

$= 0,05 \text{ м}^{-1}$ (сплошные линии). Кривые 1—3 отвечают тем же u_0 , что и на фиг. 2, б. Видно, что возможность существования резонансных величин сжимающего (или растягивающего) усилия определяется значением u_0 и вертикальным сдвигом скорости течения. С увеличением сжимающего усилия (начиная с резонансной) до критической величины, приводящей к потере устойчивости пластины, значения $B_{1,2}$ убывают. В случае же продольного растяжения большему усилию (до резонансного) отвечает большая амплитуда не затухающих с расстоянием упругих и гравитационных волн.

Поступила 23 XI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова. Л., Гидрометеиздат, 1967.
2. Букатов А. Е., Черкесов Л. В. Неустойчивые колебания упругой пластинки, плавающей на поверхности потока жидкости.— ПМ, 1977, № 9.
3. Букатов А. Е. Влияние продольного растяжения на развитие изгибно-гравитационных волн в сплошном ледяном покрове.— Морские гидрофизические исследования, 1978, № 4.
4. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М., Наука, 1967.
5. Слемян Л. И. Нестационарные упругие волны. Л., Судостроение, 1972.
6. Хейсин Д. Д. Соотношение между средними напряжениями и локальными значениями внутренних усилий в дрейфующем ледяном покрове.— Океанология, 1978, т. XVIII, вып. 3.
7. Богородский В. В. Упругие характеристики льда.— Акуст. журнал, 1964, т. 10, вып. 2.
8. Стокер Д. Д. Волны на воде. М., ИЛ, 1959.

УДК 536.244

СОВМЕСТНАЯ КОНВЕКЦИЯ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ

В. И. Дубовик
(Москва)

Совместное действие свободной и вынужденной конвекции имеет место при теплообмене между нагретой поверхностью и средой, движущейся около нее. При совместной конвекции наибольший интерес представляет ламинарный режим движения, при котором около поверхности наблюдаются в пограничном слое максимальные градиенты скоростей и температур. Влияние подъемных сил на вынужденное движение при ламинарном течении около вертикальной непроницаемой пластины исследовалось в работе [1], где показано, что решение задачи о совместной конвекции можно представить в виде ряда по параметру $A = Gr/Re^2$, характеризующему отношению числа Грасгофа к числу Рейнольдса.

Численные решения задач совместной конвекции представлены в работах [2, 3] для непроницаемой вертикальной поверхности.

В работе [2] методом локальной автомодельности, при котором пренебрегают изменением функций скорости и температуры по переменной A , анализируется совместная конвекция при переменных физических свойствах среды, зависящих от температуры. Автомодельная задача совместной конвекции для однородных потоков тепла и температуры стенки рассмот-

рена в работе [3] для различных значений A и непроницаемой вертикальной поверхности. В [4] обобщены отечественные и зарубежные работы по совместной конвекции, представлены количественные теоретические и экспериментальные данные по теплообмену и сопротивлению при течении несжимаемой жидкости на поверхностях, имеющих различную ориентацию.

В данной работе численно исследуется совместная конвекция на вертикальной проницаемой поверхности при совпадающих и противоположных по направлению вынужденного и свободного течений в зависимости от числа Прандтля.

Система дифференциальных уравнений ламинарного пограничного слоя при совместной конвекции, выражающая законы сохранения массы, количества движения и энергии, с граничными условиями записана в работе [5] в предположении постоянных свойств среды, за исключением плотности, зависящей от температуры в выражении подъемной силы и без учета вязкой диссипации.

Уравнения в частных производных сведены к обыкновенным уравнениям с помощью подобного преобразования [5] при заданных законах распределения температуры поверхности T_w и скорости невозмущенного потока U_∞ на внешней границе пограничного слоя, задаваемых зависимостями

$$(1) \quad T_w - T_\infty = Bx^n, \quad U_\infty = Cx^m,$$

где C , B , m и n — постоянные величины.

С учетом выражений (1) и условия $n = 2m - 1$ система дифференциальных уравнений сводится к безразмерным уравнениям

$$(2) \quad f'''(\eta) + (m+1)f(\eta)f''(\eta) - 2mf'^2(\eta) + 8 \left[m \pm \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta(\eta) \right] = 0,$$

$$\theta''(\eta) + \text{Pr} [(m+1)f(\eta)\theta'(\eta) - (4m-2)f'(\eta)\theta(\eta)] = 0,$$

где f — безразмерная функция скорости; $\theta = (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$ — безразмерная температура; Gr , Re и Pr — числа Грасгофа, Рейнольдса и Прандтля; T_∞ — температура потока на внешней стороне пограничного слоя.

В уравнениях (2) штрих означает дифференцирование по

$$\eta = (1/2)(C/\nu)^{1/2}x^{(m-1)/2}y,$$

где x , y , ν — прямоугольные координаты и кинематическая вязкость.

Граничные условия в новых переменных имеют вид

$$f'(0) = 0, \quad f_w = \text{const}, \quad \theta = 1 \quad \text{при} \quad \eta = 0,$$

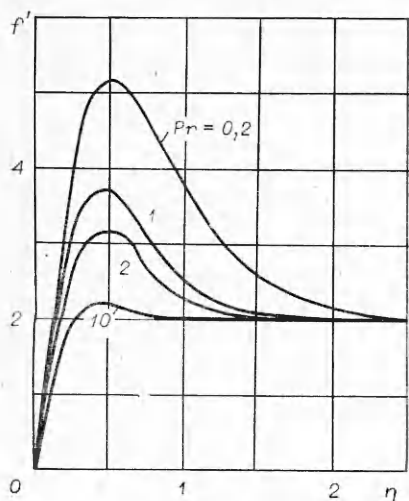
$$f'(\infty) = 2, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad \eta = \infty.$$

Условие $f_w = \text{const}$ означает, что $v_w \sim x^{(m-1)/2}$. Используя составляющую скорости v , выраженную через новые переменные, находим параметр вдува (отсоса)

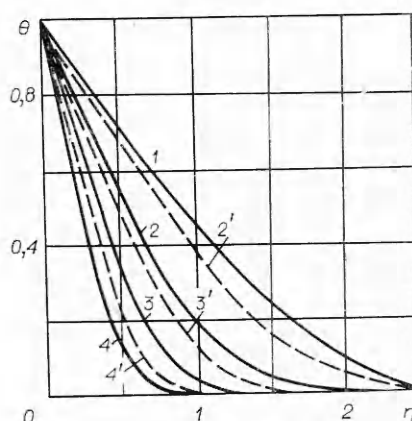
$$f_w = -[2v_w/(m+1)U_\infty] \sqrt{\text{Re}}.$$

Отрицательное значение f_w соответствует вдуву ($v_w > 0$), а положительное — отсосу ($v_w < 0$).

Система уравнений (2), описывающая совместную конвекцию, включает четыре параметра: Gr/Re^2 , Pr , f_w и m ; при совпадающих по направлению потоков в уравнении движения берется знак плюс, а при противоположных — минус.



Ф и г. 1



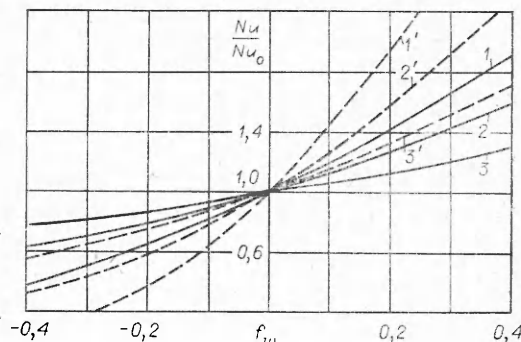
Ф и г. 2

Расчеты проводились на ЭВМ методом итераций с применением прогонки [6] для $A = Gr/Re^2$, изменяющегося от 100 до $-0,95$, $Pr = 0,2; 0,7; 1; 3$ и 10 при $m = 0,5$, $n = 0$ и при различных значениях f_w (положительных и отрицательных). Распределения безразмерных скоростей и температур в пограничном слое приведены на фиг. 1, 2. Безразмерные профили скорости $f'(\eta)$ в пограничном слое при совместной конвекции $A = 10$ даны на фиг. 1 для различных значений критерия Прандтля при $f_w = -0,05$. Наиболее существенное влияние подъемные силы оказывают на движение при малых числах Pr . На фиг. 2 в качестве примера показаны профили температуры в пограничном слое при совместной конвекции для параметра A , равного 1 (сплошные) и $-0,95$ (штриховые линии), при $Pr = 0,2; 1; 3$ и 10 (кривые 1-4 соответственно) для совпадающих течений и $Pr = 1; 3$ и 10 (кривые 2'-4') для случая противоположных по направлению движений. На фиг. 2 видно, что профили температур сохраняют свой подобный вид как при положительном, так и при отрицательном параметре A , что объясняется тем, что характер изменения в пограничном слое одинаков для свободной и вынужденной конвекции. Расчетные величины $f''(0)$ и $-\theta'(0)$ для различных значений параметров A и Pr для непроницаемой поверхности приведены в таблице, здесь же приведены результаты расчетов для совпадающих и противоположных течений при $Pr = 0,7$ по данным работы [3]. Совпадение с данными работы [3] вполне удовлетворительное. Для теплообмена при совместной конвекции имеем [5]

$$(3) \quad Nu = -0,5 Re^{0,5} \theta'(0),$$

где Nu — число Нуссельта.

Величины $\theta'(0)$ для расчета по выражению (3) вычислены на ЭВМ для различных значений параметров: Gr/Re^2 , Pr и f_w . В качестве примера результаты расчетов теплообмена Nu/Nu_0 при совместной конвекции на проницаемой поверхности даны на фиг. 3, где кривые 1-3 соответствуют



Ф и г. 3

Gr Re ²	Pr						0,7[3]
	0,2	0,7	1	2	3	10	
Значения $\theta'(0)$							
-0,95		0,5856	0,7014	0,9562	1,1384	1,8327	0,5984
-0,9		0,6117	0,7241	0,9771	1,1578	1,8507	0,6258
-0,8	0,5034	0,6564	0,7618	1,0137	1,1932	1,8853	0,6667
-0,5	0,5335	0,7384	0,8427	1,0989	1,2793	1,9709	0,7472
-0,1	0,5631	0,8166	0,9175	1,1827	1,3671	2,0682	0,8179
0	0,5695	0,8293	0,9326	1,2013	1,3853	2,0883	0,8323
0,1	0,5754	0,8422	0,9521	1,2177	1,4084	2,1072	—
1	0,6204	0,9326	1,0553	1,3412	1,5414	2,2634	0,9425
10	0,8341	1,3229	1,4971	1,8806	2,1433	3,0533	1,3466
100	1,3728	2,2059	2,4944	3,1104	3,5391	4,9415	2,2698
Значения $f''(0)$							
-0,95		0,0028	0,2763	0,8053	1,0845	1,7848	0,0033
-0,9		0,2812	0,5179	0,9906	1,2439	1,8719	0,2953
-0,8	0,3959	0,7684	0,9421	1,3365	1,5466	2,0798	0,7904
-0,5	1,7165	1,9472	2,0475	2,2518	2,3661	2,8885	1,9852
-0,1	3,2124	3,2576	3,2754	3,3116	3,3319	3,3867	3,2980
0	3,5631	3,5631	3,5631	3,5631	3,5631	3,5631	3,5989
0,1	3,8951	3,8541	3,8372	3,7994	3,7835	3,7266	—
1	6,6603	6,2349	6,0854	5,7855	5,6138	5,1463	6,2804
10	26,317	23,072	22,044	20,064	18,909	15,796	23,187
100	140,455	121,371	115,551	104,430	97,959	80,767	122,59

значениям $Gr/Re^2 = 0; 10$ и 100 для $Pr = 3$, а $I' - 3'$ для $Pr = 10$. На фиг. 3 число Нуссельта Nu_0 взято для непроницаемой поверхности.

Анализ результатов численного счета показывает, что наиболее существенное влияние подъемных сил на движение при совместной конвекции проявляется при малых числах Прандтля для случая совпадающих течений. При противоположном направлении положительный градиент давления свободной конвекции вызывает торможение скоростей и увеличение толщины пограничного слоя. Поток тепла и напряжение трения увеличиваются для совпадающих потоков и уменьшаются для противоположно направленных.

Поступила 6 VIII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Sparrow E. M., Gregg J. L. Buoyancy effects in forced — convection flow and heat transfer.— Trans. ASME, ser. E, J. Appl. Mech., March 1959, vol. 26, N 1.
2. Tsuruno S., Nagai S. Buoyancy effects in forced — convection flow and heat transfer.— Bulletin of JSME, 1969, vol. 12, N 53.
3. Sparrow E. M., Eichhorn B., Gregg J. L. Combined forced and free convection in a boundary layer flow.— Phys. Fluids, 1959, vol. 2, N 3.
4. Мартыненко О. Г., Соковичин Ю. А. Теплообмен смешанной конвекцией. Минск Наука и техника, 1975.
5. Дубовик В. И. Трение и теплообмен при совместной конвекции на проницаемой поверхности.— ПМТФ, 1973, № 2.
6. Брдлик П. М. и др. Ламинарная свободная конвекция на вертикальной поверхности, осложненная конденсацией или испарением.— Научные тр. Научно-исслед. ин-та строит. физ. Госстроя СССР, 1967, вып. 2.