

что  $\frac{dq_{\text{мех}}}{dT}$  уменьшается с температурой (см. рис. 2, а) и при достаточно больших  $T$  крутизна интегральной функции тепловыделения практически совпадает с крутизной химической функции тепловыделения, что и приводит к независимости  $T^*$  от  $n$ .

На рис. 6 приведены значения  $T_0$ ,  $T^*$  и  $\Delta T$  как функции напряжения на подвижном внешнем цилиндре в режиме  $\sigma_r = \text{const}$ .  $T^*$  и  $T_0$  уменьшаются с ростом  $\sigma_r$ , причем падение  $T^*$  несколько более слабое. При изменении  $\sigma$  от 0 до  $100 \text{ г/см}^2$  изменения указанных параметров происходят в интервалах  $T_0 = 396,5^\circ \text{K}$ ,  $— 375^\circ \text{K}$ ,  $T^* = 405,5^\circ — 397^\circ$ ,  $\Delta T = 9^\circ — 23^\circ$ .

Зависимость критической скорости тепловыделения от температуры окружающей среды  $T_0$  для режимов  $\sigma_r = \text{const}$  и  $v_r = \text{const}$  представлена на рис. 7. Отметим, что  $q_v(T_0) > q_\sigma(T_0)$ . Отсюда можно сделать вывод, что при прочих равных условиях взрывной предел легче достигается в режиме  $\sigma_r = \text{const}$  в том смысле, что для достижения этого предела при данном  $T_0$  требуется меньшее увеличение скорости тепловыделения за счет диссипации. Этот результат является очевидным следствием различного поведения диссипативной функции тепловыделения для указанных режимов (см. рис. 2).

Поступила в редакцию  
30/IX 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Бостанджиян, А. Г. Мержанов, Н. М. Пручкина. ПМТФ, 1968, 5.
2. А. Г. Мержанов, А. М. Столин. Докл. АН СССР, 1971, 198, 6.
3. В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. Теплопередача. М.—Л., «Энергия», 1965.
4. С. А. Бостанджиян, А. Г. Мержанов, С. И. Худяев. ПМТФ, 1965, 5, 45.
5. P. S. Bowes. Comb. and Flame, 1969, 13, 5, 521.
6. А. Д. Марголин. ЖФХ, 1963, 4, 137.
7. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
8. А. С. Штейнберг, Б. М. Слуцкер, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1970, 6, 4.
9. В. В. Барзыкин, Э. А. Штессель и др. ФГВ, 1971, 7, 2.

УДК. 536.46

### О ГЕТЕРОГЕННОМ ВОСПЛАМЕНЕНИИ РЕАГИРУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ

А. М. Гришин, Н. А. Игнатенко  
(Томск)

В последнее время в связи с развитием новейшей техники [1] значительное число работ посвящено теории воспламенения гибридных систем [1—7].

Заметим, что теория Д. А. Франк-Каменецкого [2] нульмерна, а в теории В. Б. Либровича [5] условие воспламенения отождествляется с условием потухания диффузионного фронта пламени, что, как

видно из диаграммы Н. Н. Семенова [2], является определенным допущением.

В данной работе обобщается теория Вильямса [4], и на основании решения одной из конкретных задач, рассмотренных в [8], вводится понятие об одном типе предела воспламенения гибридных систем. Кроме того, в работе дается метод двусторонних приближений для решения задач гетерогенной теории воспламенения.

1. Пусть в момент  $t=0$  полубесконечное пространство ( $x < 0$ ), заполненное горючим, соприкасается с полубесконечным пространством ( $x > 0$ ), заполненным окислителем. Начальная температура горючего  $T_2^0$ , а окислителя  $T_1^0$ . Из области  $x > 0$  на границу раздела сред падает постоянный поток  $Q$ . Считаем, что теплофизические коэффициенты постоянны, реагирующий газ — эффективная бинарная смесь, а на поверхности раздела сред имеет место гетерогенная химическая реакция, скорость которой определяется законом Аррениуса [2].

Поставим своей задачей определение времени воспламенения в зависимости от начального состояния и теплокинетических свойств реагирующей системы.

Математическая задача сводится к решению уравнений теплопроводности для горючего и окислителя и уравнения диффузии для окислителя, записанных в безразмерном виде

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2}, \quad y > 0, \quad \theta = \frac{(T - T_*)E}{RT_*^2}, \quad y = \frac{x}{r_0}; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \theta^2}{\partial \tau} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2}, \quad y < 0, \quad \kappa_i = \frac{\lambda_i}{\rho_i c_i}, \quad i = 1; 2; \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = L \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad y > 0, \quad \gamma = \frac{\rho_1 c_1 RT_*^2}{q E c_0}, \quad m = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (1.3)$$

при начальных и граничных условиях

$$\theta_{1/y=\infty} = \theta_{1/\tau=0} = \theta_1^0, \quad \theta_{2/y=-\infty} = \theta_{2/\tau=0} = \theta_2^0; \quad (1.4)$$

$$\theta_{1/y=0} = \theta_{2/y=0}, \quad \left( m \frac{\partial \theta_2}{\partial y} - \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = \alpha + c_0^v \exp \frac{\theta_0}{1 + \beta \theta_0}; \quad (1.5)$$

$$c/y=\infty = c/\tau=0 = 1, \quad \frac{\partial c}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\gamma}{L} c_0^v \exp \frac{\theta_0}{1 + \beta \theta_0}. \quad (1.6)$$

Здесь  $\theta$  — безразмерная температура;  $T$  — абсолютная температура;  $\tau = \frac{t}{t_0}$  — безразмерное время;  $t$  — время;  $t_0 = \frac{r_0^2 c_1 \rho_1}{\lambda_1}$  — масштаб времени;  $r_0 = \frac{RT_*^2 \lambda}{c_0^v E q k_0} \exp \frac{E}{RT_*}$  — масштаб длины;  $c_i$  — теплоемкость;  $\alpha = \frac{Q}{q k_0 c_0^v} \times \exp \frac{E}{RT_*}$  — безразмерный тепловой поток;  $\rho_i$  — плотность;  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности;  $q$  — тепловой эффект реакции;  $k_0$  — предэкспонент;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $Q$  — тепловой поток;  $c_0$  — начальная концентрация;  $c$  — текущая концентрация;  $c = \frac{c}{c_0}$  — относительная текущая концентрация;  $K_e = \sqrt{\frac{\lambda_2 \rho_2 c_2}{\lambda_1 \rho_1 c_1}}$  — относительный коэффициент тепловой активности;  $\beta = \frac{RT_*}{E}$  — безразмерный параметр;  $L = \frac{D}{\kappa_1}$  — число Льюиса — Семенова;

$\gamma$  — безразмерный параметр; индексы 1 и 2 отвечают параметрам газовой и твердой фазам соответственно.

При введении безразмерных переменных в качестве характерной температуры  $T_*$  взята температура раздела сред в начальный момент,

$$\text{в силу чего } \theta_2^0 = -\frac{\theta_1^0}{K_\varepsilon}.$$

Заметим, что имеет место также перенос тепла путем диффузии продуктов реакции и окислителя. Однако, согласно оценкам работы [3], этот перенос незначителен по сравнению с переносом тепла за счет кондукции.

2. Применяя для решения краевой задачи (1.1) — (1.6) преобразования Лампласа [9], получим формулы для изображений  $\bar{\theta}_1(p, y)$ ,  $\bar{\theta}_2(p, y)$ ,  $\bar{c}(p, y)$ . Поскольку акт воспламенения имеет место на границе раздела сред, то для изучения механизма воспламенения достаточно знать  $\theta_0(\tau)$  — температуру раздела сред и  $c_0(\tau)$  — концентрацию газообразного компонента на границе раздела сред.

Используя теорему о свертке [9], так же как и в [4], получим для определения  $\theta_0$  и  $c_0$  систему нелинейных интегральных уравнений Вольтерра

$$\theta_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}(1+K_\varepsilon)} \left[ \alpha \sqrt{\tau} + \frac{1}{2} \int_0^\tau \frac{c_0^y(t) \exp \frac{\theta_0(t)}{1+\beta\theta_0(t)}}{\sqrt{\tau-t}} dt \right], \quad (2.1)$$

$$c_0 = 1 - \frac{a}{\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{c_0^y(t) \exp \frac{\theta_0(t)}{1+\beta\theta_0(t)}}{\sqrt{\tau-t}} dt, \quad a = \frac{\gamma}{\sqrt{L}}. \quad (2.2)$$

Определив  $\theta_0$  и  $c_0$ , найдем интенсивность  $c_0^y \exp \frac{\theta_0}{1+\beta\theta_0}$  источника и затем легко определим  $\theta(y, \tau)$ ,  $c(y, \tau)$  по известным формулам [9].

Из интегральных уравнений (2.1), (2.2) легко видеть, что

$$c_0(\tau) = 1 - a \left[ (1 + K_\varepsilon) \theta_0(\tau) - 2\alpha \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \right]. \quad (2.3)$$

Тогда система уравнений (2.1), (2.2) сводится к решению одного нелинейного уравнения типа Вольтерра

$$\theta_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}(1+K_\varepsilon)} \left[ \alpha \sqrt{\tau} + \frac{1}{2} \int_0^\tau \frac{\varphi(\theta_0, t)}{\sqrt{\tau-t}} dt \right], \quad (2.4)$$

$$\varphi(\theta_0, t) = \left\{ 1 - a \left[ (1 + K_\varepsilon) \theta_0 - 2\alpha \sqrt{\frac{t}{\pi}} \right] \right\}^y \exp \frac{\theta_0}{1+\beta\theta_0}.$$

Из формулы (2.3) следует, что температура  $\theta_0$  при  $\alpha=0$  не может быть выше величины

$$\theta_\infty = \frac{1}{a(1+K_\varepsilon)}. \quad (2.5)$$

3. Будем искать приближенное решение уравнения (2.4) в виде

$$\theta_0 = b_1 \sqrt{\tau} + b_2 \tau + b_3 \tau^{3/2} + \dots \quad (3.1)$$

Подставляя (3.1) в уравнение (2.4), методом неопределенных коэффициентов найдем

$$b_1 = \frac{2(\alpha + 1)}{\sqrt{\pi(1 + K_\epsilon)}}, \quad b_2 = \frac{1}{1 + K_\epsilon} \left( \frac{\alpha + 1}{1 + K_\epsilon} - va \right),$$

$$b_3 = \frac{4 \{ a^2(1 + K_\epsilon)^2 [\pi v^2 + 2v(v - 1)] - va(1 + K_\epsilon) [(\pi + 4)(\alpha + 1) + \pi] + (\alpha + 1) \}}{3\pi^{3/2}(1 + K_\epsilon)^3} \rightarrow$$

$$\rightarrow [\pi + 2(\alpha + 1)(1 - 2\beta)].$$

Таким образом, значение  $\theta_0(\tau)$  определяется с точностью до величины  $O(t^2)$ .

Заметим, что выражение (3.1) можно определить и не вводя интегрального уравнения. Для этого достаточно краевую задачу (1.1) — (1.6) решить методом возмущений [10].

Воспламенением будем считать резкий переход от кинетического (низкотемпературного) режима к диффузионному (высокотемпературному) режиму протекания гетерогенной химической реакции.

Следовательно, акт воспламенения будет иметь место, если

$$\left. \frac{d^2\theta_0}{d\tau^2} \right|_{\tau=\tau_*} = 0. \quad (3.2)$$

В этом случае температура раздела сред резко возрастает с течением времени и при  $\tau = \tau_*$  имеет место переход от кинетического режима к диффузионному. Время  $\tau_*$  целесообразно назвать временем индукции или прогресса.

Удовлетворяя (3.1) условию (3.2), получим

$$\bar{\tau}_* = \frac{\pi(\alpha + 1)(1 + K_\epsilon)^2}{2a^2(1 + K_\epsilon)^2 [\pi v^2 + 2v(v - 1)] - 2va(1 + K_\epsilon) [(\pi + 4)(\alpha + 1) + \pi] + \pi} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{+2(\alpha + 1)[\pi + 2(\alpha + 1)(1 - 2\beta)]}. \quad (3.3)$$

Заметим, что при

$$a \rightarrow \bar{a}_* =$$

$$= \frac{v[(\pi + 4)(\alpha + 1) + \pi] - \sqrt{v^2[(\pi + 4)(\alpha + 1) + \pi]^2 - 4(\alpha + 1)[\pi v^2 + 2v(v - 1)]}}{2(1 + K_\epsilon)[\pi v^2 + 2v(v - 1)]} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{\times [\pi + 2(\alpha + 1)(1 - 2\beta)]}$$

величина  $\bar{\tau}_* \rightarrow \infty$  и, следовательно, гибридная пара не воспламеняется. Очевидно, что при  $a < \bar{a}_*$  воспламенение имеет место, а при  $a \geq \bar{a}_*$  нет.

Различные пределы воспламенения могут быть в зависимости от различных физических причин. В частности, если в данной реагирующей системе имеют место тепловые стоки, то предел воспламенения будет тепловым, возможны также концентрационные пределы. Для гетерогенного воспламенения перечень этих пределов дан в работе [8].

Таким образом, пределы воспламенения следует определять так, чтобы их можно было отличать друг от друга, поскольку физические причины возникновения пределов различны.

В рассматриваемой реагирующей системе отсутствуют стоки тепла и имеется полубесконечное пространство, заполненное окислителем, т. е. при прочих равных условиях реализуются наиболее благоприятные условия для воспламенения гетерогенной системы.

Величину  $\bar{a}_*$  целесообразно назвать термокинетическим пределом гетерогенного воспламенения, так как критерий подобия  $a$  зависит от

начальной температуры границы раздела сред, параметров  $E$ ,  $q$ , характеризующих гетерогенную химическую реакцию и коэффициентов  $D$  и  $\kappa$ , которые в кинетической теории газов называют иногда кинетическими.

Поскольку  $a$  — критерий подобия комплексного типа, то  $\bar{a}_*$  характеризует вероятность воспламенения гетерогенных систем в зависимости от значений  $E$ ,  $q$  и т. д.

Возьмем некоторую совокупность твердых горючих или окислителей (множество  $A$ ) и некоторую совокупность газообразных окислителей или горючих (множество  $B$ ). Будем наугад формировать пары элементов обоих множеств. Тогда вероятность воспламенения пары с максимальным  $q$  будет наибольшая, так как в этом случае  $a$  будет при прочих равных условиях минимально и выполнение неравенства  $a < \bar{a}_*$  наиболее вероятно.

С ростом  $K_\varepsilon$  величина  $\bar{a}_*$  убывает, и аналогичным образом заключаем, что вероятность воспламенения пары уменьшается.

Заметим также, как и следовало ожидать, при  $K_\varepsilon \rightarrow \infty$  величина  $\bar{a}_* \rightarrow 0$ , так как теплота реакции почти полностью отводится в твердое горючее. С ростом  $\nu$  величина  $\bar{a}_*$  убывает, а с ростом  $\alpha$  возрастает.

Если теплофизические коэффициенты реагирующей системы известны, то можно найти предельную начальную концентрацию газообразного компонента, при которой еще имеет место воспламенение гибридной системы

$$C_0^* = \frac{c_{p1}RT^2 \sqrt{L}}{qE \bar{a}_*}.$$

В случае, когда  $a \ll \bar{a}_*$  формула для времени прогрева значительно упрощается

$$\tau_* = \frac{\pi(1 + K_\varepsilon)^2}{2[\pi + 2(\alpha + 1)(1 - 2\beta)]}. \quad (3.4)$$

Из формулы (3.4) видно, что величина  $\bar{\tau}_*$  растет с ростом  $K_\varepsilon$  и убывает с ростом безразмерного теплового потока  $\alpha$ .

4. Возникает вопрос о точности формул, определяющих величины  $\bar{\tau}_*$ ,  $\bar{a}_*$ , так как они получены приближенными методами.

С этой целью уравнение (2.4) было решено методом двусторонних приближений, при котором абсолютная погрешность определяется разностью между верхними и нижними приближениями.

При  $\alpha = 0$  два типа графика функции  $\varphi(\theta)$  даны на рис. 1. Легко видеть, что эта функция имеет максимум (кривая 1) при

$$\theta_0 = \theta^* = \frac{\sqrt{1 + 4\nu\beta + \frac{4\nu\beta^2}{a(1 + K_\varepsilon)} - 2\nu\beta} - 1}{2\nu\beta^2}.$$

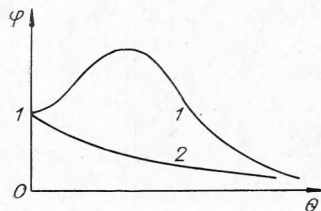


Рис. 1.

Максимум  $\varphi$  достигается при  $\theta_0 = 0$ , если

$$a = a_0 = \frac{1}{\nu(1 + K_\varepsilon)}.$$

При  $a > a_0$  максимум кривой  $\varphi(\theta)$  отсутствует (кривая 2) и имеет место верхняя грань. Аналогичная ситуация будет и при  $\alpha \neq 0$ . Заметим, что функцию  $\varphi$  можно аппроксимировать ступенчатыми функциями.

ми, одна из которых всюду больше  $\varphi$  при  $\theta_0 > 0$ , а вторая меньше  $\varphi$ . Тогда для определения верхних и нижних приближений имеем следующие соотношения

$$\bar{\theta}_n = \frac{2}{\sqrt{\pi}(1+K_\varepsilon)} \left\{ \alpha \sqrt{\tau_n} + \sum_{i=1}^n [(\sqrt{\tau_n - \tau_{i-1}} - \sqrt{\tau_n - \tau_i}) \varphi(\tau_i)] \right\},$$

$$\tau_0 = 0, \quad \tau_n = n\Delta\tau, \quad (4.1)$$

$$\underline{\theta}_n = \frac{2}{\sqrt{\pi}(1+K_\varepsilon)} \left\{ \alpha \sqrt{\tau_n} + \sum_{i=1}^n [(\sqrt{\tau_n - \tau_{i-1}} - \sqrt{\tau_n - \tau_i}) \varphi(\tau_{i-1})] \right\},$$

$$\theta_n = \theta_0(\tau_n). \quad (4.2)$$

Таким образом, на каждом шаге по времени для определения  $\bar{\theta}_n$  имеем трансцендентное уравнение, которое легко решается методом Ньютона. Для определения  $\underline{\theta}_n$  имеем рекуррентную формулу (4.2).

Заметим, что соотношения (4.1), (4.2) справедливы только до момента  $\tau_0$ , отвечающего максимуму функции  $\varphi$  и при  $\tau > \tau_0$  величину  $\bar{\theta}_n$  следует определять по формуле (4.2), а  $\underline{\theta}_n$  по формуле (4.1).

Аналогичная ситуация имеет место и в том случае, если функция  $\varphi$  не имеет максимума.

Определив по методу двусторонних приближений шаг  $\Delta\tau$ , обеспечивающий заданную точность, с целью экономии машинного времени целесообразно использовать рекуррентную формулу (4.2).

5. Изложенным выше методом при помощи ЭВЦМ была проделана с погрешностью, не превышающей 5%, серия расчетов. Было установлено, что при  $a \ll a_*$  имеет место резкий взрыв температуры, после чего при  $a=0$  температура достигает высокой горизонтальной асимптоты. Предельное значение температуры  $\theta_\infty$ , полученное численным интегрированием, полностью соответствует значениям, следующим из формулы (2.5).

На рис. 2 дана серия кривых  $\theta_0(\tau)$  при  $\alpha=0$ ,  $\beta=0,03$ ,  $K_\varepsilon=40$ ,  $\nu=1$  и  $a=0,0014$ ;  $0,0057$ ;  $0,0071$ ;  $0,0085$ ;  $0,0141$  (кривые 1, 2, 3, 4, 5) соответственно. Из этих графиков следует, что в зависимости от  $a$  имеют место кривые двух типов. При  $a < a_*$  имеем кривые первого типа. В этом случае величина  $\theta_0(\tau)$  сравнительно быстро нарастает, причем имеют место две точки перегиба температурной кривой. При  $a > a_*$  имеем кривые второго типа. В этом случае точки перегиба температурной кривой отсутствуют, и кривая довольно быстро достигает низкой горизонтальной асимптоты.

Следовательно, кривая первого типа отвечает воспламеняющейся, а кривая второго типа невоспламеняющейся гибридным парам.

В результате численных расчетов обнаружено, что если  $a \rightarrow a_*$ , то величина  $\tau_{*1}$  — время достижения первой точки перегиба кривой  $\theta_0(\tau)$  стремится к величине  $\tau_{*2}$  — времени достижения второй точки перегиба. При  $a = a_*$  обе точки сливаются, а при  $a > a_*$  исчезают.

На рис. 3 даны графики величин  $\tau_{*1}$  (кривая 1) и  $\tau_{*2}$  (кривая 2) при  $K_\varepsilon=40$ ,  $\alpha=0$ ,  $\beta=0,03$ , из которых следует, что величина  $\tau_{*1}$  с ростом  $a$  все время возрастает, а  $\tau_{*2}$  сначала возрастает, а затем убывает.

На этом же рисунке даны графики величин  $\bar{\tau}_*(a)$  (кривая 3). Легко видеть, что кривая 3 практически совпадает с кривой 2 и эквидистантна кривой 1 при  $0 < a < 0,7 a_*$ .

Как следует из численных данных, полученных при помощи ЭВМ при  $-0,1 \leq \alpha \leq 0,1$ ,  $40 \leq K_\varepsilon \leq 1000$ ,  $0 \leq \beta \leq 0,05$ ,  $0 \leq a \leq 0,7 a_*$ ,

$\nu=1$ ; 2 формула (3.3) аппроксимирует значения  $\tau_{*2}$  с погрешностью, не превышающей 15%. Если  $0 \leq a \leq 0,1 a_*$ , то для тех же значений остальных параметров с погрешностью, не превышающей 10%, значения  $\tau_{*2}$  можно определить по формуле (3.4), причем при  $a=0$  погрешность этой формулы не превышает 6%.

Таким образом, точность формул (3.3), (3.4) тем выше, чем меньше  $a$  по сравнению с  $a_*$

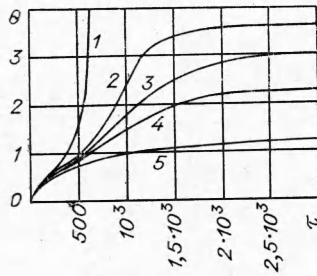


Рис. 2.

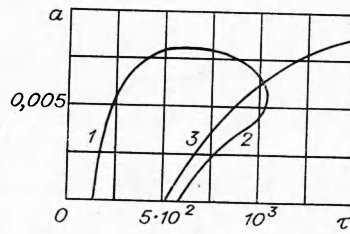


Рис. 3.

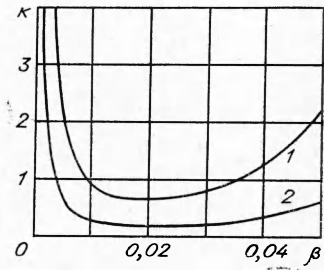


Рис. 4.

При  $a \simeq a_*$  значения  $\tau_{*2}$  с погрешностью, не превышающей 20%, можно определить по формуле

$$\tilde{\tau}_{*2} = \frac{1,5\pi(1 + K_\epsilon)^2}{2[\pi + 2(\alpha + 1)(1 - 2\beta)]},$$

если  $\alpha, \beta, K_\epsilon$  меняются в тех же пределах.

В таблице даны значения  $k_1 = \tilde{\tau}_{*2}/\tau_{*2}$  при  $\beta=0,03, \nu=1, \alpha=0$ ,  $\alpha=0$  и различных  $K_\epsilon$ , а также  $k_2 = \tau_{*2}/\tilde{\tau}_{*2}$  при  $a = a_*$ .

Для определения пределов применимости интерполяционных формул для  $\tau_{*2}$  необходимо знать  $a_*$ . Если  $\alpha, \beta, K_\epsilon$  меняются в определенных выше пределах, то при  $\nu=1$

$$a_* = 0,54\bar{a}_* \quad (5.1)$$

с погрешностью, не превышающей 6%, а при  $\nu=2$  для достижения той же точности вместо 0,54 в (5.1) следует поставить 0,61.

Ниже при  $\alpha=0, \nu=1, \beta=0,03$  даны значения  $a_*/\bar{a}_*$  для различных значений  $K_\epsilon$ :

	$K_\epsilon$				
	40	100	300	600	1000
$k_1$	0,9	0,95	0,96	0,98	0,87
$k_2$	1,01	1,02	1,12	1,03	0,93

$K_\epsilon$	$a_*/\bar{a}_*$
40	0,53
100	0,54
300	0,54
600	0,53
1000	0,53

6. В работе [4] расчеты были проведены в ограниченном диапазоне изменения параметра  $\alpha_B$  ( $0,1 \leq \alpha_B \leq 10$ ), который в наших переменных имеет вид

$$\alpha_B = \frac{a(1 + K_\epsilon)}{\beta}, \quad a = \frac{\beta\alpha_B}{1 + K_\epsilon}. \quad (6.1)$$

Анализ отношения величины  $a$ , найденной по второй из формул (6.1), к величине  $a_*$  показывает, что при  $\alpha_B \simeq 10$  и  $\beta > \frac{1}{40}$  в работе

[4] могли быть получены режимы протекания гетерогенной химической реакции, при которых  $\theta_0(\tau)$  не имеет точек перегиба, однако они не были замечены или же не были приняты во внимание.

Отношение времени индукции  $t_{*B}$ , полученного в [4], к  $t_{*2}$ , полученному в данной работе, равно

$$\frac{t_{*B}}{t_{*2}} = \frac{(1 + K_\varepsilon) \tau_{*2}}{\pi \beta^2 \tau_{*B}}.$$

Из формулы (6.1) следует, что при  $0 < \alpha_B < 1$ ,  $0 < \beta < \frac{1}{30}$  величина  $\frac{a}{a_*} \ll 1$  и вместо  $\tau_{*2}$  можно использовать формулу (3.4), а  $\tau_{*B}$  определяем по формуле (16) работы [4] и в этом случае

$$k = \frac{t_{*B}}{t_{*2}} = \frac{2[\pi + 2(1 - 2\beta)]}{\pi^2 \beta^2} \cdot 10^{4.5\beta - 4.5}.$$

Здесь, согласно [4],  $0 < \beta < \frac{1}{30}$ .

На рис. 4 дан график величины  $k$  (кривая 1) в зависимости от  $\beta$ . Легко видеть, что при  $\beta \rightarrow 0$  величина  $k \rightarrow \infty$ , а с ростом  $\beta$  приближается к 1, т. е. при  $\beta \ll 1$  наши данные и результаты Вильямса существенно расходятся. Это, по-видимому, объясняется тем, что, не вычисляя при  $\beta \ll 1$  значение  $t_{*2}$ , Вильямс получил их экстраполяцией, так как из графиков работы [4] следует, что вычисления были проделаны до значений  $\beta = \frac{1}{120}$ .

Расхождение значений  $t_{*2}$  и  $t_{*B}$ , снятых с графиков работы [4], не превышает погрешности численных расчетов работы, т. е. 20%.

По-видимому, вследствие погрешности интерполяции значения  $t_{*B}$ , рассчитанные по формуле (17) работы [4], сильнее отличаются от значений  $t_{*2}$ , полученных в данной работе и от собственных численных результатов Вильямса [4] (рис. 4, 2).

Формулой (16) работы [4] при замене коэффициента 4,5 на 3 также нельзя пользоваться без применения поправок, снимаемых с графиков [4], так как ее погрешность при  $20 \leq \beta_B \leq 30$  велика<sup>1</sup>.

7. В связи с изложенными выше данными численных расчетов вновь обсудим вопрос о рациональности критерия воспламенения.

Для данной задачи выбор критерия воспламенения не очевиден, так как в рамках рассматриваемой математической модели воспламенения гибридной пары, согласно [3], нельзя получить режим равномерного распространения фронта пламени. Реальная последовательность событий такова. После саморазогрева (разогрева) поверхности раздела сред твердый компонент системы начинает газифицироваться, если достигается температура газификации  $T = T^*$ .

Затем возникает диффузионный фронт пламени и осуществляется выход на стационарный режим горения. Если  $a \ll a_*$ , то, очевидно,  $T_0(t_*) > T^*$ , так как в этом случае  $\theta_0(\tau_*) \sim 10^{10}$ , а

$$T_0(t_*) = T_* + \frac{RT_*^2}{E} \theta_0(\tau_*).$$

При  $\alpha = 0$  и  $a \geq a_*$  точки перегиба отсутствуют, величина  $\theta_\infty \sim 1$  и в этом случае, если  $T_* \ll T^*$ , очевидно,  $T_0(t_*) < T^*$ , т. е. диффузион-

<sup>1</sup> Значения  $\beta = \frac{1}{\beta_B}$ , где индекс  $B$  относится к величинам, введенным в работе [4].



ный фронт пламени не может образоваться, и гибридная система действительно не воспламеняется.

Если  $\alpha > 0$ , то даже в отсутствии тепловыделения  $\theta_0(\tau) \sim \sqrt{\tau}$  и всегда найдется время  $t_0$ , при котором  $T_0(t_0) > T^*$ . Однако в этом случае имеет место, по-видимому, режим, вынужденного горения, так как в отсутствие теплового потока повышение температуры за счет теплоты химической реакции не обеспечивает газификации твердого компонента гибридной системы.

Заметим, что данная математическая модель воспламенения так же, как и модель Вильямса [4], в силу допущений, положенных в ее основу, дает правильное представление о зависимости  $\theta_0(\tau)$  при  $0 < \tau < \tau_0^*$ , где  $\tau_0^*$  — безразмерное время достижения безразмерной температуры  $\theta^*$  газификации твердого компонента гибридной системы.

Таким образом, из приведенного анализа и результатов [3, 5] следует, что временем воспламенения необходимо считать время образования нестационарного диффузионного фронта пламени. В связи с этим становится ясным, почему величину  $\tau_*$  следует называть временем индукции или временем прогрева.

Поступила в редакцию  
22/VI 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Heterogeneous Combustion. Academic Press, New-York, London, 1964 (Русск. пер. «Гетерогенное горение». М., «Мир», 1967).
2. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузии и теплопередачи в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
3. E. W. Price, H. H. Bradley a. o. AIAA, 1966, 7.
4. F. A. Williams. AIAA, 1966, 8.
5. В. Б. Либрович. ПМТФ, 1968, 2.
6. С. Н. Waldman, M. Summerfield. AIAA, 1968, 7.
7. S. W. Liu. AIAA, 1969, 4.
8. А. М. Гришин, Е. М. Игнатенко, Н. А. Игнатенко. 2-й Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Черноголовка, 1969.
9. Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
10. А. М. Гришин. ИФЖ, 1969, XVI, 5.

УДК 536.46

#### РАСЧЕТ ГЕТЕРОГЕННОГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ СОВОКУПНОСТИ ЧАСТИЦ

М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов  
(Ленинград)

В данное время нестационарные задачи о тепловом воспламенении моно- и полифракционной совокупностей частиц рассмотрены достаточно подробно, например в работах [1—3]. Естественно, что при рассмотрении указанных задач их авторы вводят ряд упрощающих предположений. Однако некоторые предположения не всегда приемлемы, а другие требуют проверки. Теплообмен частицы с газом в этих работах рас-