

5. Войтенко А. Е. Получение газовых струй большой скорости. Докл. АН СССР, 1964, т. 158, № 6.
6. Войтенко А. Е. Сильные ударные волны в воздухе. Ж. техн. физ., 1966, № 1, стр. 178.
7. Дубовик А. С. Фотографическая регистрация быстропротекающих процессов. Изд-во «Наука», 1964.
8. Davies D. R. Shock Waves in Air at Very High Pressures. Proc. Phys. Soc., 1948, vol. 61, part 2, No. 344, p. 105.
9. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.

## К РАСЧЕТУ ТЕПЛОТДАЧИ В СОПЛАХ

**Б. П. Миронов (Новосибирск)**

Излагается упрощенный способ расчета теплоотдачи в дозвуковых и сверхзвуковых соплах, основанный на решении уравнения энергии с использованием относительных законов теплообмена.

Интенсивность теплообмена в соплах зависит от многих факторов, таких, например, как расход газа, геометрические размеры, сжимаемость, неизотермичность, длина предвключенного участка, шероховатость, химические реакции и т. п.

В экспериментальных работах [1-5] получены формулы для расчета теплоотдачи в соплах.

В эти формулы основными параметрами входит расход газа и размеры сопла. Влияние других факторов учитывается с некоторой условностью, например, выбором соответствующей определяющей температуры, введением поправочных коэффициентов.

Более эффективные результаты получаются при сочетании экспериментальных данных с теоретическими методами, которые учитывают развитие теплового пограничного слоя по длине. В работах [6,7] дается приближенное теоретическое решение задачи о теплообмене в соплах. В этом решении закон трения, полученный для несжимаемого газа, распространяется на условия сжимаемости посредством введения «среднеарифметической» определяющей температуры. В работе [8] приводится метод расчета, в основу которого положена некоторая эффективная длина, учитывающая историю развития пограничного слоя. Ниже рассматривается упрощенный метод определения теплоотдачи в соплах, основанный на решении уравнения энергии с использованием относительных законов теплообмена.

Уравнения теплового пограничного слоя в интегральном виде для осесимметричного течения при отсутствии поперечного потока вещества удобно записать в виде [9]

$$\frac{dR_{T^{**}}}{dx} + R_{T^{**}} \left( \frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dx} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \right) = R_L S \quad (1)$$

$$R_{T^{**}} = \frac{\delta_{T^{**}} w_0 \rho_0}{\mu_{00}}, \quad \delta_{T^{**}} = \int_0^{\delta} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \left( 1 - \frac{T_w - T^*}{T_w - T_{00}} \right) \left( 1 \pm \frac{y}{r} \cos \frac{\beta}{2} \right) dy$$

$$\Delta T = T_w^* - T_w, \quad T_w^* = T_0 (1 + 1/2 n (k-1) M^2), \quad R_L = \frac{w_0 L \rho_0}{\mu_{00}}, \quad x = \frac{X}{L}$$

$$S = \Psi S_0, \quad S_0 = \frac{B}{2 (R_{T^{**}})^m P^{0.75}} \left( \frac{\mu_0}{\mu_{00}} \right)^m \quad (2)$$

Здесь  $r$  — текущий радиус сопла;  $x$  — координата, отсчитываемая вдоль обрабатываемой;  $L$  — некоторая характерная длина;  $\rho, w, \rho_0, w_0$  — плотность и скорость в пограничном слое и на его внешней границе;  $n$  — коэффициент восстановления;  $k$  — показатель адиабаты;  $M$  — число Маха;  $\mu_0, \mu_{00}$  — значение динамической вязкости при термодинамической  $T_0$  и заторможенной температуре  $T_{00}$ ; индекс  $w$  означает параметры на стенке;  $\Psi$  — относительная величина, представляющая собой отношение критерия Стантона  $S$  в заданных условиях (т. е. при наличии сжимаемости, неизотермичности, химических реакций и т. п.) к критерию Стантона на плоской пластине при тех же значениях  $R_{T^{**}}$ , но при отсутствии возмущающих факторов.

Значение  $\Psi$ , учитывающее влияние неизотермичности и сжимаемости, может быть найдено как опытным путем, так и на основе теории предельных законов. Согласно [10]

$$\Psi = \left( \frac{2}{\sqrt{T_w/T_w^* + 1}} \right)^2 \left[ \frac{\arctg \sqrt{1/2 n (k-1) M}}{\sqrt{1/2 n (k-1) M}} \right]^2 \quad (3)$$

Д. Б. Сполдинг, аппроксимируя формулы, приведенные в [8], предложил следующее выражение для  $\Psi$ :

$$\Psi = \left[ \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{T_w}{T_0} \right)^{1/2} + 1 \right\}^2 + \frac{1}{6} n \frac{k-1}{2} M_0^2 \right]^{-1} \quad (4)$$

Интеграл уравнения (1) равен

$$R_{T^{**}} = \frac{1}{r\Delta T} \left\{ \frac{(1+m)B}{2P^{0.75}} \int_0^x \Psi R_L (r\Delta T)^{1+m} \left( \frac{\mu_0}{\mu_{00}} \right)^m dx + [r\Delta T R_{T^{**}}]_{x=0}^{1+m} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (5)$$

Имея (2), (3), (5), можно определить значения коэффициентов теплоотдачи по длине сопла. Справедливость этого метода подтверждается в [9]. Однако этот расчет является довольно громоздким. Ниже рассматриваются некоторые упрощения теоретического метода, которые позволяют значительно сократить объем расчетных работ. При этом сохраняется общность метода и достаточная для практики точность.

Рассмотрим дозвуковое сопло. Поскольку термодинамическая температура потока по длине сопла меняется в этом случае незначительно, отношение  $\mu_0/\mu_{00}$  близко к единице. Если ввести некоторую среднюю температуру стенки  $T_w$  и принять ее постоянной по длине дозвуковой части сопла, то значение  $\Psi$ , входящее в (5), также можно считать постоянным. Это предположение вполне допустимо при определении  $R_{T^{**}}$  для нахождения  $S_0$  по второй формуле (2), поскольку  $R_{T^{**}}$  входит сюда в степени  $m = 0.25$ . Для нахождения  $S$  по (2) выражение  $\Psi$  можно брать как функцию  $x$ .

Любой контур осесимметричного сопла можно представить состоящим из рядо-конических секций (фиг. 1). Выберем начало отсчетов  $x$  вдоль образующей, как показано на фиг. 1, т. е. от начала каждого конического участка. Масштабную длину  $L$  примем для каждого участка равной

$$L_i = \frac{D^{\circ}}{\sin 1/2\beta_i} \quad (6)$$

Здесь  $D^{\circ}$  — входной диаметр конического участка,  $\beta_i$  — полный угол его раствора ( $0 < 1/2\beta_i < 90^{\circ}$ ).

Выразим изменение параметров вдоль сопла через уравнение неразрывности

$$\frac{w_0\rho_0}{w^{\circ}\rho^{\circ}} = \frac{D_i^{\circ 2}}{D_i^2} \quad (7)$$

Здесь  $D_i$  — текущий диаметр сопла. Для суживающегося сопла

$$D_i/D_i^{\circ} = 1 - 2x_i \quad (0 < x < 0.5)$$

С учетом вышеуказанной зависимости (5) преобразуется к виду

$$R_{T^{**}} = \frac{1}{1-2x_i} \left\{ \frac{0.0315}{P^{0.75}} \Psi R_i^{\circ} [1 - (1-2x_i)^{0.25}] + (R_{T^{**}})_{x_i=0}^{1.25} \right\}^{0.8} \quad (8)$$

$$R_i^{\circ} = \frac{w_i^{\circ}\rho_i^{\circ}D_i^{\circ}}{\mu_{00} \sin 1/2\beta_i}$$

Здесь индексом  $^{\circ}$  обозначаются параметры на входе. Значения  $B$  и  $m$  приняты 0.0252 и 0.25 соответственно.

Коэффициенты теплоотдачи в каждом коническом участке найдутся из выражения

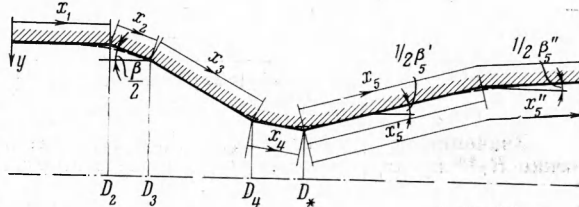
$$\alpha_i = 3600\gamma_0 w_0 c_p S = \frac{3300 G c_p \Psi S_0}{1/4 \pi (1-2x_i)^2 D_i^{\circ 2}} \quad (9)$$

Здесь  $G$  — секундный расход газа через сопло,  $c_p$  — теплоемкость. Окончательно имеем

$$\alpha = \frac{57.8 G c_p \Psi}{(1-2x_i)^2 D_i^{\circ 2} (R_{T^{**}})^{0.25} P^{0.75}} \quad (10)$$

где значения  $\bar{R}_{T^{**}}$  определяются по уравнению (8).

Рассмотрим теперь сверхзвуковую часть сопла. Для этой части можно также сделать допущения относительно постоянства некоторой средней температуры стенки. Для умеренных значений чисел  $M \leq 3$  можно считать, что  $(\mu_0/\mu_{00})^{0.25} \sim 1$ . Например, для воздуха  $(\mu_0/\mu_{00})^{0.25} = 0.9$  при  $M = 3$ . Контур сверхзвуковой части сопла во многих



Фиг. 1. Расчетная схема

практических случаях является коническим или достаточно хорошо аппроксимируется одним коническим участком. В отличие от дозвуковой части, функция  $\Psi$  здесь существенно меняется по  $x$ . Однако при  $T_w = \text{const}$  множитель в уравнении (3), содержащий отношение  $T_w/T_w^*$ , может быть вынесен за знак интеграла, так как  $T_w^*$  по длине сопла практически не меняется. В силу этого, с учетом (7), формула (5) для расширяющегося сопла преобразуется к виду

$$R_{T^{**}} = \frac{1}{1+2x_i} \left[ \frac{(1+m)B}{2P^{0.75}} R_* \left( \frac{2}{\sqrt{T_w/T_w^*+1}} \right)^2 \times \int_0^{x_i} \left( \frac{\text{arc tg } \sqrt{1/2} n (k-1) M}{\sqrt{1/2} n (k-1) M} \right) \left( \frac{D_i}{D_*} \right)^{m-1} dx_i + (R_{T^{**}})_{x_i=0}^{1+m} \right]^{1/(1+m)} \quad (11)$$

$$R_* = \frac{w_* \rho_* D_*}{\mu_{00} \sin^{1/2} \beta_i}$$

Здесь индексом \* обозначены параметры в критическом сечении сопла.

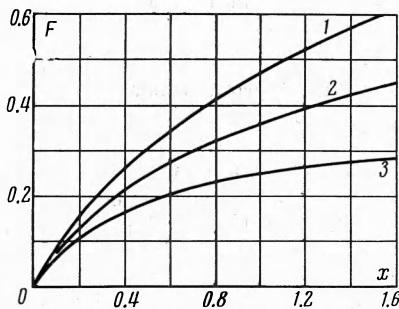
Для одномерного течения значения  $M$  однозначно связаны с отношением  $D_i/D_*$  или с координатой  $x_i$ . Таким образом, интеграл уравнения (11) может быть вычислен и затабулирован. На фиг. 2 даны значения этого интеграла для различных  $k$  при  $n = 0.9$ . Поскольку  $\mu_0/\mu_{00} = (T_0/T_{00})^q$ , а  $T_0/T_{00}$  — функция числа  $M$ , а следовательно, и координаты  $x_i$ , то интеграл уравнения (11) можно затабулировать, не прибегая к допущению  $(\mu_0/\mu_{00})^m \approx 1$ . Это желательно сделать при  $M > 3$  и когда известен показатель степени  $q$  для конкретных условий.

Таким образом, для определения коэффициентов теплоотдачи в сопле получаем формулы ( $B = 0.0252$ ,  $m = 0.25$ )

$$R_{T^{**}} = \frac{1}{1+2x_i} \left\{ \frac{0.0157}{P^{0.75}} R_* \left( \frac{2}{\sqrt{T_w/T_w^*+1}} \right)^2 F(x_i) + (R_{T^{**}})_{x_i=0}^{1.25} \right\}^{0.8} \quad (12)$$

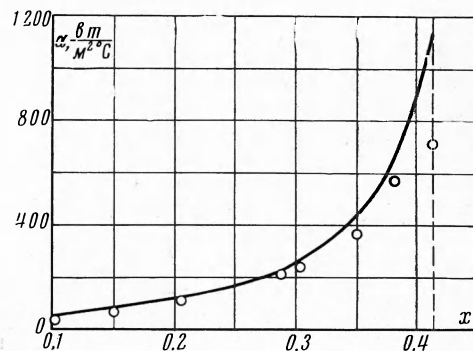
$$\alpha = \frac{57.8 G c_p \Psi}{(1+2x_i)^2 D_*^2 (R_{T^{**}})^{0.25} P^{0.75}} \left( \frac{\mu_0}{\mu_{00}} \right)^{0.25}$$

Значения  $F(x_i)$  даны на фиг. 2,  $x_i$  отсчитывается от критического сечения. Значение  $R_{T^{**}}$  при  $x_i = 0$  известно из расчета дозвуковой части сопла.



Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимость функции  $F(x)$  от  $x$  и  $k$ . Кривые 1; 2; 3 соответствуют значениям  $k = 1.2, 1.4, 1.67$



Фиг. 3

Фиг. 3. Сопоставление расчетной кривой с опытами [1] при  $\psi = 0.637 \div 0.765$

При необходимости аппроксимировать контуры сопла несколькими коническими участками первая формула (12) меняет свой вид. В соответствии с принятыми на фиг. 1 обозначениями, теплоотдача рассчитывается по формуле (12)

$$R_* = R_*' = \frac{w_* \rho_* D_*}{\mu_{00} \sin^{1/2} \beta_5'} \quad (x_5 = x_5'), \quad R_*'' = \frac{w_* \rho_* D_*}{\mu_{00} \sin^{1/2} \beta_5''} \quad (x_5 > x_5')$$

$$R_{T^{**}} = \frac{1}{1+2x_5} \left\{ \frac{0.0157}{P^{0.75}} R_*'' \left( \frac{2}{\sqrt{T_w/T_w^*+1}} \right)^2 [F(x_5) - F(x_5')] + [(1+2x_5) R_{T^{**}}]_{x_5=x_5'}^{1.25} \right\}^{0.8}$$

Значения  $x_3$  и в этом случае отсчитываются от критического сечения независимо от того, состоит ли сверхзвуковая часть сопла из одного или нескольких конических участков. Это оказывается возможным благодаря соотношению (6), вследствие чего  $x_3$  является функцией лишь отношения диаметров

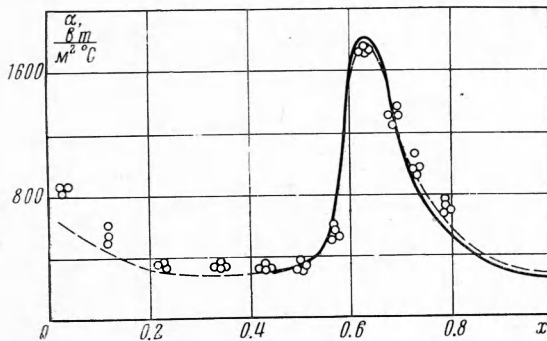
$$x_3 = 0.5 (D_2/D_* - 1)$$

В результате проделанных упрощений получены удобные для расчета формулы. При этом вычислительная работа может быть существенно сокращена, если все сомножители формул, содержащие  $x$ , затабулировать.

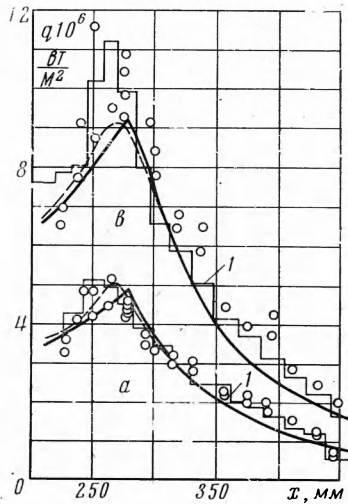
На фиг. 3—5 дано сопоставление опытных и расчетных данных по уравнению (5) и упрощенной методике (формулы (8), (10), (12)). Как видно из графиков, совпадение расчета с опытом вполне удовлетворительное. Исключение составляют данные Бакирова лишь для критического сечения, которые значительно ниже расчетных.

Следует особо остановиться на относительном законе теплообмена  $\Psi$ . Для дозвуковой части сопел влиянием числа  $M$  на величину  $\Psi$  можно пренебречь, и, таким образом, в этой зоне величина  $\Psi$  практически зависит лишь от температурного фактора

$$\frac{T_w}{T_w^*} \approx \frac{T_w}{T_0} = \Psi$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Сопоставление расчетных кривых с опытными данными [9] для  $\psi = 0.580 - 1.48$   $M \leq 2.9$  (суживающаяся часть аппроксимирована тремя коническими поверхностями; сплошная кривая по (8), (10) штриховая расчет по (5))

Фиг. 5. Сопоставление расчетов с опытными данными [4] (суживающаяся часть аппроксимирована одним коническим участком);  $\psi \geq 0.225$   $M \leq 2.6$   
Кривые *a*, *b* соответствуют опытам при давлении  $6 \cdot 10^6$  н/м<sup>2</sup>,  $1.38 \cdot 10^6$  н/м<sup>2</sup>, ступенчатая кривая *1* — калориметрические измерения

В рассмотренных выше примерах  $\psi < 1$ . Опубликованные в литературе опытные исследования по изучению влияния температурного фактора на теплообмен при  $\psi < 1$  довольно разноречивы, и, таким образом, еще не существует окончательно сложившегося мнения о зависимости  $\Psi$  от  $\psi$  при  $\psi < 1$ .

Согласно теории предельных законов, при  $\psi < 1$  функция  $\Psi$  возрастает с уменьшением  $\psi$ . При этом поправка на конечные числа  $R_T^{**}$  существенно влияет на  $\Psi$  лишь при малых значениях  $\psi$ .

Приведенные на фиг. 3—5 расчетные и опытные данные подтверждают правильное качественное и количественное влияние  $\Psi$  на теплообмен при  $\psi < 1$ . Значения  $\Psi$  в (10), (12) для  $\psi$ , близких к единице, подсчитывались по предельной формуле (3), а для малых значений  $\psi$  — с учетом конечных чисел  $R_T^{**}$  [8] и в рассматриваемых условиях величина  $\Psi$  изменялась от 1.1 до 1.3. Поскольку в (10), (12) число  $R_T^{**}$  входит в степени 0.25, значения  $\Psi$  для определения  $R_T^{**}$  по (5) находились по предельным зависимостям (3), (4).

Следует указать, что теоретический расчет с использованием функции  $\Psi$  дает возможность рассчитать теплообмен в соплах на нестационарном режиме. Предложенный упрощенный метод можно распространить и на случай переменной температуры стенки. Для этого необходимо усреднить температуру стенки в пределах каждой конической секции. Отметим, что этот упрощенный метод всегда дает возможность оценить погрешность, даваемую им по сравнению с более точным методом по уравнению (5).

Поступила 6 VII 1964

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бакиров Н. У. Конвективный теплообмен в сужающемся и расширяющемся осесимметричных соплах. Изд. Высш. уч. завед. МВО СССР, Авиационная техника, 1958, № 4.
2. Saunders O. A., Calder P. H. Heat Transfer in Nozzle at Supersonic speeds. Engng August, 1952, No. 8.
3. Уэлш У. Е., Витте А. Б. Сравнение локальных тепловых потоков, найденных теоретическим и экспериментальным путем в камерах РЖД. Теплопередача (русс. перев.), 1962, № 1.
4. Витте А. Б., Харпер Е. Г. Экспериментальное исследование теплоотдачи в соплах ракетных двигателей. Ракетная техника и космонавтика (русс. перев.), 1963, № 2.
5. Greenfield S. Determination of Rocket Motor Heat Transfer Coefficients by the Transient Method. J. Amer. Scienc. 1951, vol. 18, No. 8.
6. Bartz D. R. An Approximate Solution of Compressible Turbulent Boundary Layer Development and Convective Heat Transfer in Convergent-Divergent Nozzles. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 8.
7. Bartz D. R. A simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients. J. Jet Propuls., No. 1, 1957.
8. Рейк Е. У., Чекалин В. Е. Конвективный теплообмен в сверхзвуковых соплах. Инж. ж., 1962, т. 2, № 2.
9. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Изд. СО АН СССР, 1962.
10. Сб. «Трение и тепломассообмен в турбулентном пограничном слое» под ред. Кутателадзе С. С. Изд. СО АН СССР, 1964.

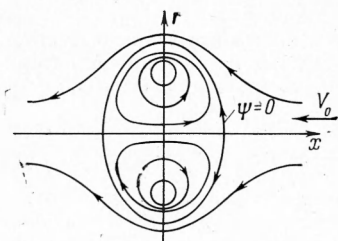
## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА КОЛЬЦЕВОГО ВИХРЯ

Д. Г. Ахметов, О. П. Бисаров

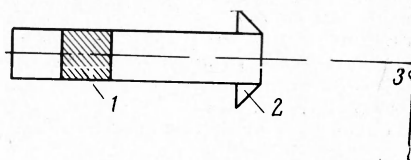
(Новосибирск)

В работе экспериментально изучена структура воздушного кольцевого вихря методами термоанемометрии и скоростной киносъемки. Получено поле скоростей, картина линий тока, а также распределение вихря скорости. Подтверждена классическая картина линий тока. Показано, что вихрь скорости почти целиком локализован в области ядра кольцевого вихря и быстро затухает с удалением от ядра. Из анализа экспериментальных результатов делается вывод о нестационарности кольцевых вихрей.

1. Качественная картина кольцевого вихря. На фиг. 1 представлена картина линий тока в системе координат, движущихся с вихрем [1]. Нулевая поверхность тока состоит из оси симметрии  $r = 0$  и некоторой замкнутой поверхности, делящей пространство на две области: внутреннюю ( $\psi > 0$ ) и внешнюю ( $\psi < 0$ ). В области  $\psi > 0$  все поверхности тока замкнуты, и масса жидкости в объеме, ограниченном поверхностью



Фиг. 1



Фиг. 2

$\psi = 0$ , перемещается в пространстве как единое целое. Наблюдается высокая устойчивость движения этого объема и сравнительно малое изменение скорости поступательного движения, что свидетельствует о малой диссипации энергии. Фотографические методы исследования также подтверждают описанную картину течения [2]. Однако наблюдения не позволяют сделать достаточно убедительные выводы о поле скоростей кольцевого вихря, распределении  $\text{rot } \mathbf{v}$  в пространстве, асимметрии линий тока относительно плоскости  $x = 0$ , вызванной влиянием вязкости. Особенно существенно распределение  $\text{rot } \mathbf{v}$ , так как знание этой величины позволяет легко находить в данный момент времени все остальные характеристики гидродинамической структуры и диссипативную функцию.