

## ФИЗИКА ФОРМИРОВАНИЯ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ

М. Е. Жаботинский, А. В. Фойгель

(Москва)

Волоконный световод представляет собой тонкую сплошную или трубчатую прозрачную нить. Волоконные световоды формируются из жидкой массы, вытекающей через фильеру, или вытягиванием из соответствующей заготовки. Оба этих процесса могут быть рассмотрены на основе уравнений гидродинамики несжимаемой ньютоновской жидкости. (Полимеры, которые не являются ньютоновскими жидкостями, здесь не рассматриваются).

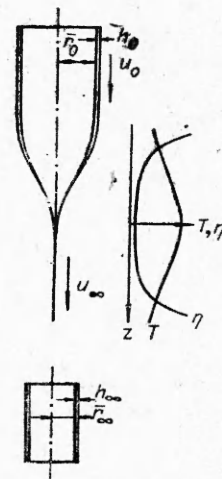
Вытяжка сплошного стекловолокна из фильеры рассмотрена в [1]. Вытяжка микрокапилляра из фильеры рассмотрена в [2], где дано качественное рассмотрение, что недостаточно для понимания влияния различных параметров процесса на размеры вытягиваемого микрокапилляра.

В данной работе рассмотрен процесс формирования микрокапилляра из трубчатой заготовки в приближении несжимаемой ньютоновской жидкости с переменной вязкостью, определяемой заданным распределением температуры. Учитывается влияние поверхностного натяжения и избыточного давления, создаваемого в канале для противодействия поверхностному натяжению. Предполагается, что процесс вытяжки стационарен, заготовка тонкостенна и осесимметрична, а переход в микрокапилляр происходит плавно. При этих предположениях задача нахождения формы перехода и размеров получаемого микрокапилляра сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Установлена зависимость размеров получаемого микрокапилляра от размеров заготовки и параметров процесса, позволяющая оптимизировать процесс.

Процесс формирования микрокапилляра (МК) описывается уравнениями Навье — Стокса и уравнением неразрывности. Вязкость заготовки и готового МК считается бесконечно большой, она является известной функцией температуры, распределение температуры задано, жидкость изотропна, ее движение предполагается осесимметричным, что делает задачу двумерной.

Заданы толщина стенки  $h_0$  и средний радиус  $\bar{r}_0$  заготовки, скорость ее подачи  $u_0$  и скорость вытяжки МК  $u_\infty$  (фиг. 1). При решении учитывается поверхностное натяжение  $\sigma$  и перепад давления  $\Delta p = p_1 - p_2$  между каналом и внешней средой, обе эти величины считаются постоянными по оси  $z$ .

Заготовка и готовый МК считаются относительно тонкостенными, т. е. во всех сечениях толщина стенки предполагается малой по сравнению с радиусом. Учитывая, что теплопередача к заготовке внутри нагревателя и последующее остывание волокна обусловлены излучением, а коэффициент поглощения материала мал, имеем температуру жидкости постоянной во всех точках поперечного сечения струи. Это значит, что распределение температуры, а следовательно, и вязкости, зависит только от продольной координаты и описывается заданной функцией  $\eta(z)$ . Из постановки задачи ясно, что  $\eta(z)$  — гладкая функция, стремящаяся к бесконечности при  $z \rightarrow \pm \infty$  (см. фиг. 1).



Фиг. 1

Искомой является форма струи (перехода от заготовки к МК), т. е. толщина стенки и радиус струи как функции продольной координаты, в том числе толщина стенки  $h_\infty$  и средний радиус  $r_\infty$  вытягиваемого МК.

Подобно тому, как было сделано в [1], перейдем от уравнений Навье — Стокса

$$(1) \quad \begin{aligned} \partial \Pi_{ik} / \partial x_k &= 0, \quad i, k = 1, 2, 3, \\ \Pi_{ik} &= \rho v_i v_k - \sigma_{ik}, \quad \sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + \eta (\partial v_i / \partial x_k + \partial v_k / \partial x_i), \end{aligned}$$

где  $\Pi_{ik}$  — тензор плотности потока импульса;  $\sigma_{ik}$  — тензор напряжений  $v_i$  и  $x_i$  — компоненты скорости и координаты;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $\eta$  — коэффициент вязкости, к уравнению импульсов, которое получается интегрированием уравнения (1) по объему жидкости, заключенной между сечениями  $z = z_1$  и  $z = z_2$ . Перейдем от объемного интеграла к поверхностному

$$(2) \quad \oint \Pi_{ik} df_k = 0,$$

где  $df_k$  — элемент поверхности, а интегрирование производится по замкнутой поверхности, состоящей из двух поперечных сечений при  $z = z_1$  и  $z = z_2$  и двух боковых поверхностей: внутренней ( $r = r_1(z)$ ) и внешней ( $r = r_2(z)$ ). Граничные условия на боковых поверхностях имеют вид

$$(3) \quad \sigma_{zz} \sin \theta_{1,2} + \sigma_{rz} \cos \theta_{1,2} = - [p_{1,2} \mp (\sigma \cos \theta_{1,2} / r_{1,2})] \sin \theta_{1,2};$$

$$(4) \quad \sigma_{rr} \cos \theta_{1,2} + \sigma_{rz} \sin \theta_{1,2} = - [p_{1,2} \mp (\sigma \cos \theta_{1,2} / r_{1,2})] \cos \theta_{1,2},$$

где  $\theta_{1,2}$  — углы наклона внутренней и внешней границы в плоскости  $r-z$

$$(5) \quad \operatorname{tg} \theta_{1,2} = -dr_{1,2}(z)/dz; \quad dr_{1,2}(z)/dz = v_r/v_z|_{r=r_{1,2}(z)}.$$

Подставляя тензор  $\Pi_{ik}$  в  $z$ -ю компоненту уравнения (2), отбрасывая ввиду малости числа Рейнольдса нелинейные члены, пропорциональные плотности, подставляя (3) в интегралы по внутренней и внешней боковым поверхностям и считая углы наклона  $\theta_{1,2}$  малыми, так что  $\cos \theta_{1,2} \approx 1$ , находим

$$(6) \quad \begin{aligned} \int_{r_1(z_2)}^{r_2(z_2)} \sigma_{zz} r dr - \int_{r_1(z_1)}^{r_2(z_1)} \sigma_{zz} r dr &= - \int_{z_1}^{z_2} \left[ r_2(z) \left( p_2 + \frac{\sigma}{r_2(z)} \right) \times \right. \\ &\times \left. \frac{\partial r_2(z)}{\partial z} - r_1(z) \left( p_1 - \frac{\sigma}{r_1(z)} \right) \frac{\partial r_1(z)}{\partial z} \right] dz. \end{aligned}$$

Так как коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  и давление воздуха  $p_1$  и  $p_2$  считаются постоянными, то интеграл в правой части (6) берется по частям

$$(7) \quad \begin{aligned} \int_{r_1(z)}^{r_2(z)} \left[ p - 2\eta(z) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] r dr &= \frac{1}{2} [p_2 r_2^2(z) - p_1 r_1^2(z)] + \\ &+ \sigma [r_1(z) + r_2(z)] + c. \end{aligned}$$

Предположим, что при всех  $z$

$$(8) \quad (r_2 - r_1) \partial p / \partial r \ll p, \quad (r_2 - r_1) \partial^2 v_z / \partial r \partial z \ll \partial v_z / \partial z$$

(после того, как решение будет найдено, прямой подстановкой в уравнения Навье — Стокса определим, при каких условиях (8) выполняется). Тогда давление  $p$  и продольную компоненту скорости  $v_z$  можно считать постоянными в каждом сечении  $z = \text{const}$  и зависящими только от продольной координаты  $z$ . Вынося в (7) выражение в скобках из-под знака интеграла, получаем

$$[r_2^2(z) - r_1^2(z)] [p - 2\eta(z)(dv_z/dz)] = [p_2 r_2^2(z) - p_1 r_1^2(z)] + 2\sigma [r_1(z) + r_2(z)] + 2c.$$

Интегрируя по переменной  $r$  уравнение неразрывности

$$\text{div } v = 0$$

с учетом сделанных предположений, находим

$$(9) \quad v_r = -(r/2)dv_z/dz + A(z)/r,$$

где  $A(z)$  — неизвестная функция. Используем граничные условия (4) для нахождения  $p(z)$  и  $A(z)$ , подставим выражение для радиальной скорости (9) в уравнения границ (5) и проинтегрируем их. При этом, переходя от внутреннего и внешнего радиусов  $r_1(z)$  и  $r_2(z)$  к толщине стенки  $h(z)$  и среднему радиусу  $\bar{r}(z)$

$$h(z) = r_2(z) - r_1(z); \quad \bar{r}(z) = (1/2)[r_1(z) + r_2(z)]$$

и обозначая  $u = v_z$ ,  $\Delta p = p_1 - p_2$ , получаем систему уравнений с крайними условиями

$$(10) \quad \eta du/dz - \alpha u = -\sigma/3h;$$

$$(11) \quad 2udh/dz + hdu/dz = \sigma/\eta - (\bar{r}\Delta p/2\eta)[1 - (h^2/4\bar{r}^2)];$$

$$(12) \quad \bar{r}hu = \beta,$$

$$(13) \quad u|_{z=-\infty} = u_0; \quad \bar{r}|_{z=-\infty} = \bar{r}_0; \quad h|_{z=-\infty} = h_0; \quad u|_{z=+\infty} = u_\infty,$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  — неизвестные постоянные;  $u_0$  и  $u_\infty$  — скорости подачи и вытяжки;  $h_0$  и  $\bar{r}_0$  — толщина стенки и средний радиус заготовки.

Из сопоставления (12) при  $z = -\infty$  и (13) получается, что  $\beta = \bar{r}_0 h_0 u_0$ . Предположение о тонкостенности волокна позволяет пренебречь в (11) величиной  $(h/\bar{r})^2$  по сравнению с единицей, и после подстановки значения  $h$  из (12) в (10) и (11) получаются два дифференциальных уравнения для  $\bar{r}$  и  $u$  и явное выражение для  $h$ .

После перехода к безразмерным переменным

$$(14) \quad Z = z/l, \quad H = h/h_0, \quad R = \bar{r}/\bar{r}_0, \quad U = u/u_0, \quad \mu = \eta_0/\eta,$$

где  $\eta_0$  — минимальная вязкость, а эффективная длина зоны нагрева  $l$  определяется равенством

$$(15) \quad l/\eta_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dz/\eta(z);$$

в уравнения и краевые условия войдут безразмерные параметры

$$(16) \quad U_\infty = u_\infty/u_0, \quad w = \ln U_\infty, \quad \gamma = \alpha l/\eta_0 w, \\ P = \bar{r}_0 \Delta p l / 2 \eta_0 u_0 h_0 w, \quad Q = \sigma l / \eta_0 u_0 h_0 w.$$

В новых переменных уравнения и краевые условия имеют вид

$$(17) \quad dU/dz - \gamma \mu w U = - (Q/3) \mu w R U; \\ (18) \quad 2U dR/dz + R dU/dz = - \mu w R^2 U (Q - PR); \\ (19) \quad U|_{z=-\infty} = 1; \quad R|_{z=-\infty} = 1, \\ (20) \quad U|_{z=+\infty} = U_\infty; \quad H = 1/RU.$$

Постоянная  $\gamma$  находится из условия выполнения краевых условий (19), (20), число которых на единицу превышает порядок системы (17), (18).

При  $P = Q = 0$ , что соответствует отсутствию поверхностного натяжения и перепада давления ( $\Delta p = \sigma = 0$ ), уравнения (17), (18) при  $\gamma = 1$  имеют решение, удовлетворяющее всем краевым условиям,

$$(21) \quad U^{(0)}(Z) = \exp(ws(Z)); \quad R^{(0)}(Z) = [U^{(0)}(Z)]^{-1/2};$$

$$(22) \quad H^{(0)}(Z) = [U^{(0)}(Z)]^{-1/2},$$

где

$$(23) \quad s(Z) = \int_{-\infty}^Z \mu(\xi) d\xi,$$

Для решения уравнений (17), (18) при  $P^2 + Q^2 \neq 0$  перейдем от переменной  $Z$  к переменной  $s(Z)$ . При этом интервал  $(-\infty, \infty)$  изменения  $Z$  соответствует интервал  $(0, 1)$  изменения  $s$ , поскольку, как это следует из (14), (15),  $s(+\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(\xi) d\xi = 1$ . Подстановка (23) в (17), (18) и арифметические преобразования приводят к системе уравнений с разделяющимися переменными

$$(24) \quad dR/ds = -(wR/2)[\gamma + (2/3)QR - PR^2];$$

$$(25) \quad (1/U)dU/dR = (2/3)(QR - 2\gamma)/[\gamma R + (2/3)(QR^2 - PR^3)]$$

с краевыми условиями

$$(26) \quad U|_{s=0} = 1; \quad R|_{s=0} = 1;$$

$$(27) \quad U|_{s=1} = \exp(w).$$

Интегрируя (24), (25) с краевыми условиями (26), получаем для величин  $R$  и  $U$  как неявных функций независимой переменной  $s$  выражения, содержащие неизвестную константу  $\gamma$ ,

$$(28) \quad [y_1/(y_1 - y_2)] \ln[(1 - Ry_1)/R(1 - y_1)] + \\ + [y_2/(y_2 - y_1)] \ln[(1 - Ry_2)/R(1 - y_2)] = \gamma ws/2;$$

$$(29) \quad \ln U = [(3y_1 + y_2)/(y_1 - y_2)] \ln[(1 - Ry_1)/(R(1 - y_1))] + \\ + [(3y_2 + y_1)/(y_2 - y_1)] \ln[(1 - Ry_2)/(R(1 - y_2)]],$$

где  $y_{1, 2}$  — величины, обратные корням квадратного трехчлена, стоящего в правой части (24)

$$(30) \quad y_{1, 2} = (-Q \pm \sqrt{Q^2 + 9P\gamma})/3\gamma.$$

Используем для нахождения неизвестной константы  $\gamma$  краевое условие (27). Подставляя (27) в (28), (29) и исключая из полученных уравнений неизвестную величину  $R(1)$ , находим, что  $\gamma = \gamma(P, Q, w)$  есть корень уравнения

$$(31) \quad (1 - y_2) \exp[w(\gamma - 1)(3y_1 + y_2)/2(y_1 + y_2)] - (1 - y_1) \times \\ \times \exp[w(\gamma - 1)(3y_2 + y_1)/2(y_1 + y_2)] = (y_1 - y_2) \exp(-w/2)$$

(согласно (30),  $\gamma$  входит в  $y_{1, 2}$ ).

После того, как из (31) найдена константа  $\gamma$ , величины  $R$  и  $U$  как не-явные функции  $s$  даются формулами (28), (29).

Размерные радиус, продольная скорость и толщина стенки выражаются, согласно (14), (19), через функции  $R(s)$  и  $U(s)$

$$(32) \quad \bar{r}(z) = \bar{r}_0 R[s(z/l)]; \quad u(z) = u_0 U[s(z/l)]; \\ h(z) = h_0 / \{R[s(z/l)]U[s(z/l)]\}.$$

Конечные значения толщины стенки  $h_\infty = h(+\infty)$  и радиуса  $\bar{r}_\infty = \bar{r}(+\infty)$ , описывающие геометрию вытягиваемого МК, выражаются с учетом (27) через значение функции  $R(s)$  при  $s = 1$

$$(33) \quad h_\infty = h_0 \sqrt{(u_0/u_\infty)} K(P, Q, w); \quad \bar{r}_\infty = \bar{r}_0 \sqrt{(u_0/u_\infty)} [1/K(P, Q, w)],$$

где введено обозначение

$$(34) \quad K(P, Q, w) = \exp(-w/2)/R(1).$$

Подставляя краевое условие (27) в (28), (29) и используя (31), получаем

$$(35) \quad K(P, Q, w) = (1 - y_2) \exp[w(\gamma - 1)(3y_1 + y_2)/2(y_1 + y_2)] + \\ + y_2 \exp(-w/2).$$

Таким образом, задача определения геометрии МК (конечных значений толщины стенки  $h_\infty$  и радиуса  $\bar{r}_\infty$ ) свелась к численному решению для каждого набора значений параметров  $P, Q, w$  трансцендентных уравнений (31) и (35), после чего величины  $h_\infty$  и  $\bar{r}_\infty$  определяются по формуле (33).

Функции  $R(s)$  и  $U(s)$ , определяющие, согласно (32), профиль струи, т. е. величины  $h(z)$  и  $\bar{r}(z)$ , могут быть найдены либо численным решением формулы (28), либо, что удобнее, непосредственным численным интегрированием системы уравнений (24), (25) с краевыми условиями (26) и известной (найденной из (31)) константой  $\gamma$ .

При  $P \ll 1$ ,  $Q \ll 1$  для функции  $K(P, Q, w)$  справедливо приближенное выражение, найденное методом последовательных приближений из (24), (25) с учетом (26), (27) и (34)

$$(36) \quad K(P, Q, w) = 1 + Q - (P/2) + Q^2[(1/6) - (2/3w)] + \\ + PQ[(1/18) + (1/3w)] - (P^2/8) + O(Q^2 + P^2)$$

(в качестве нулевого приближения для  $R(s)$  и  $U(s)$  использовались выражения (21), (22)).

Определим, при каких условиях выполняются предположения (8), позволившие считать давление и продольную скорость постоянными в поперечном сечении. Ограничимся случаем малых  $P$  и  $Q$ , чтобы в качестве решения для продольной скорости можно было использовать нулевое приближение (21). Подставляя (21) и найденные с помощью (4) и (9) выражения для  $p$  в уравнения Навье—Стокса (1) и считая, что  $\partial/\partial z \sim 1/l$ , поскольку единственной характерной длиной по оси  $z$  является  $l$ , находим, что предположение (8) выполняется, если  $\bar{r}_0 h_0 / l^2 \ll 1$ .

В силу трюкостенности волокна это ограничение слабее ранее сделанного предположения о малости наклона границы.

Существенно, что конечные задания толщины стенки  $h_\infty$  и радиуса  $r_\infty$  не зависят от вида зависимости вязкости от температуры и деталей самого температурного профиля, а зависят лишь от интегральной характеристики  $l/\eta_0$  функции  $\eta(z)$ , так как, согласно (33), величины  $h_\infty$  и  $r_\infty$  зависят от вязкости только через параметр  $P$  и  $Q$ , в которые из всех характеристик функции  $\eta(z)$  входит только величина  $l/\eta_0$ , определяемая равенством (15) и являющаяся характеристикой зоны нагрева (увеличению эффективной длины зоны нагрева  $l$  или увеличению температуры, приводящему к уменьшению минимальной вязкости  $\eta_0$ , соответствует увеличение характеристики  $l/\eta_0$  зоны нагрева).

Таким образом, при различных температурных распределениях вытяжка МК происходит при различных профилях струи на всей длине от заготовки до застывшего МК, однако, если при этом интегральная характеристика распределения вязкости  $\eta(z)$  одна и та же, то размеры вытягиваемого МК, т. е. величины  $h_\infty$  и  $r_\infty$ , также будут одними и теми же.

Проиллюстрируем зависимость профиля струи от параметров  $P$  и  $Q$  при фиксированном температурном распределении

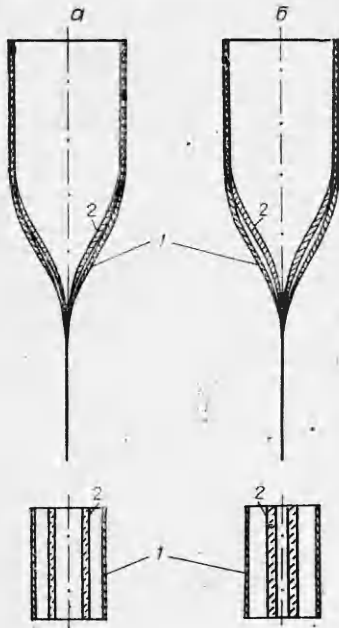
$$T(z) = T_g + (T_m - T_g)/(1 + c_1 z^2),$$

где  $T_m$  — максимальная температура;  $T_g$  — температура стеклования,  $c_1$  — константа, выбираемая так, чтобы обеспечить одинаковое в обоих случаях значение величины  $l/\eta_0$  при зависимости вязкости от температуры

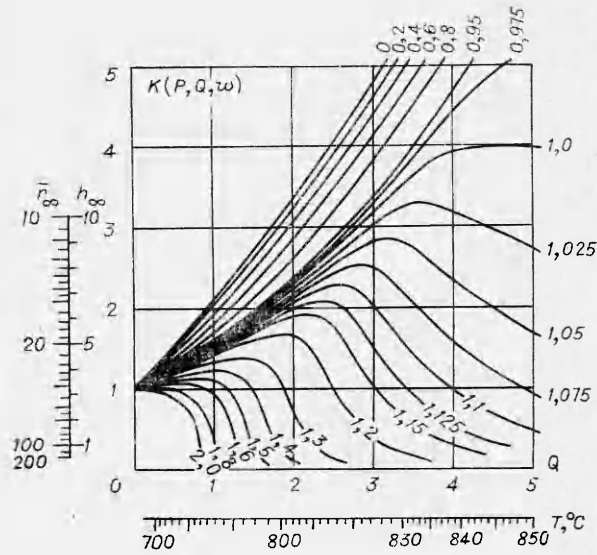
$$\eta(T) = a \exp[b/(T - T_g)], \quad T > T_g$$

( $a$ ,  $b$  — константы, зависящие от свойств материала).

Деформация профиля струи относительно профиля, не возмущенного поверхностными силами, существенно зависит от величин параметров  $P$  и  $Q$  и соотношения между ними (фиг. 2, где кривая 1 — невозмущенный профиль при  $P = Q = 0$ ; 2 — возмущенный профиль при  $P = 0$ ,  $Q = 1$  и  $P = 0$ ,  $Q = 2$  (фиг. 2 а, б соответственно)). Значение  $Q$  тем больше,



Фиг. 2



Фиг. 3

чем больше коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$ , время пребывания в зоне нагрева  $l/u_0$  и чем меньше минимальная вязкость  $\eta_0$  и начальная толщина стенки  $h_0$ , определяющая толщину слоя вязкой жидкости, сопротивляющегося действию силы поверхностного натяжения.

Размеры МК, т. е. величины  $h_\infty$  и  $\bar{r}_\infty$ , определяются, согласно (33), размерами заготовки  $h_0$  и  $\bar{r}_0$ , отношением скорости вытяжки  $u_\infty$  к скорости подачи  $u_0$  и значением функции  $K(P, Q, w)$ . При отсутствии поверхностных сил ( $\Delta p = \sigma = 0$ , следовательно,  $p = Q = 0$ ) из (36) вытекает, что  $K = 1$  и конечные значения толщины стенки и радиуса пропорциональны

начальным значениям этих величин с коэффициентом  $\sqrt{u_0/u_\infty}$ , возникающим из закона сохранения массы и описывающим уменьшение толщины стенки и радиуса с сохранением геометрического подобия сечений МК и заготовки. Функция  $K(P, Q, w)$  описывает влияние поверхностного натяжения и перепада давления, которые приводят к отклонению от подобия в зависимости от соотношения между ними либо  $K > 1$  и тогда  $h_\infty \bar{r}_\infty > h_0 \bar{r}_0$ , либо  $K < 1$  и тогда  $h_\infty \bar{r}_\infty < h_0 \bar{r}_0$ .

На фиг. 3 изображено семейство кривых, дающих зависимость  $K$  от  $Q$  при  $w = \ln(10^5)$  и различных фиксированных значениях отношения  $P/Q$ . Кривые, соответствующие  $w = \ln(10^4)$  и  $w = \ln(10^6)$ , практически совпадают с кривыми для  $w = \ln(10^5)$ , следовательно, в этом интервале значений  $w$  можно пренебречь явной зависимостью функции  $K$  от  $w$  (неявно  $K$  по-прежнему зависит от  $w$ , поскольку  $w$  входит в  $P$  и  $Q$ ). Слабая явная зависимость  $K$  от  $w$  также следует и из (36),  $w$  входит только в члены, квадратичные по  $P$  и  $Q$ .

Семейство кривых на фиг. 3 совместно с формулой (33) дает ответ на вопрос о зависимости  $h_\infty$  и  $\bar{r}_\infty$  от безразмерных параметров  $P$  и  $Q$ .

Для выяснения зависимости размеров МК от каждого из размерных параметров, сгруппированных в две безразмерные величины  $P$  и  $Q$ , необ-



ходим дальнейший анализ результатов. На фиг. 3 непосредственно представлена зависимость  $h_\infty$  и  $\bar{r}_\infty$  от характеристики  $l/\eta_0$  зоны нагрева (фактически от ее температуры) при фиксированных значениях перепада давления  $\Delta p$ , поскольку, как это видно из (16), каждая из величин  $l/\eta_0$  и  $\Delta p$  входит только в один из параметров  $Q$  и  $P/Q$  соответственно. Дополнительные шкалы на фиг. 3, по которым отложены максимальная температура зоны нагрева  $T$ , °С и размеры МК  $h_\infty$ ,  $\bar{r}_\infty$ , мкм, построены для следующих значений остальных параметров процесса:  $h_0 = 0,1$  см,  $\bar{r}_0 = 1$  см,  $u_0 = 0,01$  см/с,  $u_\infty = 10$  м/с,  $\sigma = 250$  дин/см,  $l = 5$  см.

Для получения непосредственной зависимости размеров МК от других размерных параметров процесса необходимо при построении графиков в качестве аргумента и параметра семейства использовать не  $Q$  и  $P/Q$ , а другие величины (например, величины  $P$  и  $Q$  соответственно для исследования зависимости от  $\Delta p$  при фиксированных значениях  $\sigma$ ). Подобные графики могут быть получены из фиг. 3.

В рамках решенной стационарной задачи можно говорить лишь об изменениях параметров, медленных по сравнению с характерным временем  $t_0$  системы. Верхней оценкой для  $t_0$  является отношение эффективной длины зоны нагрева  $l$  к минимальной продольной скорости — скорости подачи  $u_0$ :  $t_0 = l/u_0$  (в реальных условиях  $t \sim 10^2 - 10^3$  с). Вопрос о чувствительности размеров МК к столь медленным изменениям параметров рассматривается на основе приведенного графика. Из фиг. 3 видно, что существуют значения параметров  $P$  и  $Q$ , когда  $(\partial K/\partial Q)_{P/Q} = 0$ . Равенство нулю частной производной означает, что в этой точке размеры МК малочувствительны к медленному изменению характеристики  $l/\eta_0$  зоны нагрева при постоянном  $\Delta p$ . Заметим, что, во-первых, экстремальные точки соответствуют  $K > 1$ , т. е. большему или меньшему схлопыванию МК, и, во-вторых, при больших  $Q$  кривые на фиг. 3 расположены далеко друг от друга, что соответствует крайне высокой чувствительности к изменениям  $\Delta p$ . Это, по-видимому, нейтрализует такое достоинство этих точек, как малочувствительность к медленным изменениям величины  $l/\eta_0$  (т. е. температуры зоны нагрева).

Таким образом, приемлемыми с точки зрения чувствительности к медленным изменениям параметров можно считать такие режимы вытяжки, которым соответствует  $Q < 3$ , а параметр  $P$  выбран таким, чтобы обеспечить экстремальность по  $l/\eta_0$ .

Следовательно, формулы (33) и данные фиг. 3 дают зависимость размеров микрокапилляра от размеров заготовки и параметров процесса. Они могут быть применены при выборе условий, когда процесс мало чувствителен к медленным изменениям параметров. Рассмотрение влияния возмущений, быстрых по сравнению с характерным временем  $t_0$ , должно быть проведено отдельно.

Авторы благодарны Б. З. Каценеленбауму и А. Д. Шатрову за плодотворную дискуссию, А. И. Леонову за ряд замечаний, И. В. Александрову, Т. В. Бухтиаровой, А. А. Дяченко за обсуждение работы на различных стадиях ее выполнения.

Поступила 24 III 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Glicksman L. R. Transactions of the ASME.—«J. of Basic Engng», Sept. 1968.
2. Асланова М. С., Гордон С. С.—«Механика полимеров», 1973, № 4, с. 599.