неэффективно использованной холодильной мощности замораживающей станции, осуществляется в [3] по аналитической формуле вида

$$Q_{зем} = 1.13T_0\sqrt{\lambda_2 c_2 \rho_2} \sqrt{\Delta t} S_{вн}, \quad (2)$$

где T_0 — температура нетронутого породного массива, °C; λ_2 — теплопроводность породного массива в зоне охлаждения, Вт/(м·°C); c_2 — удельная теплоемкость породного массива в зоне охлаждения, Дж/(кг·°C); ρ_2 — плотность породного массива в зоне охлаждения, кг/м³; Δt — промежуток времени активного замораживания, с; $S_{вн}$ — площадь внешней границы ледопородного ограждения, м².

Теплосодержание ледопородного ограждения $Q_{лпо}$ как полезная часть теплоты, затрачиваемая непосредственно на формирование ледопородного ограждения некоторой заданной толщины, может быть определено следующим образом:

$$Q_{лпо} = [\rho_2 c_2 (T_0 - T_{ph}) + \rho_2 Lw + \rho_1 c_1 (T_{ph} - T_{лпо})] V_{лпо}, \quad (3)$$

здесь ρ_1 — плотность породного массива в зоне льда, кг/м^3 ; c_1 — удельная теплоемкость породного массива в зоне льда, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$; T_{ph} — температура замерзания поровой воды в массиве, $^\circ\text{C}$; $T_{\text{лпо}}$ — требуемая температура ледопородного ограждения, $^\circ\text{C}$; w — начальное содержание поровой воды в массиве, кг/кг ; L — удельная теплота фазового перехода (кристаллизации) грунтовой воды, Дж/кг ; $V_{\text{лпо}}$ — объем замороженных пород, м^3 .

Таким образом, (1) позволяет оценить относительную тепловую мощность замораживающей станции, которая тратится неэффективно на охлаждение породного массива за границей ледопородного ограждения.

Фактическая температура ледопородного ограждения неоднородна по пространству и меняется от температуры T_{ph} замерзания воды в массиве до температуры $T_{\text{лпо}}$ стенок замораживающих колонок. Поэтому в (3) под $T_{\text{лпо}}$ чаще всего понимается пространственно усредненная температура ледопородного ограждения. В случае, если под $T_{\text{лпо}}$ понимается минимальная температура ледопородного ограждения, то при расчете относительных земных теплопритоков в (1) следует учесть теплоту “перемораживания” ледопородного ограждения как еще одну часть неэффективно использованной холодильной мощности замораживающей станции.

Параметр Ψ удобен для проведения оперативных экспертных оценок времени замораживания породного массива и требуемой холодопроизводительности замораживающей станции. Конечный расчет основных параметров системы искусственного замораживания (времени замораживания, холодильной мощности и пр.) следует проводить путем полноценного $2D$ или $3D$ численного моделирования.

Значение параметра Ψ находится в результате выполнения численных или аналитических расчетов теплопереноса в замораживаемом породном массиве. В [3] значение Ψ определялось на одномерной модели породного массива с одной замораживающей колонкой и обобщалось на случай множества замораживающих колонок посредством приближенной аналитической формулы. Оно варьировалось для различных типов пород в интервале от 0.32 до 0.55. Неясно, чем обусловлена вариация значений Ψ и от каких параметров задачи он зависит в большей степени. В последующие годы в литературе не было представлено исследований данного параметра или ему подобных с использованием более полных и совершенных математических моделей теплопереноса в массиве.

В настоящей работе проводится численное моделирование замораживания породного массива в программном комплексе Ansys, в результате чего определяются значения параметра Ψ при различных теплофизических свойствах породного массива и теплотехнических параметрах системы замораживания.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривалась задача о теплопереносе в горизонтальном слое обводненного породного массива при его искусственном замораживании. При разработке математической модели слоя породного массива принимались следующие допущения:

- 1) однородность и изотропность теплофизических свойств породного массива в зонах льда и охлаждения;
- 2) отсутствие течения подземных вод;
- 3) все поровое пространство массива заполнено водой и льдом (модель насыщенного массива [5]);
- 4) замораживающие колонки расположены по периметру круга заданного радиуса, а их фактические положения совпадают с проектными;

5) толщина (мощность) слоя породного массива достаточно велика для того, чтобы пренебречь влиянием вертикального теплообмена с соседними слоями породного массива [2, 6];

6) температура хладоносителя постоянная по всей глубине замораживающих колонок.

Расчет осуществлялся в модуле Ansys Transient Thermal Analysis, использующем для численного решения метод конечных элементов и энтальпийную постановку задачи о теплопереносе [9, 10]. Решаемая математическая модель представлена ниже:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla(\lambda(S_w)\nabla T), \quad (4)$$

$$\lambda(S_w) = \lambda_1 S_w + \lambda_2 (1 - S_w), \quad (5)$$

$$H(T) = \begin{cases} \rho_2 c_2 (T - T_{sc}) + \rho_2 w L, & T \geq T_{sc}, \\ \rho_1 c_1 (T - T_{sc}) + \rho_2 w S_w L, & T < T_{sc}, \end{cases} \quad (6)$$

$$S_w(T) = \begin{cases} 1, & T \geq T_{sc}, \\ \exp[B(T - T_{sc})], & T < T_{sc}, \end{cases} \quad (7)$$

$$T|_{\Gamma_{out}} = T_0, \quad (8)$$

$$\left[\lambda(S_w) \frac{\partial T}{\partial n} - \alpha_{fr} (T_{fr}(t) - T) \right] \Big|_{\Gamma_{fr}} = 0, \quad (9)$$

$$T|_{t=0} = T_0. \quad (10)$$

где H — удельная энтальпия обводненного породного массива, Дж/м³; T — температура обводненной породы, °С; λ_1 — теплопроводность породного массива в зоне льда, Вт/(м·°С); λ_2 — теплопроводность породного массива в зоне охлаждения, Вт/(м·°С); T_{sc} — температура начала кристаллизации (или температура ликвидуса) поровой воды, °С; S_w — водонасыщенность, м³/м³; B — эмпирическая константа, характеризующая скорость уменьшения содержания воды в породном массиве при уменьшении температуры, °С⁻¹; t — переменная времени, с; $T_0 > T_{sc}$ — температура нетронутого породного массива, °С; α_{fr} — коэффициент теплоотдачи через стенку замораживающей колонки, Вт/(м²·°С); $T_{fr}(t)$ — температура хладоносителя в замораживающих колонках, °С; Γ_{out} — внешняя граница расчетной области; Γ_{fr} — граница с замораживающими колонками.

В процессе кристаллизации поровых вод водонасыщенность S_w — переменная величина, стремящаяся к нулю; параметр w не меняется, так как представляет собой начальное содержание поровой воды и линейно зависит от пористости среды; коэффициент пропорциональности в данном случае ρ_w / ρ_2 , где ρ_w — плотность воды, кг/м³.

Вся информация о фазовом переходе закладывается в функцию $H = H(T)$, которая является входным параметром задачи. Наличие фазового перехода выражается в появлении сильной нелинейности функции $H = H(T)$ на коротком промежутке ΔT , за который происходит фазовый переход и поглощается энергия, равная скрытой теплоте плавления (кристаллизации) $\rho_2 w L$ (рис. 2).

Температура хладоносителя в замораживающих колонках изменяется по закону

$$T_{fr}(t) = \begin{cases} T_c t / t_{rmp}, & t \leq t_{rmp}, \\ T_c, & t > t_{rmp}, \end{cases} \quad (11)$$

где t — переменная времени, с; t_{rmp} — время выхода замораживающей станции на расчетную холодопроизводительность, с; T_c — расчетная температура хладоносителя, соответствующая расчетной холодопроизводительности замораживающей станции, °С.

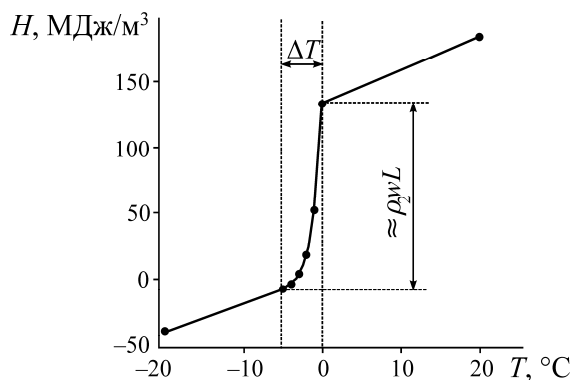


Рис. 2. Кусочно-линейная зависимость удельной энтальпии обводненного породного массива от температуры, используемая для численного моделирования

РАСЧЕТ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЗЕМНЫХ ТЕПЛОПРИТОКОВ

Допущения 1, 2 и 4 приводят к наличию у задачи вращательной симметрии и позволяют перейти от рассмотрения всего кругового контура замораживающих колонок к одному сектору с углом $\varphi = 2\pi / N$, где N — количество таких колонок (рис. 3).

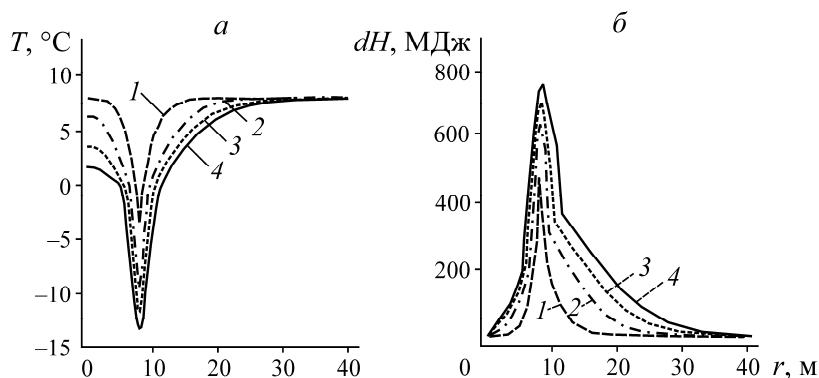


Рис. 3. Эпюры температуры (а) и изменения энтальпий (б) породного массива в замковой плоскости в различные моменты времени: 1 — 20 сут; 2 — 60; 3 — 100; 4 — 140 сут

В расчетах принималось $N = 40$. Внешний радиус замораживающей колонки равен 0.08 м, радиус контура замораживающих колонок — 8 м. Удаленность внешней границы расчетной области от контура замораживающих колонок $\Gamma_{out} = 35$ м. Данное значение выбиралось на основании предварительных расчетов таким образом [11], чтобы исключить влияние граничного условия (9) на получаемое численное решение.

Теплофизические параметры породного массива, использованные при численном решении задачи, представлены ниже:

Плотность массива в зоне охлаждения	2000 кг/м ³
Плотность массива в зоне льда	2000 кг/м ³
Удельная теплоемкость массива в зоне охлаждения	1250 Дж/(кг·°C)
Удельная теплоемкость массива в зоне льда	1000 Дж/(кг·°C)
Теплопроводность массива в зоне охлаждения	3 Вт/(м·°C)
Теплопроводность массива в зоне льда	4 Вт/(м·°C)
Температура начала кристаллизации поровой воды	0 °C
Удельная теплота кристаллизации	333 000 Дж/кг
Начальное содержание поровой воды	0.2 кг/кг
Водонасыщенность массива в начальный момент времени	1 м ³ /м ³
Начальная температура	8 °C
Расчетная температура хладоносителя	-20 °C
Коэффициент теплоотдачи между массивом и хладоносителем	25 Вт/(м ² ·°C)
Скорость уменьшения содержания поровой воды	3.3 1/°C

Зависимость (6) удельной энтальпии породного массива от его температуры задавалась в виде кусочно-линейной функции по набору точек таким образом, чтобы достаточно детально воспроизвести нелинейность кривой в интервале температур от -5 до 0 °C, обусловленную фазовым переходом (рис. 2).

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования замораживания обводненного породного массива: эпюры температуры и изменения энтальпий массива в замковой плоскости в различные моменты времени. Согласно [3], замковая плоскость перпендикулярна линии расположения замораживающих колонок и проведена на половинном расстоянии между замораживающими колонками. Под изменением энтальпии понимается разница между начальным и текущим значением удельной энтальпии.

Параметр Ψ находится по следующему алгоритму:

— расчет суммарного теплосодержания породного массива во всей расчетной области в начальный момент времени:

$$H_{S_0} = h \int_0^{R_{out}} 2\pi r (\rho_2 c_2 T_0 + \rho_2 w L) dr, \quad (12)$$

R_{out} — внешний радиус расчетной области, м; h — мощность слоя, м;

— определение суммарного теплосодержания породного массива во всей расчетной области в конечный момент времени:

$$H_S(t) = h \int_0^{R_{out}} 2\pi r H(T) dr, \quad (13)$$

$H(T)$ — удельная энтальпия обводненного породного массива, найденная по (6);

— вычисление суммарного полезного теплосодержания ледопородного ограждения во всей расчетной области в конечный момент времени:

$$H_{SU}(t) = h \int_0^{R_{out}} 2\pi r H_U(T) dr, \quad (14)$$

$$H_U(T) = \begin{cases} 0, & T \geq T_{sc}, \\ \rho_2 c_2 (T_0 - T_{sc}) + \rho_2 w (1 - S_w) L + \rho_1 c_1 (T_{sc} - T), & T < T_{sc}, \end{cases} \quad (15)$$

где $H_U(T)$ — удельная полезная теплота ледопородного ограждения, затраченная на предварительное охлаждение и последующее замораживание породного массива, составляющего ледопородное ограждение, Дж/м³;

— расчет параметра Ψ по формуле

$$\Psi(t) = \frac{H_{s0} - H_s(t)}{H_{su}(t)} - 1. \quad (16)$$

На рис. 4 представлены рассчитанные временные зависимости параметра Ψ при различных теплопроводностях, теплоемкостях и содержаниях воды в породном массиве, различных температурах хладоносителя в замораживающих колонках.

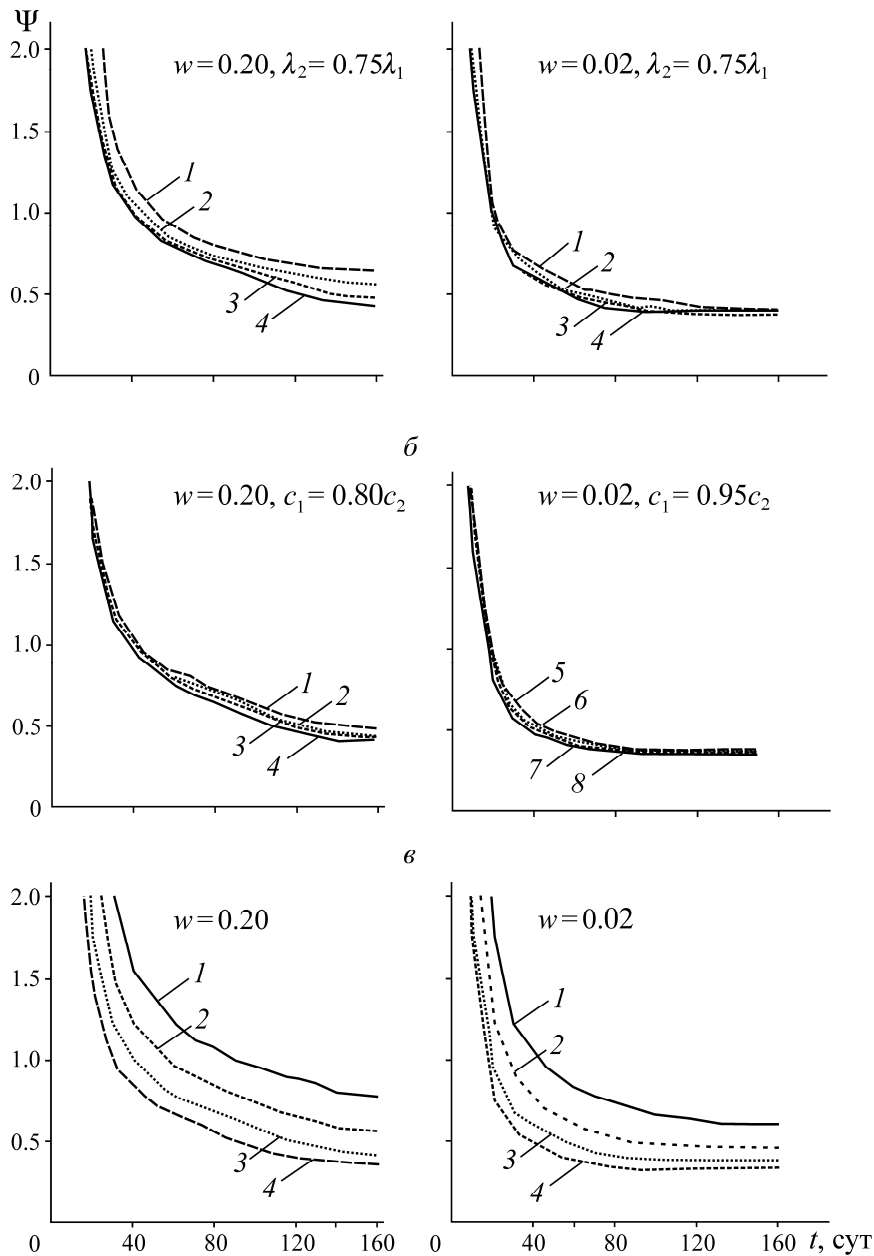


Рис. 4. Зависимость земного теплопритока от времени при различных параметрах породного массива: а — 1 — $\lambda_1 = 1.6$ Вт/(м·°С); 2 — $\lambda_1 = 2.4$; 3 — $\lambda_1 = 3.2$; 4 — $\lambda_1 = 4.0$ Вт/(м·°С); б — 1 — $c_1 = 1400$; 2 — $c_1 = 1200$; 3 — $c_1 = 1000$; 4 — $c_1 = 800$; 5 — $c_1 = 900$; 6 — $c_1 = 800$; 7 — $c_1 = 700$; 8 — $c_1 = 600$ Дж/(кг·°С); в — 1 — $T_c = -15$ °С; 2 — -20 ; 3 — -25 ; 4 — -30 °С

При вариации теплофизических свойств массива дополнительно принималось, что выполнено следующее соотношение соответствующих свойств в зоне охлаждения и зоне льда:

$$\lambda_2 = 0.75\lambda_1, \quad (17)$$

$$c_2 = c_1 \frac{wc_m + (1-w)c_{ice}}{wc_m + (1-w)c_{wat}}.$$

Здесь c_m — теплоемкость скелета породного массива, Дж/(кг·°С); c_{ice} , c_{wat} — теплоемкости льда и воды, Дж/(кг·°С). Коэффициент 0.75 взят как среднее значение на основании анализа эмпирических данных по замораживанию различных типов водонасыщенных пород [12].

Расчеты показали, что в первые месяцы работы замораживающей станции он существенно зависит от времени. При малых временах (до 3 мес) параметр Ψ убывает с ростом времени по степенному закону $t^{-1/2}$. По прошествии 5–8 мес выходит на стационарное значение, которое варьирует в широком диапазоне от 0.35 до 1.30.

Изменение стационарного значения параметра Ψ происходит в основном при вариации содержания воды в массиве w и расчетной температуры хладоносителя T_c (рис. 4б). Получено, что Ψ возрастает с увеличением содержания воды. Это свидетельствует о том, что в случае сильно обводненного породного массива замораживание единицы его объема до расчетной температуры ледопородного ограждения приводит к большим тепловым потерям на охлаждение незамороженного массива вовне контура ледопородного ограждения по сравнению с замораживанием единицы объема более “сухой” породы. Большие тепловые потери происходят, вероятнее всего, по причине инерционности процесса фазового перехода, которая тем больше, чем выше содержание воды в массиве. Мерой инерционности в данном случае является теплота фазового перехода единицы объема массива $\rho_2 wL$. Это демонстрирует уравнение для продвижения фронта фазового перехода в массиве для случая одной замораживающей скважины [13, 14]:

$$\rho_2 wL \frac{dR_{\text{лпо}}}{dt} = q_1 - q_2. \quad (18)$$

где $R_{\text{лпо}}$ — радиус ледопородного ограждения, м; q_1 и q_2 — тепловые потоки на границе ледопородного ограждения со стороны зоны льда и зоны охлаждения соответственно, Вт/м².

Видно, что параметр Ψ возрастает при уменьшении температуры хладоносителя в замораживающих колонках. Данный факт является логичным, поскольку при более низкой температуре хладоносителя замораживание породного массива происходит быстрее, а тепловые потоки меньше распространяются вглубь за счет тепловой диффузии, скорость протекания которой неизменна и зависит только от температуропроводности в зоне охлаждения [15].

При низком содержании воды в поровом массиве ($w \leq 0.04$) стационарное значение Ψ практически не зависит от теплоемкости и теплопроводности породного массива. С учетом этого факта получена аппроксимационная формула для стационарного значения Ψ как функции температуры хладоносителя, температуры нетронутого массива и температуры фазового перехода воды:

$$\Psi = 1.12 \left(\frac{T_0 - T_{sc}}{T_{sc} - T_c} \right)^{0.85}. \quad (19)$$

Данная формула вычислена с использованием метода наименьших квадратов по 45 расчетным точкам при различных температурах хладоносителя, породного массива и начала фазового перехода. Безразмерный комплекс $(T_0 - T_{sc}) / (T_{sc} - T_c)$, присутствующий в (19), представляет

собой отношение перепадов температур в зоне охлаждения $\Delta T_2 = T_0 - T_{sc}$ и зоне льда $\Delta T_1 = T_{sc} - T_c$. В случае нулевого содержания воды в массиве безразмерный комплекс $\Delta T_2 / \Delta T_1 = (T_0 - T_{sc}) / (T_{sc} - T_c)$ вырождается в $-T_0 / T_c$.

При выводе (19) полагалось, что радиус контура замораживающих колонок составляет $R_c = 8$ м, а расстояние Δ между соседними замораживающими колонками — 1.25 м. Дополнительные численные расчеты показали, что при вариации значения R_c параметр Ψ меняется существенно, в то время как при вариации Δ параметр Ψ практически не меняется и в пределах $\Delta = [1.1; 1.4]$ отличается от своего референтного значения (при $\Delta = 1.25$ м) не более чем на 3%. Проведенный качественный анализ показывает, что при увеличении радиуса R_c доля относительных земных теплопритоков Ψ уменьшается со скоростью порядка 0.1 м^{-1} .

При начальном содержании поровой воды в массиве $w > 0.04$ кг/кг относительная величина земных теплопритоков зависит не только от безразмерного температурного комплекса $\Delta T_2 / \Delta T_1$, но и от начального содержания воды в пористом породном массиве, от теплопроводностей и удельных теплоемкостей массива в зонах льда и охлаждения. Выполнить количественный анализ влияния всех перечисленных параметров на параметр Ψ не представляется возможным. Для точного расчета Ψ требуется численное моделирование. Однако в данной ситуации можно получить верхнюю оценку значений параметра Ψ . Такую оценку следует проводить, рассмотрев породный массив с минимальными теплопроводностями и максимальными теплоемкостями (или в целом — минимальными теплопроводностями), а температура хладоносителя должна быть максимальной.

Для получения верхней оценки значений параметра Ψ принимаются следующие расчетные параметры задачи, соответствующие слою глины, который имеет наименьшую теплопроводность в геологическом разрезе в пределах промплощадки Петриковского горно-обогатительного комбината [9]: плотность $\rho_1 = \rho_2 = 1960$ кг/м³; теплопроводности в зонах льда и охлаждения $\lambda_1 = 1.50$ и $\lambda_2 = 1.29$ Вт/(м·°С) соответственно; удельные теплоемкости в зонах льда и охлаждения $c_1 = 1170$ и $c_2 = 1800$ Дж/(кг·°С) при содержании воды $w = 0.302$ кг/кг. Температура хладоносителя $T_c = -20$ °С. В этом случае параметр Ψ зависит от содержания воды следующим образом:

$$\Psi = 0.43 + 2.4w^{0.8}. \quad (20)$$

Для нахождения приближенной оценки земного теплопритока при замораживании обводненного породного массива (20) можно нормировать на единицу при $w = 0.04$ и рассматривать как дополнительный множитель к (19), позволяющий явно учитывать начальное содержание воды в породном массиве w .

ВЫВОДЫ

В ходе многопараметрического численного моделирования формирования ледопородного ограждения получено, что относительные земные теплопритоки зависят от теплофизических свойств породного массива (теплопроводность, теплоемкость, содержание воды, начальная температура массива), технологических параметров работы замораживающей станции (температура хладоносителя) и от времени.

В первые три месяца работы замораживающей станции параметр Ψ относительных земных теплопритоков существенно зависит от времени. Убывание его со временем происходит по степенному закону $t^{-1/2}$. По прошествии 5–8 мес параметр Ψ выходит на стационарное значение, которое варьирует в широком диапазоне 0.35–1.30. Получена формула для оценки стационарного значения относительных земных теплопритоков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ВСН 189-78.** Инструкция по проектированию и производству работ по искусственному замораживанию грунтов при строительстве метрополитенов и тоннелей. — М.: Минтрансстрой, 1978. — 113 с.
2. **Дорман Я. А.** Искусственное замораживание грунтов при строительстве метрополитенов. — М.: Транспорт, 1971. — 302 с.
3. **Трупак Н. Г.** Замораживание горных пород при проходке стволов. — М.: Углетехиздат, 1954. — 896 с.
4. **Временное руководство** по проектированию процесса замораживания пород для проходки вертикальных стволов шахт. — Харьков: ВНИИОМШМ, 1971. — 103 с.
5. **Alzoubi M. A., Nie-Rouquette A., and Sasmito A. P.** Conjugate heat transfer in artificial ground freezing using enthalpy-porosity method: Experiments and model validation, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2018, Vol. 126. — P. 740–752.
6. **Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., and Guérin F.** Thermo-hydraulic modeling of artificial ground freezing: Application to an underground mine in fractured sandstone, *Computers and Geotechnics*, 2016, Vol. 75. — P. 80–92.
7. **Panteleev I., Kostina A., Zhelnin M., Plekhov O., and Levin L.** Numerical model of fluid-saturated rock mass with phase transitions as a theoretical basis for artificial ground freezing control system, *Geomechanics and Geodynamics of Rock Masses: Proc. of the 2018 European Rock Mech. Symp.*, 2018, Vol. 1. — P. 1273–1279.
8. **Гендлер С. Г.** Обеспечение комплексной безопасности при освоении минерально-сырьевых и пространственных ресурсов недр // *Горн. журн.* — 2014. — № 5. — С. 5–6.
9. **Meyer G. H.** Multidimensional Stefan problems, *SIAM J. on Numerical Analysis*, 1973, Vol. 10. — P. 522–538.
10. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С.** Математическое прогнозирование толщины ледопородного ограждения при проходке стволов // *ФТПРПИ.* — 2017. — № 5. — С. 154–161.
11. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В.** Разработка математических методов прогнозирования микроклиматических условий в сети горных выработок произвольной топологии // *ФТПРПИ.* — 2014. — № 2. — С. 154–161.
12. **Разработка исходных данных для проекта проходки шахтных стволов.** В т. ч.: исходные данные по скиповому стволу: отчет о НИР. — Минск: ОАО “Белгорхимпром”. — 2013. — 192 с.
13. **Дмитриев А. П., Гончаров С. А.** Термодинамические процессы в горных породах. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Недра, 1990. — 360 с.
14. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964. — 488 с.
15. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В.** Калибровка теплофизических свойств породного массива при моделировании формирования ледопородного ограждения строящихся шахтных стволов // *ФТПРПИ.* — 2019. — № 1. — С. 172–184.

*Поступила в редакцию 05/VI 2019
После доработки 11/IX 2019
Принята к публикации 04/II 2020*