

3. Левин В. А., Сорокин А. А., Старик А. М. О течении газа из несимметричных дипольных молекул в поле резонансного излучения // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 1.
4. Старик А. М. Охлаждение потока газа из двухатомных молекул резонансным излучением // ПМТФ.— 1984.— № 5.
5. Gebhardt F. G., Smith D. C. Kinetic cooling of a gas by absorption of CO₂ laser radiation // Appl. Phys. Lett.— 1972.— V. 20, N 3.
6. Гордиенко В. М., Михеенко А. В., Панченко В. Я. Охлаждение селективно возбужденного CD₄ газа в процессе колебательно-колебательной и вращательно-поступательной релаксации // Письма в ЖТФ.— 1979.— Т. 5, вып. 8.
7. Осипов А. И., Панченко В. Я. Тепловые эффекты при взаимодействии лазерного излучения с молекулярными газами.— М.: Изд-во МГУ, 1983.
8. Смит К., Томсон Р. Численное моделирование газовых лазеров.— М.: Мир, 1981.
9. Гурвич Л. В., Хачкурузов Г. А., Медведев В. А., Вейц И. В. Термодинамические свойства индивидуальных веществ.— М.: Изд-во АН СССР, 1962.— Т. 1.
10. Демьянов А. В., Кочетов И. В., Певгов В. Г., Шарков В. Ф. Колебательная кинетика в смесях газов, содержащих Н₂, НСl.— М., 1979.— (Препринт/ИАЭ; № 31576).
11. Yang T. T., Blauer J. A. Analysis of rotational nonequilibrium behaviour in hydrogen fluoride/deuterium fluoride systems // J. Appl. Phys.— 1982.— V. 53, N 4.
12. Кирмузов И. П., Старик А. М. Расчетное исследование спектра усиления и поглощения СО₂ в области 9,2—10,9 мкм // Оптика и спектроскопия.— 1984.— Т. 57, вып. 3.

Поступила 4/XI 1986 г.

УДК 532.5

О ВЗАИМОСВЯЗИ НОВОГО ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА ТЕЧЕНИЙ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ С ТЕЧЕНИЯМИ КИРХГОФА, ЭФРОСА И ЖУКОВСКОГО — РОШКО

В. С. Садовский, Г. И. Таганов

(Москва)

Как известно, классическое течение со свободными границами, найденное Кирхгофом в 1869 г., положило начало теоретическому изучению отрывного обтекания тел потоком несжимаемой жидкости. Сложность задачи хорошо понималась исследователями, поэтому здесь, пожалуй, как нигде в гидродинамике, получил признание модельный подход, позволяющий максимально упростить задачу. В 30—40-е годы стало ясно, что модельный подход с использованием течений со свободными границами позволяет достаточно близко к экспериментальным результатам описывать отрывное обтекание тел несжимаемой жидкостью на режимах развитой кавитации, когда каверна, образуемая отрывом, полностью заполнена парами или газом, т. е. применительно к отрывным течениям двухфазной жидкости, и не дает адекватного экспериментальным результатам описания отрывных течений однофазной жидкости. Предложенные в этот период времени модельные течения со свободными границами позволяли описывать обтекание тел при значениях числа кавитации $Q = 2(p_\infty - p_0)/(\rho v_\infty^2)$ (p_0 — давление в каверне), отличных от нуля, $Q = 0$ отвечает течению Кирхгофа, и оно рассматривалось как предельное состояние течения, к которому должны приближаться модельные течения при $Q \rightarrow 0$. Действительно, значения коэффициента сопротивления c_x плоской пластины, установленной перпендикулярно к направлению скорости набегающего потока, определенные по схемам Жуковского — Рошко и Рябушинского, а также по схеме Эфроса, несколько различаются между собой при $Q \neq 0$, стремясь при $Q \rightarrow 0$ к кирхгофовскому значению $c_x = 2\pi/(\pi + 4)$.

Однако переход от $Q = 0$ в течении Кирхгофа к $Q \neq 0$ потребовал помещения в поток дополнительных тел (пластин), если течение происходило на одном листе римановой поверхности (схемы Жуковского — Рошко и Рябушинского), или использования дополнительно второго листа римановой поверхности (схема Эфроса), что нарушало принятую в гидродинамике постановку задачи обтекания изолированного тела неограниченным потоком идеальной жидкости и оставляло открытым вопрос о дополнительном (из-за взаимного влияния обтекаемого тела и замыкающих тел) приросте или уменьшении его c_x . Существование в следе за реальной каверной вихревого течения также не принималось во внимание этими моделями, из-за чего, например, в течении Эфроса генерация возвратной струйки происходила без учета влияния толщины вытеснения вихревого течения в следе, хотя толщина вытеснения в реальном кавитационном течении и поперечный размер тела — величины одного порядка.

Эти соображения, а также остающиеся до сих пор не выясненными вопросы, связанные с нестационарностью реального кавитационного течения и механизмом дис-

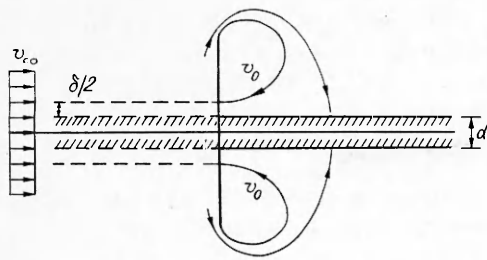


Рис. 1

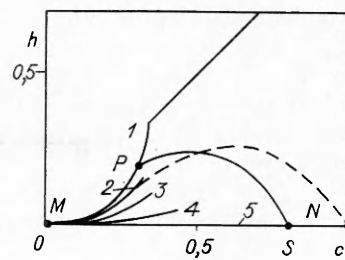


Рис. 2

сипации кинетической энергии жидкости, побудили одного из авторов настоящей работы применить для описания кавитационных течений энергетический подход, позволяющий обойтись менее детальным описанием течения, чем этого требует силовой подход, но учесть определяющие особенности реального течения, к одной из которых относится существование вихревого следа за каверной.

В модели второго диссипативного слоя и следа [1] вихревое течение в области следа моделируется полутелом вытеснения, вводимым за телом в потенциальное течение. Безразмерная толщина $\bar{\delta}_\infty^* = \delta_\infty^*/b$ полутела вытеснения на бесконечном удалении за телом связана с c_x соотношением $\bar{\delta}_\infty^* = \delta_\infty^{**} = c_x/2$ ($\bar{\delta}_\infty^{**} = \delta_\infty^{**}/b$ — безразмерная толщина потери импульса, b — характерный размер тела).

Обычно полутело вытеснения в приложениях модели второго диссипативного слоя и следа к задачам обтекания тел вязкой жидкостью воспроизводилось с помощью источника, помещаемого на задней стороне тела [1, 2]. Однако если в рассматриваемом случае кавитационного обтекания поместить источник за каверной, то из-за сильного локального возмущения, вносимого источником, можно исказить сам процесс рождения возвратной струйки. Очевидно, наименьшее локальное возмущение внесет полутело вытеснения, образованное двумя параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстоянии $d = \delta_\infty^*$. Тогда наряду с известным однопараметрическим семейством течений Эфроса (параметр — число кавитации Q) появляется необходимость рассмотреть новое двухпараметрическое семейство течений (независимые параметры Q и d), обладающих двумя симметрично расположенными относительно оси x возвратными струйками с суммарной толщиной δ [3].

В [4] исследовано решение задачи обтекания по новой схеме пластины, расположенной перпендикулярно направлению скорости набегающего потока (рис. 1), определена область допустимых значений независимых математических параметров h и c (которые в течении Эфроса связаны определенным соотношением) и представлены расчетные зависимости суммарной толщины возвратных струек от d для ряда значений Q .

Если ввести эти количественные данные в теорию отрывного квазистационарного обтекания тел [3], построенную в рамках модели второго диссипативного слоя и следа, и сопоставить предсказания теории с результатами экспериментов по значению c_x пластины, расположенной перпендикулярно направлению набегающего потока, то обнаруживается адекватность теоретического описания опытным данным не только в случае отрывных течений с развитой кавитацией ($0 < Q < 1$), но и для отрывного течения однофазной жидкости (максимально возможное, согласно теории, значение $c_x = 2,0$ практически совпадает с давно известным из опыта значением c_x в однофазной жидкости).

В настоящей работе с новой точки зрения, подкрепленной этим результатом квазистационарной теории отрывного обтекания тел, использующей новое двухпараметрическое семейство течений со свободными границами, рассматривается старый вопрос, который поднят Кельвином [5] в связи с классическим течением Кирхгофа и неоднократно обсуждался позднее (см., например, [6]), о физической пригодности математических течений со свободными границами для описания отрывного обтекания тел.

Взаимосвязь между новым двухпараметрическим семейством течений со свободными границами и известными однопараметрическими течениями Эфроса и Жуковского — Рошко установлена в [4] (то и другое являются предельными (граничными) членами двухпараметрического семейства). На рис. 2 в плоскости параметров h и c верхняя криволинейная часть 1 границы $h = h(c)$ области двухпараметрического семейства описывает семейство течений Эфроса, а нижняя граница $h \equiv 0$ — течения Жуковского — Рошко. При постоянном значении числа кавитации ($Q > 0$) и непрерывном изменении расстояния между параллельными пластинами от $d = 0$ до $d_{\max}(Q)$ (точки P и S на рис. 2, принадлежащие соответственно течениям Эфроса и Жуковского — Рошко) осуществляет

ся переход вдоль кривой PS области двухпараметрического семейства при непрерывном изменении суммарной толщины возвратных струек от $\delta_{\max}(Q)$ до $\delta = 0$. Таким образом, при $Q > 0$ множество возможных течений с конечными толщинами возвратных струек и полутел вытеснения полностью описывается рассмотренным двухпараметрическим семейством.

Для дальнейшего существенное значение имеют следующие особенности предельных переходов по параметрам h, c к точке $h = c = 0$ ($Q \rightarrow 0$), обнаруженные в [4].

1. При подходе к началу координат (рис. 2) вдоль верхней границы I (т. е. в рамках семейства течений Эффроса, где $h = c^2 + c^3 + 3c^4 + \dots$ при $c \rightarrow 0$) в пределе для \bar{d}, δ и c_x получается известный результат: кирхгофовское сопротивление $c_x^* = 2\pi/(\pi + 4)$, конечное значение толщины струйки $\bar{\delta}_* = \pi/[2(\pi + 4)]$ и нулевое значение толщины следа $\bar{d} = 0$.

2. Результат предельного перехода вдоль нижней границы 5 ($h \equiv 0, c \rightarrow 0$) также хорошо известен: $\delta = 0, \bar{d} \approx \pi/[2c(\pi + 4)] \rightarrow \infty, c_x = c_x^* = 2\pi/(\pi + 4)$.

3. Если $h = c^2 + \beta c^3$ ($\beta < 1$) и $c \rightarrow 0$ (кривая 2, имеющая одинаковую кривизну с границей Эффроса I), то в пределе $c_x = 2\pi/(\pi + 4)$, однако две возвратные струйки разделены следом конечной толщины $\bar{d} = \pi(1 - \beta)/[2(\pi + 4)]$, определяемой коэффициентом β . Суммарная же толщина струек равна эфросовскому предельному значению $\bar{\delta} = \bar{\delta}_* = \pi/[2(\pi + 4)]$.

4. Если $h = \alpha c^2$ ($0 < \alpha < 1$, кривая 3 на рис. 2, имеющая меньшую кривизну, чем I), то при $c \rightarrow 0$ получается все то же кирхгофовское сопротивление $c_x = 2\pi/(\pi + 4)$, однако суммарная толщина возвратных струек $\bar{\delta} = \pi\alpha^2/[2(\pi + 4)]$ и в зависимости от α может принимать значения в диапазоне $0 < \bar{\delta} < \bar{\delta}_*$. Расстояние между струйками $\bar{d} = \pi(1 - \alpha)/[2c(\pi + 4)] \rightarrow \infty$, но отношение \bar{d} к миделю каверны в пределе конечно и меньше единицы.

5. Предельный переход $c \rightarrow 0$ при условии $h \approx c^\gamma$ ($\gamma > 2$), т. е. вдоль кривой 4, примыкающей (по кривизне) к границе 5 Жуковского — Рошко, дает и сходный со случаем 2 результат: $c_x = c_x^* = 2\pi/(\pi + 4)$.

Приведенные данные не только указывают на богатство содержания двухпараметрического семейства в особой точке $h = c = 0$, но и дают возможность провести сопоставление этих предельных течений как между собой, так и с классическим течением Кирхгофа ($Q = 0$), которое до сих пор оставалось в стороне от рассмотрения.

Выше отмечено, что во всех предельных ($Q \rightarrow 0$) случаях обтекания пластины, установленной перпендикулярно направлению невозмущенного потока, ее сопротивление одно и то же и равно сопротивлению пластины в течении Кирхгофа.

Наглядное представление о различии в геометрической глобальной картине течений можно получить, рассматривая их в сжатых переменных $X = x/L, Y = y/\sqrt{L}$, где L — продольный размер каверны в течении Эффроса при $Q \rightarrow 0$, отнесенный (так же как x и y) к длине пластины. В этих переменных на рис. 3 качественно изображены границы предельных течений: Кирхгофа $Y \sim \sqrt{X}$, Жуковского — Рошко, двухпараметрического семейства при предельном переходе 4, Эффроса — линии 1—4 соответственно. Естественно, что в этих координатах пластина обращается в точку, а возвратные струйки — в линии, отрезки которых показаны на рис. 3.

Видно, что масса покоящейся жидкости в течении Кирхгофа в бесконечное

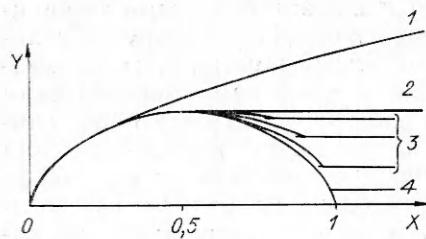


Рис. 3

число раз превышает аналогичную массу во всех предельных течениях, среди которых минимум достигается в течении Эффроса. Есть еще один отличительный момент. Сила сопротивления пластины в течении Кирхгофа обусловлена потерей количества движения во внешнем течении. В предельном течении Эффроса точно такая же сила сопротивления связана с формированием возвратной струйки. В промежуточных предельных течениях двухпараметрического семейства (линии 3 на рис. 3) создание все того же сопротивления обусловлено действием уже обоих факторов.

Таким образом, не только различие в геометрии течения, наблюдаемое на рис. 3, но и различие в физическом механизме создания силы сопротивления делает течение Эффроса при $Q \rightarrow 0$ неприводимым к течению Кирхгофа — между ними находится бесконечное число течений с меньшей суммарной толщиной возвратной струйки, чем в течении Эффроса, но с одинаковой силой сопротивления. По этой причине нельзя согласиться с трактовкой, встречающейся в литературе по кавитационным течениям, что при $Q \rightarrow 0$ течение Эффроса переходит в течение Кирхгофа с исчезающей возвратной струйкой, основание которой удаляется в бесконечность. Более того, исследование свойств двухпараметрического семейства течений со свободными границами и результаты теории квазистационарного отрывного обтекания тел позволяют по-новому подойти к старому вопросу о пригодности математических течений со свободными границами для описания отрывных и струйных течений, поднятому еще в 1894 г. Кельвином, который [5] (см. также [6, 7]) критически относился к возможности теоретического описания отрывного обтекания тел с помощью математических течений со свободными границами (имелось в виду течение Кирхгофа), но считал физически приемлемым применение течений со свободными границами, введенных в рассмотрение Гельмгольцем в 1868 г., для теоретического описания процессов, связанных с истечением и взаимодействием струй жидкости.

Главным дефектом течения Кирхгофа Кельвин считал то, что следующая за пластинкой неограниченная масса «мертвой воды» должна обладать бесконечно большой кинетической энергией. Хотя позднее авторы (см., например, [6]) неоднократно оспаривали аргументацию Кельвина, результаты модельных исследований, в том числе и приводимые в настоящей работе, свидетельствуют о правоте Кельвина и силе его физического предвидения. Подтвердились непригодность глобального течения Кирхгофа для описания отрывного обтекания тел из-за слишком большого объема «мертвой воды» и пригодность течений со свободными границами для описания истечения и взаимодействия струй. Во-первых, как видно на рис. 3, в течении Эффроса объем срывной зоны в бесконечное число раз меньше срывной зоны в течении Кирхгофа; во-вторых, сила сопротивления, действующего на тело, в течении Эффроса создается за счет истечения возвратной струйки и связанной с этим потери количества движения, а не за счет потери количества движения во внешнем течении, как это имеет место в течении Кирхгофа.

Последнее обстоятельство оказалось очень важным при энергетическом подходе к теории отрывного обтекания тел, поскольку оказалось возможным ввести в модель диссипацию кинетической энергии возвратной струйки при ее торможении. Согласованность коэффициента сопротивления, определяемого диссипацией кинетической энергии возвратной струйки, и толщины полутела вытеснения, моделирующего вихревой след, обеспечивает адекватное опытным данным описание зависимости c_x пластины в двухфазной жидкости и правильное значение c_x в однофазной жидкости, а также позволяет получить достоверное описание поля течения на удалении от плоскости симметрии.

Требования модели о согласованности c_x пластины, диссипации и толщины вытеснения вихревого следа выполняются на линии MN плоскости математических параметров (h, c) , показанной на рис. 2 штриховой линией. При движении вдоль этой линии из точки M до точки N соответственно в физической плоскости проходят все модельные течения, отве-

чающие числу кавитации, изменяющемуся от $Q = 0$ до $Q = \infty$. Интересно отметить, что линия течений, допускаемых моделью, лежит целиком внутри области нового двухпараметрического семейства течений и, приближаясь к однопараметрическим семействам течений Эфроса и Жуковского — Рошко в точках M и N , нигде не совпадает с ними.

Таким образом, за бортом физической реальности при модельном описании отрывного обтекания тел остаются математические течения Эфроса и Жуковского — Рошко, а не только математическое течение Кирхгофа. Однако течение Кирхгофа с законом расширения следа $Y \sim \sqrt{X}$ сохраняет свое фундаментальное положение в гидродинамике, поскольку оно, как известно [8], определяет предельную, физически допустимую скорость расширения полутела, обтекаемого неограниченным плоскопараллельным потоком невязкой несжимаемой жидкости. Поэтому при моделировании вязкого вихревого безотрывного обтекания тел с помощью потенциальных течений, дополненных полутелами вытеснения, как это делается в приложениях модели второго диссипативного слоя и следа к сильновязким течениям при $Re \rightarrow 0$ [9], предельная физически допустимая скорость расширения полутела вытеснения определяется законом $Y \sim \sqrt{X}$, т. е. законом расширения области «мертвой воды» в течении Кирхгофа. Слишком большой для отрывных течений с конечным значением c_x тела объем «мертвой воды», препятствовавший со времен Кельвина применению течения Кирхгофа для описания отрывных течений, не мешает физической реализации за бесконечное время модельного течения при $Re \rightarrow 0$, поскольку c_x тела в плоской задаче обтекания потоком вязкой жидкости при $Re \rightarrow 0$ стремится к бесконечности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Таганов Г. И. О втором диссипативном слое и следе в вязком течении около тела // Учен. зап. ЦАГИ.— 1970.— Т. 1, № 6.
2. Садовский В. С., Синицына Н. П., Таганов Г. И. О диссипации энергии в некоторых течениях несжимаемой жидкости // Учен. зап. ЦАГИ.— 1971.— Т. 2, № 3.
3. Таганов Г. И. Применение модели второго диссипативного слоя и следа для описания квазистационарного кавитационного обтекания плоской пластины // ПМТФ.— 1987.— № 3.
4. Садовский В. С. Об одном двухпараметрическом семействе течений жидкости около пластины при наличии возвратных струек // ПМТФ.— 1987.— № 3.
5. Kelvin. On doctrine of discontinuity of fluid // Nature.— 1894.— V. 50.
6. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости.— М.: Наука, 1979.
7. Ламб Г. Гидродинамика.— М.: Гостехиздат, 1947.
8. Прандтль Л. Гидроаэромеханика.— М.: ИЛ, 1949.
9. Таганов Г. И. Вязкая диссипация и законы сопротивления тел при $Re < 1$ // ЧММСС.— 1973.— Т. 4, № 3.

Поступила 14/1 1987 г.

УДК 536.24

ТЕПЛОБМЕН ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ И ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА ГАЗА-ОХЛАДИТЕЛЯ ЧЕРЕЗ КРУГЛЫЕ ОТВЕРСТИЯ

А. Н. Голованов
(Томск)

Обширные сведения о параметрах течения газа в пограничном слое, о влиянии свойств вдуваемого газа на теплообмен проникаемых затупленных тел и пластин позволили авторам [1—6] получить аппроксимационные относительные законы тепломассообмена:

$$(1) \quad \Psi = 1 - 0,67 \left(\frac{M_1}{M_3} \right)^{0,25} B;$$