

**ПРИБЛИЖЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДЛЯ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА  
К СТЕНКАМ ПРИ ЭЛЕКТРОДУГОВОМ ПОДОГРЕВЕ В КРУГЛОЙ ТРУБКЕ**

**И. И. Суков**  
(Новосибирск)

В связи с распространением электродуговых подогревателей (плазматронов) для получения потока высокотемпературного газа приобрели большую актуальность исследования взаимодействия между подогреваемым газом, электрической дугой и стенками подогревателя. Преобладают экспериментальные работы, что объясняется главным образом трудностями теоретических исследований, которые должны опираться на взаимосвязанные уравнения магнитной газодинамики при некоторых начальных и граничных условиях; физико-химические изменения и лучистый теплообмен приводят к усложнению структуры этих уравнений и увеличению их количества.

Результаты по установлению безразмерных критериев подобия и обобщению экспериментальных данных при помощи теории подобия [1] и теории размерностей [2] являются основой для дальнейшей разработки вопросов моделирования и представления экспериментальных безразмерных характеристик электродуговых подогревателей критериальными эмпирическими формулами.

Количество доступных исследований, направленных на определение характеристик электродугового подогрева теоретическим путем, невелико [3-5], причем работа [5] включает в себя результаты работы [4].

В этих работах рассматривается электродуговой подогрев газа в цилиндрической трубке круглого поперечного течения (задача о положительном столбе дуги в потоке газа, текущего в круглой трубке) при ламинарном течении без учета излучения.

Кроме указанных работ, имеются еще теоретические работы по цилиндрической дуге, из которых упомянем лишь недавно опубликованное исследование о влиянии излучения на характеристики дуги в аргоне [6].

Для получения точного решения задач электродугового подогрева очевидна необходимость соответствующего развития численных методов и совершенствования методики определения коэффициентов переноса при высоких температурах.

Наряду с этим, полезны простые приближенные теоретические разработки по электродуговому подогреву, которые в основном правильно отражают происходящие процессы, хотя и не обеспечивают столь точных результатов.

В предлагаемой работе представлены результаты теоретического исследования электродугового подогрева газа в круглой трубке. Для случаев стабилизированного подогрева и отсутствия потока в трубке дается приближенная зависимость теплового потока к стенке от напряженности электрического поля, радиуса трубки, осевого значения электропроводности и значений функции теплопроводности на оси и стенке. Приводятся результаты оценки точности этого соотношения на основе расчетных и экспериментальных данных.

1. Рассмотрим положительный столб электрической дуги в цилиндрической трубке круглого поперечного сечения, по которой течет газ, подогреваемый за счет электрической энергии, подводимой к дуге. Снаружи трубка охлаждается так, что ее поверхность, омываемая горячим газом, имеет некоторую определенную температуру.

Для этого случая приближенные уравнения неразрывности, количества движения и энергии при установившемся ламинарном течении и отсутствии излучения приведены в работе [5]. Соответствующие уравнения при турбулентном течении могут быть получены из этих уравнений путем подхода, изложенного в работе [7] применительно к плоской задаче пограничного слоя высокотемпературного газа. При этом вид уравнений остается таким же, как и для ламинарного течения, но коэффициент вязкости  $\mu$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$  заменяются величинами  $\varepsilon + \mu$  и  $\lambda + \lambda^0$ , где  $\varepsilon$  и  $\lambda^0$  — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности.

Запишем упомянутые уравнения в виде

$$\mu r \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{r^2}{2} \frac{dp}{dz} - v_z \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \Lambda}{\partial z} \quad (1.1)$$

$$r \frac{\partial s}{\partial r} = - E^2 \int_0^r r \sigma dr - h \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (1.2)$$

$$S = \int_0^T \lambda dt, \quad \psi = \int_0^r r \rho v_z dr, \quad - r \rho v_r = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \Phi = \int_0^r r \rho v_z h dr, \quad \Lambda = \int_0^r r \rho v_z^2 dr$$

Здесь  $S$  — функция теплопроводности,  $h$  — энтальпия,  $\sigma$  — электропроводность,  $\psi$  — функция тока (тем самым уравнение неразрывности удовлетворяется).

Граничные условия

$$v_r = 0, \quad v_z = 0, \quad h = h_w \quad \text{при } r = r_w \quad (1.3)$$

Индексы  $w$  и  $0$  обозначают параметры на стенке и на оси трубки.

Предполагается наличие термохимического равновесия. Тогда величины  $\rho$ ,  $h$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma$  для данного газа можно считать известными функциями температуры и давления; влияние диссоциации и ионизации учитывается этими функциями.

При отсутствии потока ( $v_z = 0$ ,  $\psi = \Phi = 0$ ) и при стабилизированном электродуговом подогреве ( $\rho$ ,  $v_z$ ,  $h$ ,  $\psi$ ,  $\Phi$  зависят только от  $r$ ) два последних члена в уравнении энергии (1.2) выпадают.

Если положить в уравнениях (1.1), (1.2)  $r = r_w$ , то придем к интегральным соотношениям импульсов и энергии. Запишем последнее из них

$$2\pi r_w q_w = EI - 2\pi \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_w, \quad q_w = -r_w \left( \frac{\partial s}{\partial r} \right)_w, \quad I = 2\pi E \int_0^{r_w} \sigma r dr \quad (1.4)$$

( $I$  — полная сила тока)

2. Уравнение (1.2) приводится к виду

$$s = s_w + \frac{E^2}{2} \int_y^{y_w} \frac{dy}{y} \varphi(r, z), \quad y = \eta^2 y_w, \quad \eta = \frac{r}{r_w}, \quad y_w = \frac{(Er_w)^2 \sigma_w}{s_0} \quad (2.1)$$

$$\varphi(r, z) = \int_0^r \left[ r\sigma - \frac{1}{E^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} - h \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right] dr = \int_0^r r\sigma dr - \frac{1}{E^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} - h \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)$$

Из (2.1) при  $y = 0$  получаем

$$s_0 = s_w + \frac{E^2}{2} \int_0^{y_w} \frac{dy}{y} \varphi(r, z)$$

или, после интегрирования по частям,

$$s_0 = s_w + \frac{E^2}{2} (\ln y_w) \left[ \frac{I}{2\pi E} - \frac{1}{E^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_w \right] - s_0 \delta \quad (2.2)$$

где

$$s_0 \delta = \frac{E^2}{2} \int_0^{r_w} \left[ 2 \ln r + \ln \left( \frac{E^2 \sigma_0}{s_0} \right) \right] \left[ r\sigma - \frac{1}{E^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} - h \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right] dr$$

На основании соотношения (2.2) с учетом (1.4) получаем

$$2\pi r_w q_w = \frac{2\pi (s_0 - s_w + s_0 \delta)}{\ln (r_w E \sqrt{\sigma_0 / s_0})}$$

Вследствие того что  $\ln y = 2 \ln r + \ln (E^2 \sigma_0 / s_0)$  меняет знак в промежутке интегрирования, возможны условия, при которых величина  $s_0 \delta$  мала по сравнению с  $s_0 - s_w$ . Тогда можно пользоваться приближенным соотношением

$$2\pi r_w q_w \approx \frac{2\pi (s_0 - s_w)}{\ln (r_w E \sqrt{\sigma_0 / s_0})} \quad (2.3)$$

В частности, это соотношение применимо при отсутствии потока и при стабилизированном электродуговом подогреве. Тогда  $2\pi r_w q_w = EI$ , и в силу замечания, приведенного ранее (п. 1),

$$s_0 \delta = 0.5 E^2 \int_0^{r_w} r \left[ 2 \ln r + \ln \frac{E^2 \sigma_0}{s_0} \right] \sigma dr = 0.25 s_0 \int_0^{y_w} \sigma^\circ \ln y dy \left( \sigma^\circ = \frac{\sigma}{s_0} \right)$$

Для этих случаев дальше дается оценка точности соотношения (2.3).

С этой целью использовались результаты расчетов, проведенных при участии В. И. Охрименко в 1963 г. Расчеты были выполнены для воздуха при ламинарном режиме (без учета излучения), принимая  $p = 1.0132 \cdot 10^6$  н/м<sup>2</sup>,  $T_w = 900^\circ$  К,  $r_w = 0.02$  м, по методу работы [8]; значения  $\lambda$  и  $\sigma$  брались из работ [9, 10].

В таблице приведены значения величин

$$T_0, s_0, \sigma_0, E, I, W_1 = EI, W_2 = \frac{12\pi(s_0 - s_w)}{\ln(r_w E \sqrt{\sigma_0/s_0})}, \delta = \frac{W_1}{W_2} - 1$$

и указано количество звеньев ломаной  $n$ , аппроксимирующей кривую  $\sigma = \sigma(s)$ .

№	$T_0, ^\circ\text{K}$	$s_0$ вт/м	$\sigma_0$ мо/м	$n$	$E$ в/м	$I$ а	$W_1$ вт/м	$W_2$ вт/м	$\frac{W_1}{W_2}$	$\delta$
1	6000	2226	74.4	2	929	40.2	9476	11330	0.836	-0.164
2	6800	3149	169.8	3	704	21.1	14850	16570	0.870	-0.130
3	8000	5120	489.8	4	462	60.0	27720	30490	0.909	-0.091
4	10000	7830	1928	4	335	122	40870	40840	1.001	0.001
5	11200	8758	3467	5	314	134	42076	39940	1.054	0.054

Использовались также результаты расчетов для аргона из работы [6] вместе с дополнительными данными о зависимости  $I/r_w$  от  $T_0$  (при отсутствии излучения) при  $p = 1.0132 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>,  $r_w = 0.003$  м и  $T_0 = 9000-14000^\circ$  К. Оказалось, что величина  $W_1/W_2$  изменяется в пределах от 1.15 до 1.25.

Наконец, были использованы экспериментальные данные по электродуговому подогреву воздуха в круглой трубке при  $r_w = 0.00317$  м,  $I = 210$  а [11]. В этом случае для стабилизированного подогрева  $E = 1600$  в/м среднemasовая энтальпия  $\langle h \rangle = 5.82 \cdot 10^7$  дж/кг. Значение  $h_0 = 2 \langle h \rangle - h_w = 1.08 \cdot 10^8$  дж/кг ( $h_w = 8.13 \cdot 10^6$  дж/кг), что соответствует (при  $p = 1.0132 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>)  $T_0 = 14700^\circ$  К [12]. Используя зависимости  $\lambda = \lambda(T, p)$ ,  $\sigma = \sigma(T, p)$ , из работ [10, 13], получаем  $\sigma_0 = 7200$  мо/м,  $s_0 = 4.47 \cdot 10^4$  вт/м. По этим данным находим  $W_1/W_2 = 0.86$ .

Сравнение определенной по приближенной формуле величины  $W_2$  с  $W_1$ , определенной по точным расчетам и экспериментально, показывает применимость формулы (2.3) для оценки теплового потока к стенкам подогревателя.

Поступила 6 XI 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

- Кутателадзе С. С., Ясько О. И. Обобщение характеристик электродуговых подогревателей. Инж.-физ. ж., 1964, № 4.
- Даутов Г. Ю., Жуков М. Ф. Некоторые обобщения исследований электрических дуг. ПМТФ, 1965, № 2.
- Даутов Г. Ю. Положительный столб электрической дуги в потоке. ПМТФ, 1963, № 4.
- Skifstad J. G. Analysis of the flow and heat transfer processes in a tube are for heating a gas stream. Amer. Instit. Acronaut. Astronaut. Journ., 1963, vol. 1, No. 8.
- Skifstad J. G., Murthy S. N. B. Analysis of archeating phenomena in a tube. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1964, vol. NS-11, No. 1.
- Ветлужкий В. Н., Онуфриев А. Т., Севастьяненко В. Г. Расчет электрической дуги в аргоне, стабилизированной стенками, с учетом переноса энергии излучением. ПМТФ, 1965, № 4.
- Дорранс У. Х. Влияние диссоциации на теплоотдачу и поверхностное трение в сжимаемом турбулентном пограничном слое. Вопр. ракетн. техн. Сб. перев. и обз. ин. период. литер. Изд. иностр. лит., 1961, № 12.
- Goldenberg H. Approximate solution of nonlinear differential equation giving the temperature distribution on the positive column of static arc. Brit. J. Appl. Phys. 1959, vol. 10, No. 1.
- Кибардин Ю. А., Кузнецов С. И., Любимов А. Н., Шумяцкий Б. А. Атлас газодинамических функций при больших скоростях и высоких температурах воздушного потока. Госэнергоиздат, 1961.
- Viegas I. R., Peng T. C. Electrical conductivity of ionized air in thermodynamic equilibrium. ARS Journal, vol. 31, No. 5, 1961.
- Jedelicka J. R., Stine H. A. Axial flow trough the wall-constricted direct-current arc-comparison of theory and experiment. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1964, vol. NS-11, No. 1.
- Предводителев А. С., Ступоченко Е. В., Плешанов А. С., Самуилов Е. В., Рождественский И. Б. Таблицы термодинамических функций воздуха. Изд-во АН СССР, 1959.
- Hansen F. Approximations for the thermodynamic and transport properties of high-temperature air. NACA Techn. Rept., 1959, NR-50.