

оценки величин температуры и теплового потока на границе раздела систем к моменту завершения горения воспламенителя; найден критерий, определяющий характер иницирования при произвольном соотношении теплофизических параметров контактирующих систем. Численное решение рассматриваемой задачи подтвердило применимость полученного критерия при анализе процесса для широкого круга реальных значений параметров. На основании результатов численного счета качественно проанализирована устойчивость переходного процесса горения в поджигаемой системе.

В заключение необходимо отметить, что изменение эффективных значений теплофизических и кинетических параметров при нестационарном горении, несомненно, может отразиться на точности количественных оценок, сделанных на основании упрощенной модели [5]. Тем не менее полученные результаты позволяют проводить на феноменологическом уровне качественный анализ ряда основных закономерностей и определять область параметров, в которой с большой вероятностью можно ожидать оптимальные условия протекания процесса горения комбинационного заряда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Струнина, В. В. Барзыкин. *Archivum combustion*, 1985, 5, 2, 191.
2. С. В. Костин, А. Г. Струнина, В. В. Барзыкин. *ФГВ*, 1986, 22, 1, 93.
3. А. Г. Струнина, И. И. Ваганова, В. В. Барзыкин. *ФГВ*, 1977, 13, 6, 835.
4. И. Г. Ассовский. Докл. АН СССР, 1980, 253, 1, 124.
5. А. Г. Струнина, А. Н. Фирсов, С. В. Костин. *ФГВ*, 1981, 17, 5, 24.
6. А. Э. Аверсон, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1968, 178, 1.
7. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. *ФГВ*, 1974, 7, 1, 19.
8. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова, А. Г. Мержанов и др. *ФГВ*, 1973, 9, 5, 613.
9. Г. М. Махвиладзе, Б. В. Новожилов. *ПМТФ*, 1971, 5, 51.
10. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова, А. Г. Мержанов и др. *ФГВ*, 1972, 8, 2, 202.

*Поступила в редакцию 29/V 1986*

### ПРЕДЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ ПРИ ТЕПЛОТДАЧЕ В СТЕНКИ

*Ю. А. Коваленко*

*(Новосибирск)*

Практическое осуществление технологических процессов в режиме безгазового горения в малых пространственных формах сопряжено с интенсивным теплообменом между горящей системой и элементами окружающей конструкции. Непосредственное использование теории пределов распространения пламени [1] в этом случае приводит к выводу о неограниченном росте критического поперечного размера системы с увеличением теплопотерь, что не соответствует действительности. При теплообмене на стенках фронт реакции искривляется из-за падения температуры горения по сечению. Зона реакции остается узкой, но изотермы пересекают ее под углом, увеличивающимся при приближении к стенке. Кроме того, при сильной теплоотдаче, как показывают эксперименты, у стенки остается непрореагировавшим тонкий слой состава, что является следствием сильного падения температуры. Теоретически условия образования этого слоя впервые получены в [2].

Некоторые данные по искривлению фронта и образованию негоревшего слоя, расширяющие представления о природе критических явлений при горении безгазовых и газообразных смесей, содержатся в работах [3—6]. В настоящей работе рассмотрены условия существования стационарного безгазового пламени при контакте твердофазной горящей системы с инертной твердой же конструкцией (ранее этот вопрос изучался

в [2] другими методами). Исследование ограничено горением в каналах щелевой и цилиндрической формы.

Двумерная задача о стационарном горении безгазового квазигомогенного состава в системе координат, связанной с фронтом реакции, описывается уравнениями

$$\begin{aligned} u c \rho \frac{\partial T}{\partial x} &= \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{y^n} \frac{\partial}{\partial y} y^n \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q \rho w(T, \eta), \\ u \frac{\partial \eta}{\partial x} &= w(T, \eta) \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} x = -\infty: T &= T_0, \quad \eta = 0, \\ x = +\infty: \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \\ y = 0: \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

и условием теплообмена на стенке по закону Ньютона

$$y = \frac{d}{2}: \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0). \quad (3)$$

Функция тепловыделения  $w(T, \eta) = K(T)f(\eta)$  содержит сильно зависящую от температуры по закону Аррениуса константу скорости реакции  $K(T)$ , что в дальнейшем позволит использовать приближение узкой реакционной зоны [1]. В (1)  $n=0$  соответствует плоскому, а  $n=1$  — цилиндрическому каналам;  $T$  — температура;  $\eta$  — глубина превращения;  $\lambda, c, \rho$  — эффективные теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность состава;  $Q$  — удельный тепловой эффект реакции;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи.

При контакте горячей системы с инертным материалом коэффициент  $\alpha$ , оцениваемый как отношение теплопроводности инертного материала к толщине его прогреваемого слоя [2]  $\alpha \approx \lambda_{ин}/L$  ( $L \approx \sqrt{a_{ин}\tau}$ ,  $\tau \approx a/u^2$ ), можно приближенно выразить формулой

$$\alpha \approx \frac{\varepsilon_{ин}}{\varepsilon} u c \rho, \quad (4)$$

где  $\varepsilon = \lambda/\sqrt{a}$  и  $\varepsilon_{ин} = \lambda_{ин}/\sqrt{a_{ин}}$  — коэффициенты тепловой активности состава и инертного материала;  $a$  и  $a_{ин}$  — их коэффициенты температуропроводности. Для дальнейшего обозначим  $\varepsilon_{ин}/\varepsilon = k_{ин}$ .

При заметном изменении температуры по сечению канала простое осреднение температуры, как это сделано в [1] при малых теплопотерях, приводит к неверным выводам. Для обобщения метода Я. Б. Зельдовича [4] на случай больших теплопотерь воспользуемся осреднением уравнения теплопроводности с весом [7] (метод С. И. Худяева). В качестве весовой функции используется первая собственная функция задачи

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi^n \frac{\partial v}{\partial \xi} + \mu^2 \xi^n v &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} &= 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = -\text{Bi} v \Big|_{\xi=1} \end{aligned} \quad (5)$$

нормирования на единицу  $\int_0^1 v_1 d\xi^{n+1} = 1$ . В (5)  $\text{Bi} = \alpha d/2\lambda$ ,  $\xi = y/(d/2)$ .

Среднее значение определяется формулой

$$\bar{F} = \int_0^1 F v_1 d\xi^{n+1}. \quad (6)$$

Этот метод осреднения хорошо зарекомендовал себя в задачах теплового взрыва, воспламенения и зажигания [7]. Осредненное по попереч-

ной координате уравнение теплопроводности имеет вид

$$u \frac{d\bar{T}}{dx} = a \frac{d^2\bar{T}}{dx^2} - \frac{4\mu_{1n}^2 a}{d^2} (\bar{T} - T_0) + \frac{Q}{c} K(\bar{T}) f(\bar{\eta}). \quad (7)$$

Здесь  $\mu_{1n}$  — первое собственное значение (5), являющееся наименьшим корнем уравнения

$$\mu I_{\frac{n+1}{2}}(\mu) = \text{Bi} I_{\frac{n-1}{2}}(\mu), \quad (8)$$

$I_\nu(\mu)$  — функция Бесселя. Для расчета скорости горения далее используем метод [4]. Интегрируя приближенно (7), получим выражение для снижения максимальной температуры

$$T_{\text{ад}} - T_{\text{max}} \approx (T_{\text{ад}} - T_0) \frac{\sqrt{1 + \frac{4\mu_{1n}^2}{\text{Mi}^2} - 1}}{\sqrt{1 + \frac{4\mu_{1n}^2}{\text{Mi}^2}}}, \quad (9)$$

где  $T_{\text{ад}} = T_0 + Q/c$  — адиабатическая температура горения ( $Q$  — тепловой эффект реакции);  $\text{Mi} = ud/2a$  — число Михельсона (аналог числа Пекле для газов). Комплекс  $4\mu_{1n}^2/\text{Mi}^2$  мал, поэтому (9) можно переписать в виде

$$\Delta T \approx (T_{\text{ад}} - T_0) \frac{2\mu_{1n}^2}{\text{Mi}^2}. \quad (10)$$

Используя далее соотношение

$$u^2 \sim \exp(-E/RT_{\text{max}}), \quad (11)$$

получим трансцендентное уравнение для скорости горения ( $u_{\text{ад}}$  — адиабатическая скорость)

$$\left(\frac{u_{\text{ад}}}{u}\right)^2 \approx \exp\left[\frac{E(T_{\text{ад}} - T_0)}{RT_{\text{ад}}^2} \frac{2\mu_{1n}^2}{\text{Mi}_{\text{ад}}^2} \left(\frac{u_{\text{ад}}}{u}\right)^2\right].$$

Обозначим  $u_{\text{ад}}/u = U \geq 1$ ,  $RT_{\text{ад}}^2/E(T_{\text{ад}} - T_0) = \beta$ , тогда

$$U^2 = \exp\left(\frac{2}{\beta} \frac{\mu_{1n}^2}{\text{Mi}_{\text{ад}}^2} U^2\right). \quad (12)$$

В  $\text{Mi}_{\text{ад}}$  входит адиабатическая скорость горения.

В случае теплоотдачи, определяемой соотношением (4), т. е. при  $\text{Bi} = k_{\text{ин}}\text{Mi}$ , параметр  $\mu_{1n}$  является корнем уравнения

$$\mu I_{\frac{n+1}{2}}(\mu) = \frac{k_{\text{ин}}\text{Mi}_{\text{ад}}}{U} I_{\frac{n-1}{2}}(\mu), \quad (13)$$

которое вместе с (12) образует систему уравнений для  $U$  и  $\mu_{1n}$  в зависимости от определяющих параметров  $\beta$ ,  $\text{Mi}_{\text{ад}}$  и  $k_{\text{ин}}$ , входящих двумя комбинациями  $\beta\text{Mi}_{\text{ад}}^2$  и  $k_{\text{ин}}\text{Mi}_{\text{ад}}$ . Обозначим

$$C_1 = \text{Mi}_{\text{ад}}\sqrt{\beta}, \quad C_2 = k_{\text{ин}}\text{Mi}_{\text{ад}}/C_1 = k_{\text{ин}}/\sqrt{\beta}.$$

Система (12), (13) имеет решения не при любых  $C_1$  и  $C_2$ . Критические значения при  $C_1 C_2 \ll 1$  и  $C_1 C_2 \gg 1$  получаются в аналитическом виде, так как решения (13) находятся непосредственно. При  $C_1 C_2 \ll 1$

$$\mu_{1n}^2 = (n+1) C_1 C_2 / U,$$

и подстановка в (12) дает

$$U = \exp\left[\frac{(n+1) C_2}{C_1} U\right],$$

откуда  $U^* = e$ ,  $(n+1)(C_2/C_1)^* = 1/e$ , т. е. решение существует при  $(n+1)C_2/C_1 \leq 1/e$ . Максимальное снижение температуры на пределе из (10)  $\Delta T^* = 2\beta(T_{ад} - T_0)$ . В случае

$$C_1 C_2 \gg 1, \quad \mu_{1n} = \begin{cases} \pi/2, & n = 0, \\ 2,4048, & n = 1 \end{cases}$$

и из (12) получаем  $U^* = \sqrt{e}$  при  $2\mu_{1n}^2/C_1^{*2} = 1/e$  (если  $2\mu_{1n}^2/C_1^2 > e^{-1}$ , решения не существует),  $\Delta T^* = \beta(T_{ад} - T_0)$ .

При  $C_1 C_2 \sim 1$  необходимо решать систему трансцендентных уравнений в общем виде. Критическое значение скорости лежит в интервале  $\sqrt{e} < U^* < e$ :

$$U^* = \exp \left[ C_2^2 \frac{\left( \frac{I_{n-1}(\mu_{1n}^*)}{2} \right)^2}{\left( \frac{I_{n+1}(\mu_{1n}^*)}{2} \right)^2} \right], \quad (14)$$

а  $\mu_{1n}^*$  определяется из уравнения

$$\frac{\frac{I_{n-1}(\mu)}{2} \frac{I_{n+1}(\mu)}{2}}{\mu \left[ \frac{I_{n-1}^2(\mu)}{2} + \frac{I_{n+1}^2(\mu)}{2} \right] - n \frac{I_{n-1}(\mu)}{2} \frac{I_{n+1}(\mu)}{2}} + 1 = 2C_2^2 \left( \frac{I_{n-1}(\mu)}{2} \right)^2 \frac{1}{\left( \frac{I_{n+1}(\mu)}{2} \right)^2}. \quad (15)$$

В частности, при  $n = 0$  (14), (15) приобретают вид:

$$U^* = \exp \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\sin 2\mu^*}{2\mu^*} + 1 \right) \right],$$

$$\frac{\sin 2\mu}{2\mu} + 1 = \frac{2C_2^2}{\text{tg}^2 \mu}.$$

На рис. 1 приведено решение системы (12), (13). При  $k_{ин} \geq 10$   $U$  меняется уже очень слабо, практически выходя на предел  $k_{ин} \rightarrow \infty$ . Области параметров  $C_1$  и  $C_2$ , в которых существует стационарное решение, и зависимость критической скорости  $U^*$  от  $C_2 = \beta^{-1/2} k_{ин}$  показаны на рис. 2, 3. Для сравнения на рис. 2 приведены также результаты [2]. Видно, что характер решения, полученного авторами [2], совпадает с приведенным в настоящей работе; количественное расхождение, при больших  $C_2$  составляющее около 50%, обусловлено различием в приближениях, в частности в методах осреднения двумерных распределений температуры по сечению.

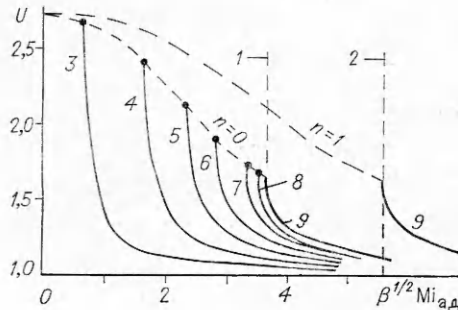


Рис. 1. Зависимость безразмерной скорости  $U = u_{ад}/u$  от определяющих параметров  $C_1 = \beta^{1/2} Mi_{ад}$  и  $C_2 = \beta^{-1/2} k_{ин}$ .  
 1 -  $\beta^{1/2} Mi_{ад}^* = \pi \sqrt{e}/2$ ; 2 -  $\beta^{1/2} Mi_{ад}^* = 2,4048 \sqrt{2e}$ ,  $C_2$ : 3 - 0,25, 4 - 0,7, 5 - 1,2, 6 - 2,0, 7 - 4,9, 8 - 12, 9 -  $\infty$ .

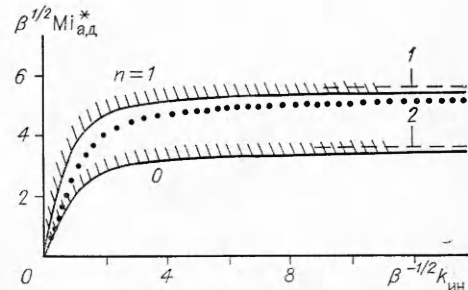


Рис. 2. Области определяющих параметров  $C_1$  и  $C_2$ , в которых существует стационарное фронтное решение (показаны штриховкой выше кривых; точки - решение из [2] при  $n = 0$ ).  
 $\beta^{1/2} Mi_{ад}^*$ : 1 -  $2,4048 \sqrt{2e}$ , 2 -  $\frac{\pi^2}{2} \sqrt{2e}$ .

Безразмерный критический размер канала (или критическое число Михельсона  $Mi_{ад}^*$ ) в случае  $k_{ин} \ll 1$  находится из выражения

$$Mi_{ад}^* = \frac{(n+1)e}{\beta} k_{ин},$$

а при  $k_{ин} \gg 1$

$$Mi_{ад}^* = \mu_{1n} \sqrt{2e/\beta}.$$

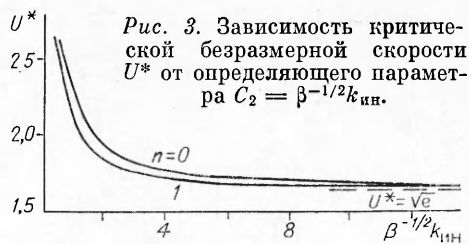


Рис. 3. Зависимость критической безразмерной скорости  $U^*$  от определяющего параметра  $C_2 = \beta^{-1/2} k_{ин}$ .

Отсюда следует, что критические размеры в зависимости от геометрии канала могут различаться от двух

$$d_{ц}^*/d_{пл}^* = 2$$

при малых теплопотерях, до полутора раз

$$d_{ц}^*/d_{пл}^* = \mu_{11}/\mu_{10} \approx 1,53$$

при сильной теплоотдаче ( $d_{ц}^*$  и  $d_{пл}^*$  — критический размер цилиндрического и плоского каналов).

Выводы настоящей работы соответствуют численным расчетам работ [8, 9] и приведенным в [8] результатам эксперимента в системе  $PbO_2-WO_2$ .

Таким образом, теоретически рассмотрен вопрос о пределах существования стационарного режима горения безгазовых составов в каналах с массивными металлическими стенками, когда теплопотери очень велики. С помощью осреднения с весом поперечного распределения температуры получены оценки критических значений определяющих параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1941, 11, 1, 159.
2. С. С. Рыбанин, С. Л. Соболев. Докл. АН СССР, 1983, 269, 6, 1394.
3. А. М. Гришин, В. М. Фомин. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984.
4. Т. П. Ивлева, П. М. Кришеник, А. Г. Мержанов и др. Хим. физика, 1983, 2, 9, 1259.
5. С. Л. Али, Р. Б. Симпсон, К. Э. Германс. РТК, 1979, 17, 1, 66.
6. S. L. Aly, C. E. Hermance. Comb. Flame, 1984, 40, 2, 173.
7. А. И. Вольперт, С. И. Худяев. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
8. В. В. Александров, А. А. Давыденко, А. Ф. Еремин и др. ФГВ, 1984, 20, 6, 79.
9. В. В. Александров, А. А. Давыденко, Ю. А. Коваленко и др. ФГВ, 1987, 23, 2, 70.

Поступила в редакцию 12/VI 1986,  
после доработки — 1/XI 1986

### ГОРЕНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

В. А. Андреев, Е. А. Левашов, В. М. Мальцев, Н. Н. Хавский  
(Москва)

Многокомпонентные гетерогенные системы в ряде случаев горят через стадию плавления легкоплавких компонентов смеси и последующего капиллярного растекания расплавленных частиц по микропорам, образованным тугоплавким компонентом [1]. В качестве внешнего воздействия, позволяющего целенаправленно влиять на кинетику горения в работах [2—6] использовалось ультразвуковое поле (УЗ-поле). Так, в [2] отмечено влияние УЗ-поля на капиллярное растекание титана в процессе горения, а в [3] показано воздействие ультразвуковых колебаний на горение системы Ti—В—Fe. В [4—6] исследовалось влияние УЗ-поля на горение системы Ti—С в диффузионном режиме.