

Результаты, приведенные на фиг. 2—4, получены для одной и той же точки поверхности электрода (толщина температурного пограничного слоя для температуры в ядре потока $T_0 = 2400^\circ \text{K}$, температуры стенки $T_w = 2000^\circ \text{K}$ и температуры электронов $T_e = 2800^\circ \text{K}$ принята равной $2.15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$).

Поступила 16 I 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Kerrebrock I. L. Conduction in gases with elevated electron temperature. In: Engineering aspects of magnetohydrodynamics. N. Y., Columbia Univ. Press, 1962
2. Kerrebrock I. L. Nonequilibrium ionization due to electron heating. I. Theory. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 6.
3. Kerrebrock I. L., Hoffman M. A. Nonequilibrium ionization due to electron heating. II. Experiments. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 6.
4. Ben Daniel D. J., Bishop C. M. Nonequilibrium ionization in a high-pressure cesium-helium transient discharge. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 2.
5. Hurwitz H. Jr., Sutton G. W., Tamor S. Electron heating in magnetohydrodynamic power generators. ARS Journal, 1962, vol. 32, No. 8.
6. Hale F. J., Kerrebrock J. L. Insulator boundary layers in magnetohydrodynamic channels. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 3.
7. Sherman A., Reshotko E. Nonequilibrium boundary layer along an insulator wall. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 4.
8. Любимов Г. А., Михайлов В. Н. К анализу области возмущения плазмы вблизи электрода. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
9. Tatsumi Hiramoto. Nonequilibrium characteristics of working plasma for magnetoplasmadynamic (MHD) generators. J. Phys. Soc. Japan, 1965, vol. 20, No. 6.
10. Кэй Дж. Лэби. Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
11. Бэррер Р. Диффузия в твердых телах. М., Изд-во иностр. лит., 1948.
12. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М., Физматгиз, 1948.

УДК 621.365.91

ЗАРЯДКА ИНДУКТИВНОГО НАКОПИТЕЛЯ ОТ ВЗРЫВОМАГНИТНОГО ГЕНЕРАТОРА ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ РАЗМЫКАТЕЛЬ ТОКА

Л. С. Герасимов, В. И. Икрянников, А. И. Пинчук

(Новосибирск)

Аналитически исследованы электромагнитные процессы при работе взрывомагнитного генератора (ВМГ) на последовательно включенные индуктивный накопитель и размыкатель тока на основе взрывающегося проводника. Для модели, описывающей размыкатель тока омическим сопротивлением, величина которого растет линейно с температурой, получено решение в критериальном виде. Определены условия, когда индуктивную нагрузку можно включать параллельно размыкателю; при этом ток нагрузочной ветви остается малым на всей стадии зарядки.

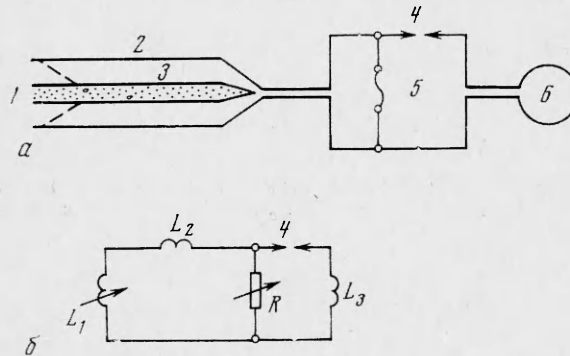
Взрывомагнитные генераторы являются наиболее мощными источниками импульсных токов. Их применение в экспериментальной физике часто ограничивается относительно большим временем сжатия магнитного потока [1]. Для устранения этого недостатка была предложена и экспериментально опробована [1, 2] схема включения взрывного генератора, представленная на фиг. 1, а.

Здесь 1 — взрывчатое вещество, 2 — лайнер, 3 — кассета, 4 — разрядник, 5 — электровзрывной размыкатель тока, 6 — нагрузочный соленоид. Во время сжатия магнитного потока нагрузка отключена, накопление энергии происходит в индуктивности соединений. В конце процесса схлопывания лайнера происходит электрический взрыв проводника, его сопротивление резко возрастает и образовавшийся импульс напряжения пробивает разрядник. Энергия из индуктивного накопителя за короткое время передается в нагрузку. Для упрощения анализа не будем учитывать паразитных параметров цепи: омических сопротивлений генератора, соединений и нагрузочного

соленоида, а также индуктивности размыкателя. Тогда схема примет вид фиг. 1, б, где обозначено: L_1 — индуктивность генератора, L_2 — индуктивность накопителя, R — сопротивление размыкателя, L_3 — индуктивность нагрузки.

Обычно принимается [3, 4], что первая стадия работы размыкателя — это нагрев его до точки кипения, а вторая стадия — размыкание тока вследствие резкого роста сопротивления в процессе взрывного испарения.

Поскольку длительность второй стадии много меньше первой, режим, близкий к оптимальному, будет реализован в том случае, если точка кипения размыкателя достигается в момент полного схлопывания лайнера. В соответствии с этим примем, что в течение времени T , определяемого длиной генератора и скоростью детонации, про-



Фиг. 1

исходит сжатие потока и нагрев размыкателя до точки кипения, при этом нагрузка L_3 отключена. Электрическая цепь фиг. 1, б будет описываться уравнениями

$$(1) \quad \frac{d(LI)}{dt} + RI = 0$$

$$(2) \quad \frac{dR}{dt} = \frac{\alpha R_0}{c_p m_0} RI^2, \quad L = L_1(t) + L_2$$

где R_0 , m_0 — начальные значения сопротивления и массы размыкателя; α , c_p — температурный коэффициент сопротивления и удельная теплоемкость материала.

Величины α и c_p являются функциями температуры. Будем пользоваться средним значением теплового коэффициента сопротивления $\beta = \alpha / c_p$ в диапазоне от комнатной температуры до точки кипения. Этот коэффициент следует определять из экспериментально найденной зависимости

$$R = R_0 \left(1 + \beta \frac{Q}{m_0} \right)$$

где Q — энергия, поглощенная проводником.

Вопросы эффективности использования взрывчатого вещества и оптимального раскрытия шин рассмотрены в [5]. Здесь рассматривается задача согласования параметров генератора и размыкателя из условия электрического взрыва в конце цикла $R(T) = R_c$, где R_c — сопротивление в точке кипения. Зададимся раскрытием — шириной постоянной ширины. Тогда получим

$$(3) \quad L = L_0 \left(1 - \frac{1 - 1/\eta}{T} t \right), \quad L_0 = L_1(0) + L_2$$

где $\eta = L_0 / L_2$ — коэффициент перестройки.

Исключим I из системы уравнений (1), (2), для чего запишем (1) в виде

$$\frac{1}{2} \int_0^t I^2 dL + \int_0^t RI^2 dt + \frac{1}{2} LI^2 - \frac{1}{2} L_0 I_0^2 = 0$$

и, подставив найденные из (2), (3) значения интегралов, получим

$$-\frac{m_0 L_0 (1 - 1/\eta)}{2\beta R_0 T} \ln \frac{R}{R_0} + \frac{m_0 (R - R_0)}{\beta R_0} +$$

$$+ \frac{L_0 m_0}{2\beta R_0} \left(1 - \frac{1 - 1/\eta}{T} t \right) \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} - \frac{L_0 I_0^2}{2} = 0$$

Введем безразмерные величины

$$\ln \frac{R}{R_0} = y, \quad \frac{L_0}{R_0 T} = \tau_0, \quad \frac{t}{T} = x, \quad \frac{L}{L_0} = l, \quad \frac{R_c}{R_0} = r_c, \quad \frac{I}{I_0} = i$$

$$a = \frac{\tau_0}{2} (1 - 1/\eta), \quad b = \frac{\beta L_0 J_0^2}{2 m_0}$$

Подставляя их в последнее равенство, находим

$$(4) \quad ay - e^y + 1 - \frac{\tau_0}{2} [1 - (1 - 1/\eta)x] \frac{dy}{dx} + b = 0$$

или в интегральной форме

$$-\frac{1}{a} \ln l = \int_0^y \frac{dy}{1 + b + ay - \exp y}$$

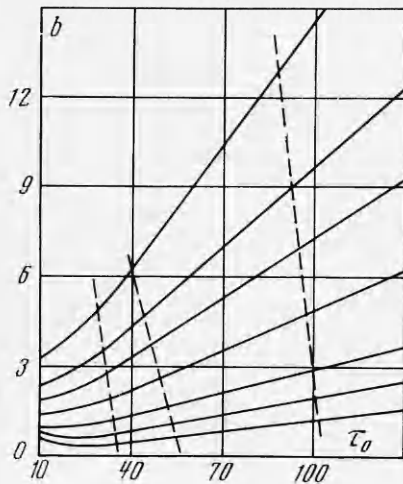
Интеграл в правой части в элементарных функциях не выражается и должен определяться численно. При $x = 1$ $y = \ln r_c$, $l = 1/\eta$ и условие взрыва в конце цикла принимает вид

$$(5) \quad \eta = \exp a \int_0^{\ln r_c} \frac{dy}{1 + b + ay - \exp y}$$

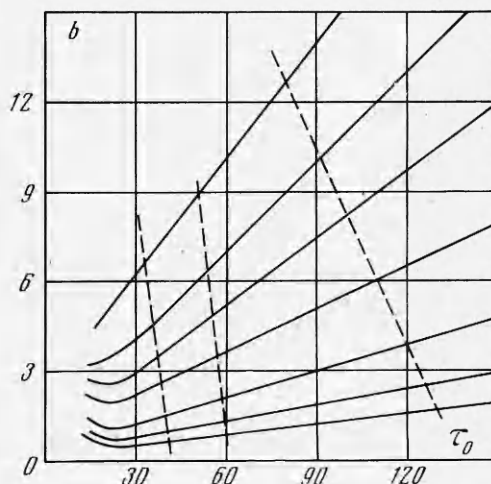
Величина r_c есть физическая константа материала размыкателя. Согласно [1] имеем для Al $r_c = 15$, а для Cu $r_c = 20$. Из уравнения (4) видно, что точка кипения достигается не при любых a и b , а лишь при таких, которые удовлетворяют условию

$$(6) \quad 1 + b + a \ln r_c - r_c \geq 0$$

так как иначе dy/dx обратится в нуль при некотором $t < T$, т. е. сопротивление размыкателя перестанет расти раньше, чем достигнет величины R_c .



Фиг. 2



Фиг. 3

Каждой паре значений a и b , удовлетворяющих (6), соответствует η , определяемое условием (5). Таким образом, устанавливается связь между τ_0 , b и η . Эти зависимости для Al и Cu, построенные с помощью ЭВМ, представлены соответственно на фиг. 2 и 3. Видно, что при достаточно больших τ_0 и фиксированных η зависимости b от τ_0 линейны.

Вычислим коэффициент сохранения магнитного потока

$$k = \frac{I(T) L(T)}{I_0 L_0} = \frac{i(1)}{\eta}$$

Полагая в уравнении (4) $x = 1$, $y = \ln r_c$ и учитывая, что

$$\frac{dy}{dx} = T \frac{dy}{dt} = \frac{\beta R_0 T}{m_0} I^2$$

находим

$$(7) \quad k^2 = \frac{1 + b + a \ln r_c - r_c}{\eta b}$$

Величина k^2 определяет магнитную энергию

$$Q_2 = k^2 \frac{(I_0 L_0)^2}{2L_2}$$

запасаемую в индуктивном накопителе после срабатывания генератора. Необходимо подобрать τ_0 , b и η так, чтобы k было по возможности близко к единице. Фиксируя в выражении (7) k^2 и η , получаем зависимость между b и τ_0 . График этой зависимости пересекает соответствующую прямую (фиг. 2, 3) в точке, которая обеспечивает при взрыве в конце цикла ВМГ заданный коэффициент сохранения потока.

Эти точки соединены на фиг. 2, 3 пунктирными кривыми. Из фигур видно, что рабочий диапазон τ_0 для Al составляет 30—100, а для Cu 30—130. Увеличение τ_0 сверх верхнего предела не приведет к росту k , так как в этом случае потери энергии будут определяться другими факторами, которые здесь не учтены (например, скользящими контактами лайнера). Снижение τ_0 за нижний предел приведет к тому, что более половины энергии, выделяемой взрывомагнитным генератором, поглотится размыкателем.

Полученное решение позволяет точно определить состояние системы только в одной точке — в конце первой стадии — $r(1) = r_c$, $i(1) = k\eta$, где k определено равенством (7). Этих данных достаточно для расчета второй стадии — размыкания тока, однако представляет определенный интерес ход процесса в течение времени $0 \leq t \leq T$, т. е. форма импульсов тока и напряжения на размыкателе. Можно получить простые приближенные выражения для $i(x)$, $r(x)$ и $u(x) = i(x)r(x)$. Имея в виду, что затухание магнитного потока происходит постепенно во времени от $I_0 L_0$ до $k I_0 L_0$, получаем оценку для тока

$$k/l < i < 1/l$$

При этом $i(0) = 1$, $i(1) = k\eta$.

Принимая равномерное затухание потока во времени, получим

$$(8) \quad i \cong \frac{1 - (1 - k)x}{1 - (1 - 1/\eta)x}$$

Из уравнения (2) следует:

$$\ln r = \frac{\beta R_0 I_0^2 T}{m_0} \int_0^x i^2 dx$$

Пренебрегая затуханием потока, т. е. полагая

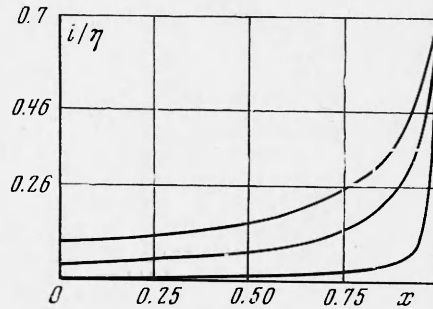
$$k = 1, i = 1/l$$

имеем

$$\ln r \cong \frac{\beta R_0 I_0^2 T (1/l - 1)}{m_0 (1 - 1/\eta)} = \frac{2b(1/l - 1)}{\tau_0 (1 - 1/\eta)}$$

Отсюда вытекает приближенное условие взрыва в конце цикла для $k = 1$

$$(9) \quad 2b \eta / \tau_0 \ln r_c \cong 1$$



Фиг. 4

Если $k \neq 1$, то, учитывая оценку для i , можно записать следующую оценку для r :

$$ck^2 \int_0^x \frac{dx}{l^2} < \ln r < c \int_0^x \frac{dx}{l^2}$$

где c — не определенный пока коэффициент пропорциональности. Заменяя k линейно спадающей функцией (аналогично (8)) и определив c из условия $r(1) = r_c$, получаем приближенное равенство:

$$(10) \quad r \cong \exp [1 - (1 - k) x]^2 \left[\frac{1}{1 - (1 - 1/\eta) x} - 1 \right] \frac{\ln r_c}{k^2 (\eta - 1)}$$

Зависимости $i(x)$ и $u(x)$ для А1 представлены на фиг. 4, 5.

Рассмотрим модификацию схемы фиг. 1, б (нагрузка L_3 подключена параллельно размыкателю, разрядник 4 исключен). При достаточно большой L_3 ток нагрузочной ветви на первой стадии мал, схема установки упрощается и исключаются потери энергии в разряднике. Если $I_3 \ll I$, то $L_3 (dI_3 / dt) = IR$, откуда

$$i_3 = - \frac{R_0 T}{(1 - 1/\eta) L_3} \int_1^l i r dl$$

Пренебрегая затуханием потока, т. е. полагая $k = 1$, получим

$$i_3(x) = \frac{R_0 T \exp(-\ln r_c / (\eta - 1))}{L_3 (1 - 1/\eta)} \left[E_{i^*} \left(\ln r + \frac{\ln r_c}{\eta - 1} \right) - E_{i^*} \left(\frac{\ln r_c}{\eta - 1} \right) \right]$$

где $E_{i^*}(x) = \int_{-\infty}^x (e^t / t) dt$ — интегральная показательная функция, табулированная, например, в [6].

При $x = 1$ и $10 \leq \eta \leq 100$ величина в квадратных скобках изменяется в диапазоне 10.3—12.8. Можно положить ее равной 10; если, кроме того, учесть, что

$$\exp[-\ln r_c / (\eta - 1)] \approx 1$$

и пренебречь величиной $1/\eta$ по сравнению с единицей, то получим

$$i_3(1) \cong 10 \frac{R_0 T}{L_3}$$

Условие, когда возможно непосредственное подключение индуктивной нагрузки параллельно размыкателю тока, принимает вид

$$(11) \quad i(1)/i_3(1) \cong \eta L_3 / 10 R_0 T \gg 1$$

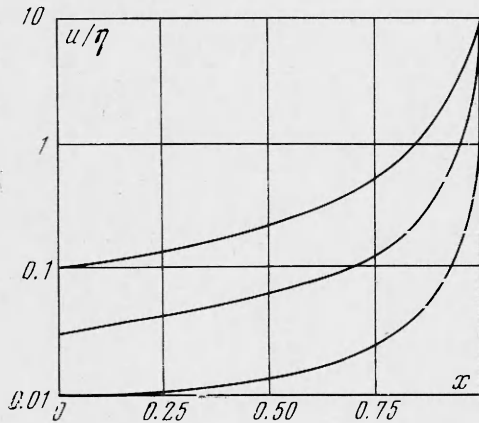
Таким образом, электромагнитные процессы при зарядке индуктивного накопителя от взрывомагнитного генератора через размыкатель тока определяются тремя безразмерными параметрами

$\tau_0 = L_0 / R_0 T$, $b = \beta L_0 I_0^2 / 2 m_0$, $\eta = L_0 / L_3$ и безразмерным временем ($x = t / T$).

Условие достижения точки кипения размыкателя в конце цикла взрывомагнитного генератора связывает параметры τ_0 , b и η зависимостью, которая при фиксированных η и достаточно больших τ_0 линейна (фиг. 2, 3).

Рабочий диапазон параметров τ_0 и b лежит в области значений $b = 0.5-13$, $\tau_0 = 30-100$ для А1, $\tau_0 = 30-130$ для Сu.

При условии $\eta L_3 \gg 10 R_0 T$ возможно непосредственное подключение индуктивной нагрузки параллельно размыкателю тока.



Фиг. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. *Knoepfel H.* Pulsed high magnetic fields. Amsterdam — London, North Holland Publ. Com., 1970. (Рус. перев.: Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.)
2. *Crawford J. C., Damerow R. A.* Explosively driven high-energy generators. J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, No. 11, p. 5224.
3. *Maisonnier G., Linhart J. G., Gouylan G.* Rapid transfer of magnetic energy by means of exploding foils. Rev. Sci. Instrum., 1966, vol. 37, No. 10. (Рус. перев.: Быстрая передача энергии с помощью взрывающихся фольг. Приборы для научн. исслед. 1966, № 10.)
4. *DiMarco J. N., Burkhardt L. C.* Characteristics of a magnetic energy storage system using exploding foils. J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, No. 9, p. 3894.
5. *Биченков Е. И., Войтенко А. Е., Лобанов В. А., Маточкин Е. П.* Схема расчета и включение на нагрузку плоских взрывомагнитных генераторов. ПМТФ, 1973, № 2.
6. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М., «Наука», 1964.

УДК 533.6.011

**ОБ ОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ АНАЛОГЕ ВИХРЕВОГО
СТОЛБА ЧАПЛЫГИНА (ОБОБЩЕННЫЙ ВИХРЬ ХИЛЛА)**

А. Г. Я р м и ц к и й

(Жданов)

В связи с возможностью практического применения кольцевых вихрей для борьбы с загрязнением атмосферы промышленными предприятиями [1] возрос интерес к цилиндрическим и сферическим вихрям.

Ниже дано обобщение сферического вихря Хилла, представляющее собой пространственный аналог вихревого столба Чаплыгина [2]. В качестве частного случая подробно исследован сферический винтовой вихрь: внутри такого вихря движение жидкости представляет собой осесимметричное однородное винтовое течение. Построена картина течения внутри этого вихря и показано, что он подобно вихревому столбу Чаплыгина и вихрю Хилла может перемещаться поступательно с постоянной скоростью в покоящейся на бесконечности жидкости. Предельная скорость движения винтового вихря, определяемая требованием, чтобы давление внутри него оставалось положительным, зависит от давления жидкости на бесконечности и ее плотности. Эта скорость примерно в 2 раза меньше соответствующей скорости столба Чаплыгина и в 4 раза меньше скорости вихря Хилла.

Хотя для практического использования сферических вихрей необходимо учитывать еще целый ряд факторов, и прежде всего вязкость, представляет интерес тот факт, что в рамках модели идеальной жидкости может быть построен класс сферических вихрей, одним из частных случаев которого является вихрь Хилла.

1. В общем случае осесимметричного вихревого течения несжимаемой невязкой жидкости уравнение для функции тока ψ в сферических координатах R, θ, φ имеет вид [3]

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{\sin \theta}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \Phi(\psi) \Phi'(\psi) + F'(\psi) R^2 \sin^2 \theta = 0$$

Здесь функция $\Phi(\psi)$ определяет закон изменения φ -компоненты скорости, а функция $F(\psi)$ характеризует закон распределения энергии в потоке.

Исследуем вопрос о возможности существования сферического вихря, перемещающегося поступательно в покоящейся на бесконечности жидкости. Внутри вихря в системе координат, движущейся вместе с ним, течение описывается дифференциальным уравнением (1.1). Сообщив всей массе жидкости скорость, равную по величине и противоположную по направлению скорости вихря, перейдем к более удобной для рассмотрения задаче о потенциальном обтекании сферического вихря. При этом потребуем непрерывности соответствующих компонент скорости на поверхности вихря. Приходим к одной из задач о склейке потенциального и вихревого течений [1]. Как отмечено в [1, 4], в общем виде эта задача не исследована даже для $\Phi(\psi) = 0$ и простей-