

ления, которая сохраняется относительно продолжительный период времени. На фиг. 6 для сравнения представлены графики изменения со временем импульса давления на стенке с учетом излучения (сплошная линия) и без излучения (штриховая линия).

Таким образом, прямой расчет дает картину возникновения своеобразного колебательного процесса в замедлителе (вода) и газовой полости. Учет вязкости и различных потерь при отражении от внешней границы делает этот колебательный процесс затухающим.

Поступила 2 VI 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Смелов А. А. Лекции по теории переноса нейтронов. М.: Наука, 1979.
2. Кузнецов Н. М. Уравнения состояния и теплоемкость воды в широком диапазоне термодинамических параметров.— ПМТФ, 1961, № 1.
3. Brode H. L. Gas dynamic motion with radiation; a general numerical method.— Astronaut. Acta, 1969, vol. 14.

УДК 533.6.011.72

### НЕПРОТИВОРЕЧИВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И ВОПРОС О СТРУКТУРЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

*А. И. Выскребенцев, В. А. Нужный, Ю. П. Райзер  
(Москва)*

**1. Введение.** Структура фронта очень сильных ударных волн в газах и яркость свечения поверхности фронта определяются лучистым теплообменом в области фронта [1]. Излучение горячего газа, выходящее из-за скачка уплотнения, прогревает газ, который еще не испытал ударного сжатия. Температура перед самым скачком  $T_-$  быстро вырастает по мере увеличения скорости волны  $D$  и конечной температуры за фронтом  $T_\Phi$ . При некоторой критической скорости  $D = D_K$  температура  $T_-$  достигает  $T_\Phi$  ( $T_- = T_\Phi = T_K$ ) и при дальнейшем росте амплитуды ( $D > D_K$ ,  $T_\Phi > T_K$ ) остается равной  $T_\Phi$ , но перед скачком уплотнения образуется все удлиняющийся «язык» прогретого лучистой теплопроводностью газа. К этой картине приводят качественный анализ уравнений [2] и приближенное их аналитическое решение [3], а вычисленная на ее основе зависимость яркости фронта волны от амплитуды [4] согласуется с результатами наблюдений.

В 1973 г. в Лос-Аламосской лаборатории Цинн и Андерсон [5] по следам работ [1—4] провели детальнейший численный расчет уравнений переноса излучения и газодинамики для стационарной ударной волны в воздухе. Видимо, целью работы было получение уточненных и надежных количественных данных, на что упрощенное аналитическое решение [3, 4], естественно, претендовать не могло (впрочем, главные численные результаты [3, 4] подтвердились расчетами [5], сверх ожидания, хорошо). Однако один существенный результат в [5] получился в высшей степени странным. Для волн, амплитуда которых очень близка к критической, итерационный процесс не сходил к конечному решению. Самая большая амплитуда волны, для которой еще получалось решение, соответствует  $D = 80$  км/с,  $T_\Phi = 258\,000$  К,  $T_- = 244\,000$  К (это, кстати, хорошо подтверждает оценку [3]:  $T_\Phi = T_- = T_K = 285\,000$  К при  $D = D_K = 88$  км/с).

Отсюда авторы сделали вывод, что сверхкритических стационарных ударных волн вообще не существует. Волна в воздухе с  $D > 80$  км/с является нестационарной и фактически превращается в тепловую [1], движимую лучистой теплопроводностью. Скорость фронта  $D$  в этом случае является собственным числом уравнений стационарного режима для определенной пары значений  $T$  и  $dT/dx$  (т. е. потока энергии) за фронтом; роль гидродинамики при этом ничтожна. Уникального конечного состояния с  $dT/dx = 0$ , отвечающего стационарной ударной волне, нет. Вместе с тем авторы отмечают, что такого предполагаемого решения с потоком за фронтом они не получили.

Заключение столь радикального характера быть может не столь решительным образом меняет наши представления о ситуации, возникающей при сильном взрыве в воздухе, когда действительно переход от тепловой волны к ударной при понижении температуры чаще всего происходит при  $D \sim 90$  км/с и  $T \sim 300\,000$  К [1], но оно безусловно имеет принципиальное значение для теории ударных волн. Воляне мыслимы

ситуации, когда можно предполагать существование стационарной ударной волны и более быстрой, чем 80—100 км/с, например, если зади за фронтом действует «поршень» соответствующей скорости или адекватное давление.

Возникшее в теории противоречие требует разрешения, с этой целью было принято численное решение задачи в постановке, близкой к [5] во всех отношениях, имеющих принципиальное значение, но вместе с тем максимально упрощенное в деталях, которые не могут привести к следствиям качественного характера. Предваряя обсуждение результатов проведенного расчета, отметим сразу, что расчеты подтвердили заключение теории [1—4] о существовании ударных волн сверхкритической амплитуды. Будет указано, в чем вероятнее всего состоит несовершенство примененной в [5] методики счета, которое привело к некорректному результату, этот момент впредь следует иметь в виду при численном решении задач радиационной газодинамики.

В работе [6], посвященной решению задачи о структуре фронта ударной волны с учетом излучения, расчеты проведены для не слишком больших амплитуд, когда температура прогрева перед фронтом  $T_-$  еще не достигает температуры за фронтом  $T_+$ .

**2. Постановка задачи и уравнения.** Общая постановка задачи о структуре ударной волны с учетом лучистого теплообмена в [1—5] и в данной работе одна и та же.

Рассмотрим одномерный стационарный режим в системе координат, связанной с фронтом волны (фиг. 1). Ось  $x$  направим в сторону течения. Скорость газа  $u$  при этом положительна, а плотность потока излучения  $S$  отрицательна. Обозначив через  $p$ ,  $\rho$ ,  $\varepsilon$  давление, плотность и удельную внутреннюю энергию, запишем интегралы уравнений непрерывности, движения и энергии в виде

$$(2.1) \quad \rho u = \rho_0 u_0;$$

$$(2.2) \quad p + \rho u^2 = p_0 + \rho_0 u_0^2;$$

$$(2.3) \quad \rho u \left( \varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + S = \rho_0 u_0 \left( \varepsilon_0 + \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{u_0^2}{2} \right).$$

Индексом 0 отмечены величины в невозмущенном газе перед фронтом волны при  $x = -\infty$ . Поток излучения, уходящего от волны в холодный газ, пренебрегаем, т. е.  $S(-\infty) = 0$ ;  $u_0 \simeq D$ , где  $D$  — скорость движения ударной волны по холодному газу.

Все величины в левой части уравнения представляют собой функции текущей координаты  $x$ . Термодинамические свойства газа  $\varepsilon(p, \rho)$ ,  $p(\rho, T)$  предполагаются известными. За фронтом при  $x = +\infty$  температура достигает постоянного по  $x$  значения  $T_+$  и поток излучения исчезает:  $S(+\infty) = 0$ .

Для разрешения поставленного здесь вопроса выбран очень простой вариант учета переноса излучения. Для описания углового распределения интенсивности используем приближение вперед — назад [1], в котором вводятся односторонние потоки, идущие в положительном направлении  $x$ ,  $S^+$  и отрицательном  $S^-$  (см. фиг. 1). При этом

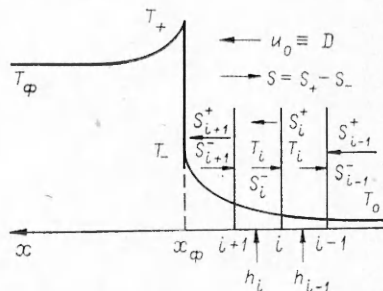
$$(2.4) \quad S = S^+ - S^-.$$

Будем оперировать интегральным по спектру потоком излучения и соответствующим средним по спектру коэффициентом поглощения, исправленным на вынужденное испускание  $\kappa$  — этот момент также не принципиален. Фактически вместо координаты  $x$  введем оптическую толщину

$$\tau = \int_{-\infty}^x \kappa dx,$$

отсчитывая ее от невозмущенного газа, и будем искать распределение температуры и других величин не по  $x$ , а по  $\tau$ .

Как и в [5], разделим координатную шкалу на участки — плоские слои оптической толщины  $h_i$  (необязательно



Ф и г. 1

одинаковой). Припишем величинам на границах  $i$ -го слоя индексы  $i, i+1$ .

Соотношения типа (2.1)–(2.3) связывают величины на границах любого слоя:

$$(2.5) \quad \rho_i u_i = \rho_{i-1} u_{i-1};$$

$$(2.6) \quad p_i + \rho_i u_i^2 = p_{i-1} + \rho_{i-1} u_{i-1}^2;$$

$$(2.7) \quad \rho_i u_i \left( \varepsilon_i + \frac{p_i}{\rho_i} + \frac{u_i^2}{2} \right) + S_i = \rho_{i-1} u_{i-1} \left( \varepsilon_{i-1} + \frac{p_{i-1}}{\rho_{i-1}} + \frac{u_{i-1}^2}{2} \right) + S_{i-1}.$$

Для вычисления односторонних потоков на  $i$ -й границе приходится рассматривать два соседних слоя; при этом температуру в слоях от  $i-1$  до  $i+1$  границы считаем одинаковой и приписываем ей индекс  $i$ . Из уравнений переноса в приближении вперед — назад вытекают следующие связи односторонних потоков (см. фиг. 1):

$$(2.8) \quad S_i^+ = S_{i-1}^+ e^{-2h_{i-1}} + \sigma T_i^4 (1 - e^{-2h_{i-1}});$$

$$(2.9) \quad S_i^- = S_{i+1}^- e^{-2h_i} + \sigma T_i^4 (1 - e^{-2h_i}),$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Смысл их очень прост: первые члены — это потоки, вытекающие через соседнюю границу и ослабленные в данном слое за счет поглощения, вторые — собственное излучение слоя с учетом самопоглощения; двойка в показателе появляется из-за удлинения пути косых лучей. Формулы (2.8), (2.9) в принципе эквивалентны аналогичным расчетным формулам [5], но проще их из-за более грубого учета косых лучей — вместо интегральных экспонент фигурируют обыкновенные.

Термодинамическим функциям придадим привычную форму:

$$(2.10) \quad \varepsilon = [1/(\gamma - 1)] p / \rho, \quad T = \varepsilon / c_V,$$

но значения показателя адиабаты  $\gamma$  и удельной теплоемкости  $c_V$  будем считать зависящими от температуры (и плотности). Соответствующие значения находятся с помощью таблиц [7]. Без учета зависимости теплоемкости, а отчасти и показателя адиабаты от температуры нельзя получить правильной связи температуры за фронтом и скорости фронта ударной волны; расхождение с реальной функцией  $T_\Phi(D)$  в воздухе столь велико, что решение становится чересчур абстрактным.

Граничные условия для системы соотношений (2.8), (2.9) таковы: при  $x = -\infty$   $S^- = \sigma T_0^4$ , где  $T_0$  — температура холодного газа, которая из соображений удобства счета принимается отличной от нуля; за фронтом при  $x = +\infty$   $S^+ = S^-$ , ибо температура асимптотически стремится к  $T(x) = \text{const} = T_\Phi$ .

Последнее условие эквивалентно условию  $S^-(+\infty) = \sigma T_\Phi^4$ .

**3. Метод численного расчета.** Уравнения структуры решались методом итераций. Однако простейшая схема итерационного процесса, заключающаяся в вычислении потоков излучения по распределению температуры с предыдущей итерации, дает сходящееся решение для волн только не слишком большой амплитуды (докритических).

При высоких  $T_\Phi$  таким способом не удастся сделать даже первой итерации. Поток перед самым скачком в нулевом приближении составляет  $\sigma T_\Phi^4$  и столь велик, что температура перед скачком, равная [1]

$$(3.1) \quad T_- = \frac{\sigma T_\Phi^4}{\rho_0 c_V (T_-) D},$$

оказывается больше, чем  $T_\Phi$ . Например, при  $D = 100$  км/с  $T_\Phi = 4 \times 10^5$  К, и по формуле (3.1) получается  $T_- = 8,7 \cdot 10^5$  К вдвое больше, чем  $T_\Phi$ . Не говоря уже о том, что это противоречит второму закону термодинамики [1], поток  $S$ , найденный формально в следующем приближении по такому распределению температуры, у скачка пойдет в обратную сто-

рону по направлению от холодного газа к горячему — все это физически бессмысленно.

Указанное противоречие отмечалось в [8], но для преодоления трудности был предложен эмпирический метод, основанный на искусственном уменьшении потока в определенное число раз, и так повторялось на каждой итерации, пока противоречие не устранится. Такая процедура требует решения уравнений для ряда уменьшенных потоков, не отвечающих физической сущности процесса, и она неудобна тем, что заранее не известно, как подбирать уменьшающие поток множители.

Принцип предлагаемого здесь метода состоит в том, чтобы исключить саму возможность возникновения противоречия, согласовав вычислительную процедуру с теми факторами, которые на самом деле не позволяют температуре в какой-нибудь точке перед скачком вырасти выше температуры за фронтом. Температуру ограничивает собственное излучение прогревающегося слоя. Поэтому из выражения для потоков выделяется член, пропорциональный  $\sigma T^4$ , который вводится в уравнения балансов (2.5)–(2.7) так, чтобы с его учетом вычислялось распределение температуры в каждой итерации.

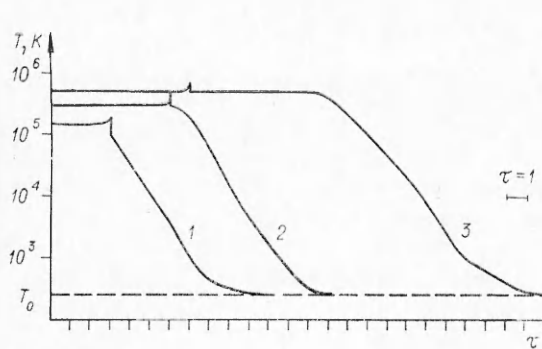
Расчетная схема строится так. Разность потоков  $S_{i+1} - S_i$  выражается в виде  $(dS/d\tau)_i h_{i-1}$ , где  $dS/d\tau$  в точке  $\tau_i$  находится путем дифференцирования равенств (2.4), (2.8), (2.9) в предположении, что в интервале от  $\tau_{i-1}$  до  $\tau_{i+1}$   $T = \text{const} = T_i$ . Система уравнений (2.5)–(2.7), (2.10) путем исключения  $\rho_i$ ,  $p_i$ ,  $u_i$  сводится к виду

$$(3.2) \quad \left(1 + \frac{\gamma_i - 1}{4} y_i\right) \left[ \frac{\gamma_i - 1}{4} y_i + \sqrt{\left(1 - \frac{\gamma_i - 1}{4} y_i\right)^2 - y_{i-1}(\gamma_{i-1} - 1) - 1} \right] + \\ + \frac{\gamma_i}{2} y_{i-1} - \frac{\gamma_i + 1}{2} y_i + a_i = 0,$$

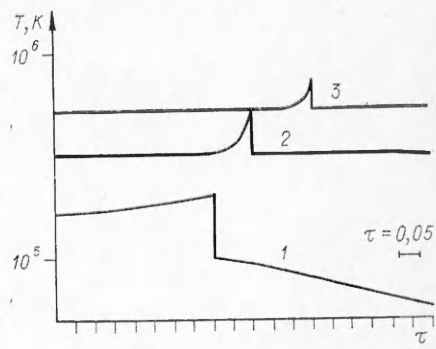
где  $y_i = \frac{4\epsilon_i}{u_{i-1}^2}$ ;  $a_i = -\frac{4}{\rho_{i-1} u_{i-1}^3} \left(\frac{dS}{d\tau}\right)_i h_{i-1}$ , а «разность потоков»  $a_i$  удовлетворяет уравнению

$$(3.3) \quad a_i = \alpha_i y_i^4 - \beta_i, \\ \alpha_i = \frac{\sigma h_{i-1} u_{i-1}^5}{2\rho_{i-1} c_{Vi}} [e^{-2h_{i-1}} + e^{-2h_i}], \\ \beta_i = \frac{8h_i}{\rho_{i-1} u_{i-1}^3} [S_{i+1}^- e^{-2h_i} + S_{i-1}^+ e^{-2h_{i-1}}].$$

Если бы потоки  $a_i$  находились по распределению температуры, которую представляет величина  $y_{i-1}$ , т. е. величина  $a_i$  считалась бы не зависящей от температуры при вычислении последней из уравнения (3.2), это уравнение было бы квадратным по  $y_i$ . Мы вводим член  $\alpha_i y_i^4$ , фигурирующий в  $a_i$  (формула (3.3)) и описывающий собственное излучение слоя, в уравнение (3.2) при расчете  $y_i$ . Тем самым уравнение приобретает четвертую степень. Но это усложнение окупается тем, что теперь можно не беспокоиться о возникновении противоречивых ситуаций. В соответствии с самой физикой дела температура не вырастет выше того значения, которое диктуется совместным влиянием поглощения и излучения света. При очень больших амплитудах волны уравнение (3.2) удовлетворяется тем значением корня, которое близко к решению уравнения  $a_i(y_i) = 0$ , соответствующему компенсации односторонних потоков. Из уравнения (3.2) видно, что при этом температура не может стать выше эффективной температуры излучения, переносимого потоками  $S_{i+1}^-$  и  $S_{i-1}^+$ . Даже на первой итерации  $T_-$  не может стать выше  $T_\phi$ , как и должно быть в сверхкритических волнах. Проведенные расчеты показали, что простой метод итераций без выделения собственного излучения слоя абсолютно не пригоден для расчета ударных волн сверхкритической амплитуды: на первой



Ф и г. 2



Ф и г. 3

же итерации происходит аварийная остановка машины. По-видимому, это и послужило причиной неудачных расчетов [5] в случае волн с  $D > 80$  км/с.

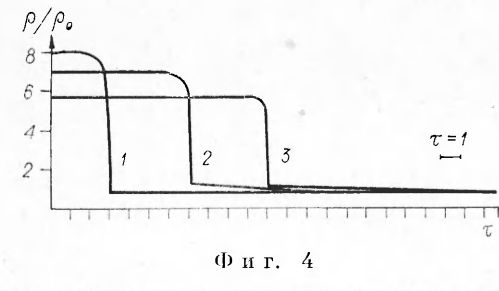
Отметим работы [9, 10], в которых собственное излучение учитывалось при определении факторов неравновесности для повышения устойчивости и сходимости итераций при решении уравнения энергии в нестационарных задачах радиационной газодинамики.

**4. Результаты расчета и обсуждение.** Результаты расчетов ударных волн в воздухе нормальной плотности представлены на фиг. 2—5 ( $T_0 = 300$  К).

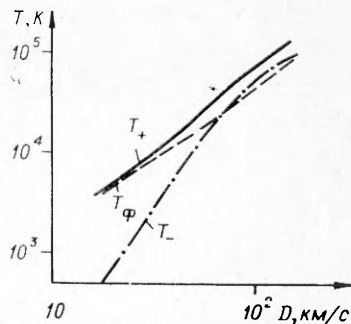
На фиг. 2 показаны распределения температуры  $T$  по оптической толщине  $\tau$ . Рассчитаны волны трех амплитуд, одна — докритическая с  $D = 55,6$  км/с (кривые 1 на фиг. 2—4), две — сверхкритические с  $D = 85,9$  км/с (кривые 2) и  $D = 110$  км/с (кривые 3). Распределения для разных волн сдвинуты друг относительно друга на произвольное расстояние. Это сделано исключительно для удобства рассмотрения графиков. На фиг. 3 представлены те же распределения, что и на фиг. 2, но крупным масштабом выделены области вблизи скачка уплотнения, чтобы показать детали пика температуры. На фиг. 4 даны распределения плотности, точнее, степени сжатия  $\rho/\rho_0$ ,  $\rho_0 = 1,29 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>. На фиг. 5 показаны температуры за фронтом  $T_\phi$ , перед скачком уплотнения  $T_-$  и за скачком  $T_+$  в зависимости от скорости фронта  $D$ .

Распределения температуры находятся в полнейшем качественном согласии с предсказаниями аналитической теории, так что вопрос о принципиальной возможности существования сверхкритических волн решается однозначно и положительно.

Вообще говоря, можно было бы перейти от распределений по  $\tau$  к распределениям по пространственной координате, если разумным образом выбрать функцию  $\kappa(T)$ . Однако в этом нет особой необходимости. Для докритических волн правильны расчеты [5], обладающие высокой точностью благодаря детальному учету спектральных характеристик излучения.



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Для сверхкритических волн  $\kappa(T)$  в основном характеризуется росселандовым пробегом — о распределении было сказано в [1, 3].

Несколько слов по поводу реализации ударных волн сверхкритической амплитуды. Ударная волна должна возникать, если к тому располагают условия, в частности граничные. Например, если за волной действует «поршень», который толкает газ с большой скоростью, превышающей сверхкритическую величину, непременно пойдет ударная, а не тепловая волна\*. Волны сверхкритической амплитуды могут получаться при взрывах достаточно большой мощности, а также в газе пониженной плотности, где критический переход осуществляется при более низких температурах за фронтом, т. е. для более слабых волн.

Поступила 21 X 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2-е. М.: Наука, 1966.
2. Зельдович Я. Б. Ударные волны большой амплитуды в газах.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1126.
3. Райзер Ю. П. О структуре фронта сильных ударных волн в газах.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1528.
4. Райзер Ю. П. О яркости фронта сильных ударных волн.— ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 101.
5. Zinn J., Anderson R. C. Structure and luminosity of strong shock waves in air.— Phys. Fluids, 1973, vol. 16, N 10.
6. Александров В. В., Котеров В. Н. Применение метода сферических гармоник к исследованию структуры ударной волны в сером излучающем газе. М.: ВЦ АН СССР, 1974.
7. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1965.
8. Goulard R., Nelson H. F. Numerical convergence of highly radiating shock waves—Chapin's multiplying factors.— В кн.: Труды секции по численным методам в газовой динамике второго международного colloквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем. М.: ВЦ АН СССР, 1971.
9. Гольдин В. Я., Четверушкин Б. Н. Методы расчета переноса излучения в одномерных задачах низкотемпературной плазмы: Препринт № 2. М.: ИПМ АН СССР, 1970.
10. Четверушкин Б. Н. Об одном методе совместного решения уравнения энергии и уравнения переноса излучения.— ЖВММФ, 1970, т. 10, с. 1290.
11. Немчинов И. В., Светцов В. В., Шувалов В. В. О структуре прогревного слоя перед фронтом сильной интенсивно-излучающей ударной волны.— ПМТФ, 1978, № 5.

УДК 534.222.2

### ИЗЛУЧЕНИЕ УПРУГОЙ ВОЛНЫ ПРИ ВЗРЫВЕ В ПЕРЕМЕННО-УПЛОТНЯЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

*А. А. Зверев, Е. Е. Ловецкий, В. С. Фетисов*

(Москва)

Вопрос об излучении упругой волны при камуфлетном взрыве рассматривался в ряде работ [1—3]. Наиболее детальные расчеты приведены в [3], где исследовалась задача о расширении газовой полости в упругопластической дилатирующей среде. В [3] принималось, что на фронте волны разрушения происходит постоянное необратимое уплотнение среды. Такое приближение не позволяет учесть обратного влияния излучаемой упругой волны на параметры волны разрушения в случае не слишком больших уплотнений.

В данной работе проводится расчет параметров излучаемой при камуфлетном взрыве упругой волны для случая, когда уплотнение вещества на фронте волны разрушения является переменным.

\* Заметим, что в [11] решалась задача о лучистом теплообмене в волне, движимой поршнем, для докритической амплитуды.