УДК 536.25

С. М. Зеньковская

ДЕЙСТВИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ВИБРАЦИИ НА ФИЛЬТРАЦИОННУЮ КОНВЕКЦИЮ

Исследуется влияние быстрой вибрации на возникновение конвекции в пористой среде. Впервые задача о фильтрационной конвекции рассмотрена в [1]. Обзор последующих работ содержится в [2—4]. Действие высокочастотной вибрации на возникновение конвекции в жидкости (уравнения Обербека — Буссинеска) впервые исследовано в [5], где выведена замкнутая динамическая система для осредненного термогидродинамического поля и установлено стабилизирующее влияние вертикальных колебаний. Строгое математическое обоснование метода осреднения для задачи о конвекции в поле быстро осциллирующих сил дано в [6].

В [7] получено экспериментальное подтверждение эффектов высокочастотной вибрации при изучении конвекции в однородной среде. Можно надеяться, что и эта работа послужит поводом для экспериментов.

В данной работе выведены осредненные уравнения фильтрационной конвекции для произвольной области. Анализ устойчивости относительного равновесия проведен для плоского горизонтального слоя, на твердых границах которого поддерживается постоянная температура. Интересной особенностью линеаризованной системы является то, что, как правило, она имеет переменные по вертикали коэффициенты. Система с постоянными коэффициентами получается лишь при вертикальных колебаниях или при условии $b = m$ ($b = (\rho c_p)_{\text{ср}}/(\rho c_p)_{\text{ж}}$ — отношение теплоемкостей, m — пористость). Для этих случаев доказано, что возникновение конвекции вызывается монотонными возмущениями (принцип монотонности). Подробно исследовано влияние вертикальных колебаний. Получено, что, как и для однородной жидкости, достаточно интенсивная вибрация полностью подавляет конвекцию (абсолютная стабилизация).

1. Постановка задачи. Сосуд, содержащий пористую среду, насыщенную вязкой несжимаемой жидкостью, совершает гармонические колебания вдоль заданного направления $\mathbf{s} = (\cos\varphi, \ \sin\varphi)$ по закону $a/\Omega \cos \Omega t$. На границе, которая предполагается твердой, непроницаемой, идеально теплопроводной, задано распределение температуры. Воспользуемся уравнениями фильтрационной конвекции в приближении Обербека — Буссинеска, полученными в [8]. Переходя в них к подвижной системе координат, связанной с сосудом, получим

$$(1.1)\quad \frac{1}{m}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{1}{m}(\mathbf{u}, \nabla)\,\mathbf{u}\right) = -\frac{\nabla p}{\rho_{\text{ж}}} + g\beta T\boldsymbol{\gamma} - \frac{\nu}{K}\mathbf{u} + \mathbf{w}_e\beta T, \ \operatorname{div}\mathbf{u} = 0,$$

$$(\rho c_p)_{\text{ср}}\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa_{\text{ср}}\Delta T - (\rho c_p)_{\text{ж}}(\mathbf{u}, \nabla T),$$

$$\mathbf{w}_e = -a\Omega\cos\Omega t\mathbf{s}, \ \mathbf{s} = (\cos\varphi, \ \sin\varphi),$$

где $\mathbf{u}$ — относительная скорость фильтрации; T — температура; p — конвективное давление; ρ — плотность; g — ускорение силы тяжести; $\boldsymbol{\gamma}$ — единичный вектор, направленный по вертикали вверх; m — коэффициент пористости; K — проницаемость; ν, β, $\varkappa$ — коэффициенты кинематической вязкости жидкости, объемного расширения, теплопроводности; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении (индексы ж и ср относятся к жидкости и пористой среде); a — скорость вибрации; Ω — частота; φ — угол направления вибрации с горизонтальной плоскостью, так что $\varphi = 0$ соответствует горизонтальным колебаниям, $\varphi = \pi/2$ — вертикальным.

Заметим, что переход в уравнениях фильтрационной конвекции к подвижной системе координат производится точно так же, как и в случае конвекции в однородной среде [5] — при этом лишь ньютоновская вязкость заменяется на вязкость Дарси.

В системе (1.1) перейдем к безразмерным переменным, выбрав следующие единицы измерения: длины l, времени l^2/ν, скорости ν/l, температуры Al, давления $\rho_ж \nu^2/K$. Получим

(1.2) $$c\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{c}{m}(\mathbf{u}, \nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \boldsymbol{\gamma}\,\mathrm{Gr}\,T - \mathbf{u} - G(\cos\omega t)\mathbf{s}T,\ \operatorname{div}\mathbf{u} = 0,$$

$$b\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\Delta T - (\mathbf{u}, \nabla T)$$

(безразмерные неизвестные обозначены теми же буквами, что и размерные). Система (1.2) содержит безразмерные параметры: $c = K/(l^2 m)$ — отношение безразмерной проницаемости к пористости; $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля ($\chi = \varkappa_{ср}/(\rho c_p)_ж$ — температуропроводность среды); $\mathrm{Gr} = (gA\beta l^2 K)/\nu^2$ — число Грасгофа; $G = (a\Omega\beta A l^2 K)/\nu^2$ — вибрационный параметр; $\omega = \Omega l^2/\nu$ — безразмерная частота; $b = (\rho c_p)_{ср}/(\rho c_p)_ж$ — отношение теплоемкостей. На границе S нормальная компонента скорости фильтрации обращается в нуль и задана температура:

(1.3) $$u_n = 0,\ T = T_0.$$

Начальные условия для системы (1.2) состоят в задании при $t = 0$ скорости $\mathbf{u}$ и температуры T. Далее речь идет об асимптотике больших частот ($\omega \to \infty$) произвольного решения при обычных предположениях метода осреднения.

2. Вывод осредненных уравнений. Рассматриваем вибрацию большой частоты и малой амплитуды ($\omega \to \infty$), предполагая, что скорость модуляции остается конечной. К системе (1.2), (1.3) применяем метод осреднения в форме П. Л. Капицы аналогично тому, как это сделано в [5, 9] для однородной жидкости. Неизвестные $\mathbf{u}$, T, p разыскиваем в виде

(2.1) $$\mathbf{u} = \mathbf{v} + \xi,\ T = \tau + \eta,\ p = q + \delta,$$

где $\mathbf{v}$, τ, q — медленные составляющие, а ξ, η, δ — быстрые, имеющие нулевое среднее по времени:

(2.2) $$\xi = -\frac{G}{\omega c}(\sin\omega t)\mathbf{w},\ \mathbf{w} = \Pi(\mathbf{s}\tau),$$

$$\operatorname{div}\mathbf{w} = 0,\ \eta = -\frac{G}{\omega^2 cb}(\cos\omega t)(\mathbf{w}, \nabla\tau),\ w_n|_S = 0.$$

Здесь оператор Π — ортопроектор в L_2 на подпространство соленоидальных векторов с равной нулю на границе нормальной составляющей. Другими словами, $\mathbf{w} = \mathbf{s}\tau - \nabla\Phi$; функция Φ есть решение задачи Неймана:

(2.3) $$\Delta\Phi = (\nabla\tau, \mathbf{s}),\ \partial\Phi/\partial n|_S = (\mathbf{s}\tau, \mathbf{n})$$

($\mathbf{n}$ — орт внешней нормали). Равенства (2.2), (2.3) выражают быстрые составляющие ξ, η через медленную составляющую температуры τ. К ним можно естественно прийти, подставив (2.1) в исходные уравнения (1.2) и выделив главные вибрационные члены. Подставляя (2.1) в (1.2), (1.3) и осредняя по явно содержащемуся времени, получим замкнутую динамическую систему для осредненного термогидродинамического поля:

(2.4)
$$c\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{c}{m}(\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{v} = -\nabla q + \boldsymbol{\gamma}\,\mathrm{Gr}\,\tau - \mathbf{v} + \mathrm{Gv}(\mathbf{w}, \nabla)\left(\frac{m}{b}\mathbf{s}\tau - \mathbf{w}\right),\ \operatorname{div}\mathbf{v} = 0,$$

$$b\frac{\partial\tau}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\Delta\tau - (\mathbf{v}, \nabla\tau),\ \operatorname{div}\mathbf{w} = 0,$$

$$\Delta\mathbf{w} = -\operatorname{rot}\operatorname{rot}(\mathbf{s}\tau),\ v_n = w_n = 0,\ \tau = T_0 \text{ на } S.$$

В уравнения (2.4) не входит явно время, но зато появились дополнительные слагаемые с коэффициентом $\mathrm{Gv} = a^2\beta^2 A^2 l^2 K/(2\nu^2)$ — вибрационным числом Грасгофа для пористой среды.

3. Механическое равновесие. Из системы (2.4) следует, что осредненное фильтрационное течение отсутствует ($\mathbf{v}_0 = 0$), если заданная область, условия подогрева и направление вибрации таковы, что имеют место равенства

$$\mathrm{Gr}\,\nabla\tau_0\times\boldsymbol{\gamma} + \mathrm{Gv}\,\mathrm{rot}\left[(\mathbf{w}_0,\nabla)\left(\frac{m}{b}\,\mathbf{s}\tau_0 - \mathbf{w}_0\right)\right] = 0, \tag{3.1}$$

$$\Delta\tau_0 = 0,\ \mathrm{rot}\,\mathbf{w}_0 = \nabla\tau_0\times\mathbf{s},\ \mathrm{div}\,\mathbf{w}_0 = 0,\ w_{0n} = 0,\ \tau_0 = T_0 \text{ на } S.$$

Условия (3.1) необходимы для существования механического равновесия, а для односвязной области и достаточны. Для однородной жидкости задача (3.1) в общем случае не решена; в [10, 11] рассмотрены некоторые равновесные конфигурации при невесомости ($\mathrm{Gr} = 0$). Не будем заниматься исследованием задачи (3.1). Отметим только, что если $\nabla\tau_0\|\mathbf{s}$, то $\mathbf{w}_0 = 0$ и из (3.1) вытекает, что $\nabla\tau_0\|\boldsymbol{\gamma}$ и $\tau_0 = -Cy + D$.

4. Устойчивость механического равновесия. Далее изучим возникновение конвекции в плоском горизонтальном слое ($|y| \leqslant l/2$), на границах которого задана температура T_1 и T_2 так, что градиент температуры $A = (T_1 - T_2)/l$. Задача (2.3) имеет при этом следующее равновесное решение:

$$\mathbf{v}_0 = 0,\ \tau_0 = -y + B,\ q_0 = \mathrm{Gr}(-y^2/2 + By) + \mathrm{const},$$
$$w_{0x} = -(\cos\varphi)y,\ w_{0y} = 0,\ B = (T_1 + T_2)/(2(T_1 - T_2)).$$

Линеаризованную систему для малых возмущений запишем в форме

$$c\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \boldsymbol{\gamma}\,\mathrm{Gr}\,T - \mathbf{u} + \mathrm{Gv}\left[(\mathbf{w}_0,\nabla)\left(\frac{m}{b}\,\mathbf{s}T - \mathbf{w}\right) + \right. \tag{4.1}$$
$$\left. + (\mathbf{w},\nabla)\left(\frac{m}{b}\,\mathbf{s}\tau_0 - \mathbf{w}_0\right)\right],\ \mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0,$$
$$b\,\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\,\Delta T - (\mathbf{u},\nabla\tau_0)\ \mathrm{div}\,\mathbf{w} = 0,$$
$$\Delta\mathbf{w} = -\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,(\mathbf{s}T),\ u_y = w_y = T = 0 \text{ при } y = \pm 1/2.$$

Система (4.1) в общем случае содержит переменный коэффициент $w_{0x}(y)$. После преобразований она приводится к виду

$$c\,\frac{\partial\Delta u_y}{\partial t} = \mathrm{Gr}\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \Delta u_y + \mathrm{Gv}\left[\left(\frac{m}{b} - 1\right)w_{0x}\,\frac{\partial\Delta w_y}{\partial x} + \right. \tag{4.2}$$
$$\left. + \frac{m}{b}\left(\cos^2\varphi\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \sin\varphi\,\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \cos\varphi\,\frac{\partial^2 w_y}{\partial x\,\partial y}\right)\right],$$
$$b\,\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\mathrm{Pr}}\,\Delta T + u_y,\ \Delta w_y = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\sin\varphi - \frac{\partial^2 T}{\partial x\,\partial y}\cos\varphi,$$
$$u_y = w_y = T = 0 \text{ при } y = \pm 1/2.$$

Система (4.2) имеет постоянные коэффициенты, если $w_{0x} = 0$ или $b = m$.

5. О принципе монотонности. Докажем, что он выполняется при $b = m$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$ или при $\varphi = \pi/2$ и любых b, m. В системе (4.2) исключим функцию u_y и рассмотрим нормальные возмущения

$$T(x,\ y,\ t) = \exp(\sigma t + i\alpha x)\theta(y),$$
$$w_y(x,\ y,\ t) = \exp(\sigma t + i\alpha x)w(y).$$

Для амплитуд $\theta(y)$, $w(y)$ получим задачу

$$\mathrm{Pr}cb\sigma^2 L\theta + \sigma(\mathrm{Pr}bL\theta - cL^2\theta) - L^2\theta + \alpha^2(\mathrm{R} + \mu\cos^2\varphi)\theta = \tag{5.1}$$
$$= \mu(\alpha^2\sin\varphi w + i\alpha\cos\varphi Dw),$$
$$-Lw = \alpha^2\sin\varphi\theta + i\alpha\cos\varphi D\theta,$$
$$w = \theta = L\theta = 0 \text{ при } y = \pm 1/2.$$

Здесь $\mathrm{R} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}$ — число Рэлея; $\mu = \mathrm{Gv}\,\mathrm{Pr}m/b$ — вибрационное число Рэлея, которое характеризует конвекцию в пористой среде в условиях невесомости [10]; $D \equiv d/dy$; $L \equiv D^2 - \alpha^2$. Покажем, что в неустойчивом случае все инкременты σ действительны и порог неустойчивости ($\sigma_r = 0$) определяется равенством $\sigma = 0$, это и есть принцип монотонности. Умножим первое уравнение в (5.1) на θ^*, второе — на w^* и каждое из полученных равенств проинтегрируем по y от $-1/2$ до $1/2$ (звездочка означает комплексную сопряженность). Тогда

$$\mathrm{Pr}cbI_1\sigma^2 + (\mathrm{Pr}bI_1 + cI_2)\sigma + I_2 - (\mathrm{R} + \mu\cos^2\varphi)\alpha^2 I_3 + \mu I_4 = 0; \tag{5.2}$$

$$I_5 = \int_{-1/2}^{1/2} (\alpha^2 \sin\varphi\theta + i\alpha\cos\varphi D\theta)\, w^*\, dy. \tag{5.3}$$

Здесь $I_1 = \int_{-1/2}^{1/2} (|D\theta|^2 + \alpha^2|\theta|^2)\, dy;$

$$I_2 = \int_{-1/2}^{1/2} |L\theta|^2\, dy;\quad I_3 = \int_{-1/2}^{1/2} |\theta|^2\, dy;$$

$$I_4 = \int_{-1/2}^{1/2} (\alpha^2\sin\varphi w + i\alpha\cos\varphi Dw)\,\theta^*\, dy;$$

$$I_5 = \int_{-1/2}^{1/2} (|Dw|^2 + \alpha^2|w|^2)\, dy.$$

Из (5.3) легко получить, что $I_4 = I_5$. Значит, все интегралы, входящие в равенство (5.2), положительны. Полагая $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$ и отделяя мнимую и действительную части, имеем равенства

$$\sigma_i(2\mathrm{Pr}cbI_1\sigma_r + \mathrm{Pr}bI_1 + cI_2) = 0, \tag{5.4}$$

$$\mathrm{Pr}\,cbI_1(\sigma_r^2 - \sigma_i^2) + (\mathrm{Pr}\,bI_1 + cI_2)\sigma_r + I_2 - (\mathrm{R} + \mu\cos^2\varphi)\,\alpha^2 I_3 + \mu I_5 = 0,$$

из которых следует, что $\sigma_i \neq 0$ только при $\sigma_r < 0$ и порог неустойчивости достигается при $\sigma = 0$. Кроме того, из (5.4) вытекает, что при поперечной вибрации ($\varphi = \pi/2$) фильтрационная конвекция в слое жидкости в условиях невесомости невозможна.

6. Вертикальные колебания. Из п. 5 следует, что при вертикальных колебаниях принцип монотонности выполняется для всех значений b и m, а для амплитуды $\theta(y)$ имеем задачу

$$L^3\theta - \mathrm{R}\alpha^2 L\theta - \mu\alpha^4\theta = 0,\quad \theta = L\theta = L^2\theta = 0 \text{ при } y = \pm 1/2,$$

которая допускает точное решение $\theta(y) = \sin \pi n(y + 1/2)$. Уравнение нейтральной кривой в плоскости (R, α) запишем в виде

$$\mathrm{R}(\alpha) = \frac{(\pi^2 n^2 + \alpha^2)^2}{\alpha^2} + \mu\,\frac{\alpha^2}{\pi^2 n^2 + \alpha^2}. \tag{6.1}$$

Из этого соотношения получаем, что высокочастотные вертикальные колебания препятствуют возникновению конвекции в слое пористой среды. Выясним поведение минимального по α числа Рэлея $\mathrm{R}_m(n, \mu)$. Условие минимума $\partial\mathrm{R}/\partial\alpha = 0$ приводит к уравнению

$$x^4 + 2\beta x^3 + \mu\beta x^2 - 2\beta^3 x - \beta^4 = 0 \quad (x = \alpha^2,\ \beta = \pi^2 n^2),$$

у которого при фиксированных β и μ есть один положительный корень, причем выполняются условия $x < \beta$, $\partial x/\partial\beta > 0$, $\partial x/\partial\mu < 0$. Следовательно, критическое волновое число α_m растет по n и убывает по μ. При больших значениях вибрационного числа Рэлея ($\mu \to \infty$) можно по-

μ	$\alpha^2_{m,1}$	$R_{m,1}$	$\alpha^2_{m,2}$	$R_{m,2}$	$\alpha^2_{m,1}\mu^{1/2}$	$R_{m,1}\mu^{-1/2}$
0	9,8700	39,48	39,48	157,91		
10	8,7030	44,32	38,25	162,87		
20	7,7100	48,86	37,06	167,76		
50	5,6530	60,83	33,75	181,93		
100	3,9810	76,93	29,11	204,05		
200	2,6840	101,48	22.61	243,33		
800	1,2220	120,85	10,73	405,91		
1 800	0,7870	277,23	6,74	579,43		
4 800	0,4680	445,65	3,92	914,03		
8 000	0,3590	572,21	2,97	1166,40	32,11	6,397
10 000	0,3200	638,51	2,64	1298,80	31,99	6,385
14 500	0,2643	766,73	2,17	1554,80	31,82	6,367
100 000	0,0990	1996,90	0,80	4014,10	31,32	6,315
1 000 000	0,0310	6293,10	0,25	12606,00	31,10	6,293
2 000 000	0,0220	8896,00	0,18	17811,00	31,08	6,290
10 000 000	0,0098	19879,00	0,08	39778,00	31,04	6,286

строить асимптотику

$$R_{m,n} = 2\pi n\mu^{1/2} + \pi^2 n^2 + O(\mu^{-1/2}),$$

$$\alpha^2_{m,n} = \pi^3 n^3 \mu^{-1/2} + o(\mu^{-1}).$$

Вычисления, приведенные в таблице, показывают, что, начиная с $\mu = 10^5$, счет выходит на асимптотические значения.

7. Абсолютная стабилизация. Покажем, что в случае вертикальных колебаний состояние относительного покоя может быть устойчиво при любых градиентах температуры. Для этого представим $\mu = R^2 r$ ($r = a^2\chi\nu/(2g^2l^2Kbm^{-1})$ — вибрационный параметр, не зависящий от температуры). Тогда из равенства (6.1) получаем уравнение относительно числа Рэлея

$$r\alpha^4 R^2 - \alpha^2(\pi^2 n^2 + \alpha^2)R + (\pi^2 n^2 + \alpha^2)^3 = 0,$$

корни которого дают уравнения нейтральных кривых

$$R(n, \alpha) = \frac{\pi^2 n^2 + \alpha^2}{2r\alpha^2}\left(1 \mp \sqrt{1 - 4r(\pi^2 n^2 + \alpha^2)}\right), \tag{7.1}$$

имеющих вид «языков». Основной уровень неустойчивости достигается при $n = 1$. Кроме того, из (7.1) вытекает, что для r существует предельное значение $r_* = 1/(4\pi^2)$, при достижении которого наступает абсолютная стабилизация. Это означает, что скорость вибрации должна удовлетворять условию

$$a \geqslant gl\pi^{-1}(Kbm^{-1}/(2\chi\nu))^{1/2}.$$

Заметим, что сделанные выводы справедливы для вибрации достаточно большой частоты, позволяющей применять метод осреднения.

Автор благодарит В. И. Юдовича за постановку задачи и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Horton C. W., Rogers F. T.** Convection currents in a porous medium // J. Appl. Phys.— 1945.— V. 16.— P. 367.
2. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости.— М.: Наука, 1972.
3. **Джозеф Д.** Устойчивость движений жидкости.— М.: Мир, 1981.
4. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.** Устойчивость конвективных течений.— М.: Наука, 1989.
5. **Зеньковская С. М., Симоненко И. Б.** О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 5.

6. **Симоненко И. Б.** Обоснование метода осреднения для задачи конвекции в поле быстро осциллирующих сил и для других параболических уравнений // Мат. сб.— 1972.— Т. 87 (129), № 2.
7. **Заварыкин М. П., Зорин С. В., Путин Г. Ф.** О термоконвективной неустойчивости в вибрационном поле // ДАН СССР.— 1988.— Т. 299, № 2.
8. **Katto Y., Masuoka T.** Criterion for onset of convective flow in a fluid in a porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer.— 1967.— V. 10, N 3.
9. **Зеньковская С. М.** О влиянии вибрации на возникновение конвекции.— М., 1978.— Деп. в ВИНИТИ 11.07.1978, № 2437-78.
10. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Вибрационная тепловая конвекция в невесомости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости.— Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
11. **Браверман Л. М.** О механическом квазиравновесии плоского слоя неизотермической жидкости в высокочастотном вибрационном поле // Динамика вязкой жидкости.— Свердловск: УрО АН СССР, 1987.

г. Ростов-на-Дону *Поступила 18/IV 1990 г., в окончательном варианте — 20/VIII 1991 г.*

УДК 536.33

А. Л. Бурка, В. В. Дудкин

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС В ПОРИСТО-ПРОНИЦАЕМОМ СЛОЕ ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЫ

Рассматривается нестационарная задача радиационно-кондуктивного теплопереноса в плоском пористо-проницаемом слое серой среды. В одномерном приближении краевая задача имеет вид [1]

$$(1)\qquad (1-m)\rho c\frac{\partial T}{\partial t}+m\rho_f c_f v\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)-\frac{\partial q}{\partial x},\quad t>0;$$

$$(2)\qquad \lambda\frac{\partial T}{\partial x}=(\alpha_1+m\rho_f c_f v)(T-T_1)+\varepsilon_1\sigma\left(T^4-T_1^4\right),\ x=x_0;$$

$$(3)\qquad \lambda\frac{\partial T}{\partial x}=(\alpha_2+m\rho_f c_f v)(T_2-T)+\varepsilon_2\sigma\left(T_2^4-T^4\right),\ x=x_1;$$

$$(4)\qquad T(x,\ 0)=T_0(x),\ x\in[x_0,\ x_1],$$

где

$$\frac{\partial q}{\partial x}=2\varkappa\sigma n^2\left\{2T^4(x,t)-T^4(x_0,t)K_2(\varkappa x)-T^4(x_1,t)K_2(\varkappa(x_1-x))-\right.$$
$$\left.-\varkappa\int\limits_{x_0}^{x_1}T^4(z,t)K_1(\varkappa|x-z|)\,dz\right\};$$

$$K_j(x)=\int\limits_0^1 z^{j-2}\exp\left(-\frac{x}{z}\right)dz;$$

m — пористость материала; ρ, ρ_f, c, c_f — плотность и теплоемкость материала и хладагента; λ — теплопроводность материала с учетом пористости; α_1, α_2, ε_1, ε_2 — коэффициенты поверхностной теплоотдачи и степени черноты для нагреваемой и охлаждаемой сторон соответственно; v — скорость переноса хладагента; n — показатель преломления; $\varkappa$ — коэффициент поглощения материала.

Предполагая, что массовый расход хладагента $g=\rho_f v$ постоянный, а зависимостью c_f от температуры материала можно пренебречь, обезразмеривание краевой задачи (1)—(4) проведем следующим образом:

$$\theta=T/T_*,\ \omega_1=T_1/T_*,\ \omega_2=T_2/T_*,\ \theta_0=T_0/T_*,\ \bar c=c/c_*,$$

$$\bar\lambda=\lambda/\lambda_*,\ \tau=t/t_*,\ x=L\xi+x_0,\ L=x_1-x_0,\ \xi\in[0,1].$$