

4. Мейер П. В., Котляревский В. А., Барабенев В. П., Мальков А. В. Тензосесы. — БИ, 1968, № 3.  
 5. Котляревский В. А., Зиценко Ж. Ф., Олехвер А. И., Тимохин В. И. Аэродинамические характеристики автомобилей. — Автомобильная промышленность, 1980, № 7.

УДК 534.222.2—662.215.4

### ЛОКАЛЬНЫЙ РАЗОГРЕВ МАТЕРИАЛА В ОКРЕСТНОСТИ ПОРЫ ПРИ ЕЕ СХЛОПЫВАНИИ

А. В. АТТЕТКОВ, Л. Н. ВЛАСОВА, В. В. СЕЛИВАНОВ,  
 В. С. СОЛОВЬЕВ

(Москва)

Локализация деформации в окрестности неоднородностей при высокоскоростном нагружении пористого вещества может приводить к возникновению локальных областей, для которых характерны большие градиенты скорости, вязкостные эффекты и значительные разогревы. На неравновесный характер тепловыделения при ударном сжатии пористых веществ указывалось в [1—3]. Экспериментальное подтверждение существования значительных температурных градиентов в окрестности пор при вязкопластическом течении вещества в процессе ударно-волнового нагружения можно найти в [4—6]. В [7—10] показана существенная зависимость неравновесной температуры контактов частиц пористого материала от величины его фракции при одинаковых условиях нагружения и начальной плотности. Существенное влияние размера частиц при ударно-волновом инициировании прессованного тротила на условия образования очагов локальных разогревов обнаружено в [11, 12].

Теоретический подход к описанию процесса изменения пористости при динамическом нагружении среды предложен в [13, 14] на основании исследования динамики деформирования сферической ячейки, соотношение между внутренним и внешним радиусом которой характеризует пористость вещества. Вязкопластический разогрев материала сферической ячейки в процессе схлопывания поры рассмотрен в [15—17].

В [15] изменение температуры получено из анализа изменения удельной внутренней энергии материала в предположении, что время тепловой релаксации значительно превышает время схлопывания поры. В [16, 17] температурные профили построены в результате решения нестационарного уравнения теплового баланса, однако анализ ограничен малыми значениями числа Рейнольдса (в области, соответствующей плавному сжатию поры до равновесного радиуса). Анализ характера кумуляции энергии и эффектов плавления в окрестности неоднородностей проведен в [18] исходя из характера распределения внутренней энергии.

В данной работе исследуются закономерности схлопывания поры в вязкопластическом материале и динамика разогрева материала в окрестности поры в процессе схлопывания. Показано влияние противодавления газа на характер деформирования последней. Получены соотношения, определяющие предельные значения максимально возможного разогрева материала вследствие вязкопластических диссипативных процессов.

Рассмотрим процесс схлопывания сферической поры под действием постоянного внешнего давления  $p$ . Пусть  $a$  и  $b$  — текущие значения радиусов поры и сферической ячейки. Материал ячейки принимается однородным, изотропным, несжимаемым, удовлетворяющим соотношениям вязкопластической среды.

Уравнения неразрывности и движения для случая центральной симметрии запишутся в виде

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\partial}{\partial r}(r^2 v) = 0; \\ (2) \quad & \rho(\partial v / \partial t + v \partial v / \partial r) = \partial \sigma_r / \partial r + (2/r)(\sigma_r - \sigma_\theta), \end{aligned}$$

а определяющее уравнение вязкопластического материала имеет вид [17, 18]

$$(3) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_s + 2\eta(\partial v / \partial r - v/r).$$

Разогрев материала сферической ячейки при схлопывании поры описывается дифференциальным уравнением теплопроводности при наличии объемных источников тепловыделения

$$(4) \quad c\rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - 2\sigma_s \frac{v}{r} + 12\eta \left( \frac{v}{r} \right)^2,$$

где  $t$  — время;  $r$  — эйлерова координата;  $v$  — радиальная составляющая вектора скорости;  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta = \sigma_\phi$  — компоненты тензора напряжений;  $T$  — температура;  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $c$  — плотность и коэффициенты теплопроводности и теплоемкости материала;  $\sigma_s$  — динамический предел текучести;  $\eta$  — коэффициент эффективной вязкости.

Начальные и граничные условия имеют вид

$$(5) \quad \begin{aligned} \text{при } t = 0 \quad r = r_0, \quad T(r) = T_0, \quad v(r) = 0, \\ \text{при } r = b \quad \sigma_r = -p, \quad \partial T / \partial r = 0, \\ \text{при } r = a \quad \sigma_r = -p_q, \quad \partial T / \partial r = 0, \end{aligned}$$

а закон изменения давления адиабатически сжимающегося в поре газа определяется в форме

$$(6) \quad p_q = p_{q0} (a_0/a)^{3\gamma},$$

где  $p_{q0}$  — начальное давление газа в поре;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

Последние два члена в правой части уравнения (4) отражают мощность тепловыделения вследствие пластической и вязкой диссипации энергии соответственно. Равенство нулю градиента температуры на поверхности поры приводит к некоторому занижению температуры, так как при этом не учитывается влияние теплообмена сжимающегося в поре газа на разогрев поверхностных слоев материала. Динамика разогрева материала при схлопывании поры в этом случае будет определяться конкуренцией процессов тепловыделения вследствие вязкопластической диссипации энергии и теплоотвода вследствие теплопроводности.

Интеграл уравнения (1) имеет вид

$$(7) \quad v = \dot{a}(a/r)^2,$$

точка означает дифференцирование по времени.

Подставляя последнее выражение и производные  $\partial v / \partial t$  и  $\partial v / \partial r$  в уравнение (2), а также используя (3), (5)–(7) и условие несжимаемости  $r^3 - a^3 = r_0^3 - a_0^3$  (индекс пуль относится к начальным значениям величин), можно определить закон изменения радиуса поры.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \tau &= (t/a_0)(p/p_0)^{1/2}, \quad x = a/a_0, \quad w_+ = \dot{a}(p/p_0)^{-1/2}, \quad \xi = r/a_0, \\ m_0 &= (a_0/b_0)^3, \quad k = 1/m_0 - 1, \quad z = a/b = (1 + kx^{-3})^{-1/3}, \\ \beta &= \sigma_s/p, \quad Re = a_0(p/p_0)^{1/2}/\eta, \quad q = p_{q0}/p, \quad Pr = c\eta/\lambda, \\ \Theta &= c\rho(T - T_0)/p. \end{aligned}$$

Здесь  $Re$  — параметр Рейнольдса;  $Pr$  — параметр Прандтля;  $m_0$  — параметр, характеризующий начальную пористость вещества (отношение удельного объема порового пространства к удельному объему сплошного материала). Параметр  $\beta$  характеризует пластические свойства материала, число Рейнольдса  $Re$  — вязкие свойства, параметр  $q$  — соотношение между приложенным давлением и начальным давлением газа в поре.

Переходя в (4) к новым переменным и учитывая (7), получим

$$(8) \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + w_+ \left( \frac{x}{\xi} \right)^2 \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{1}{Pr Re} \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) - 2\beta \frac{w_+^2}{\xi^3} + \frac{12w_+^2}{Re} \frac{x^4}{\xi^6},$$

а закон изменения радиуса поры  $x$  и скорость ее движения  $w_+$  определяются из решения следующей системы дифференциальных уравнений:

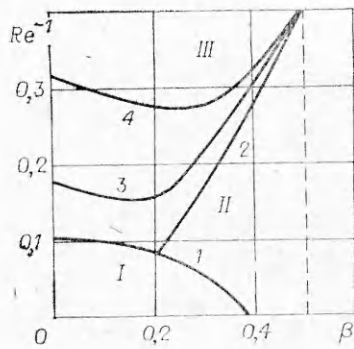
$$(9) \quad \frac{dw_+}{d\tau} = \left[ \frac{(1+z)(1+z^2)}{2} - 2 \right] \frac{w_+^2}{x} - \frac{4(1+z+z^2)}{Re x^2} w_+ - \frac{2\beta \ln z - qx^{-3\gamma} + 1}{x(1-z)}, \quad \frac{dx}{d\tau} = w_+.$$

Начальные и граничные условия задачи:

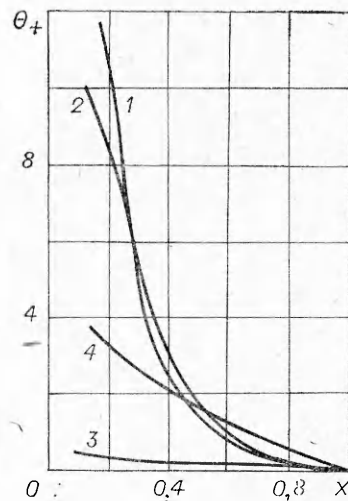
$$(10) \quad \begin{aligned} \text{при } \tau = 0 \quad x = 1, \quad w_+ = 0, \quad \Theta(\xi) = 0, \\ \text{при } \xi = x \quad \partial \Theta / \partial \xi = 0, \\ \text{при } \xi = x/z \quad \partial \Theta / \partial \xi = 0. \end{aligned}$$

Система уравнений (8), (9) с начальными и граничными условиями (10) позволяет определить вид функции  $\Theta(\tau, \xi)$  для заданных значений параметров  $m_0$ ,  $\beta$ ,  $Re$ ,  $q$  и  $Pr$ .

Особенности схлопывания поры в вязкопластическом материале при отсутствии противодействия газа рассмотрены в [19]. Показано, что соотношение параметров  $m_0$ ,  $\beta$  и  $Re$  может приводить к схлопыванию поры (область I на фиг. 1), плавному ее сжатию до равновесного радиуса (область III на фиг. 1) либо к колебательному движению материала (область II на фиг. 1). В последнем случае радиус поры в фазе сжатия конечен, но меньше своего равновесного значения. Для описания дальнейшего движения среды в этом случае необходимо учитывать упругопластические свойства материала. Кривые I, 2 на фиг. 1, разделяющие области с различными законами движения границы поры, определены в результате численного интегрирования системы уравнений (9) для  $q = 0$



Фиг. 1



Фиг. 2

и  $m_0 = 0,05$ . Кривые 3, 4 получены при наличии противодействия газа в поре для  $q = 10^{-4}$  и  $10^{-2}$  ( $\gamma = 1,4$ ) и свидетельствуют о сужении области асимптотического сжатия поры до равновесного радиуса с увеличением параметра  $q$ , штриховая линия ограничивает область значений  $\beta$ , соответствующих состоянию полной пластичности материала ячейки:

$$\beta \leq \beta_m \equiv -\delta(\gamma - q)/(2 \ln m_0).$$

В предельном случае при  $Re \ll 1$ , пренебрегая инерционными членами в первом уравнении системы (9), можно определить явный вид зависимости  $w_+(x)$ :

$$(11) \quad w_+ = \frac{Re x (k + x^3)}{4k} \left[ \frac{2}{3} \beta \ln(1 + kx^{-3}) + qx^{-3\gamma} - 1 \right].$$

Закон движения границы поры определяется из (11) в квадратурах выражением

$$\tau = \int_1^x \frac{dx'}{w_+(x')}.$$

При  $q = 0$  выражение для  $\tau$  приводится к виду

$$(12) \quad \tau = \frac{2}{\beta Re} \ln \left[ \frac{1 + (2/3) \beta \ln m_0}{1 - (2/3) \beta \ln(1 + kx^{-3})} \right].$$

Определим величину максимально возможного разогрева  $\Theta_+$ , пренебрегая процессами теплоотвода ( $\lambda = 0$ ), что соответствует условию  $Pr \rightarrow \infty$ . Учитывая граничное условие (10) при  $\xi = x$  и переходя от переменной  $\tau$  к переменной  $x$  (ввиду того, что в фазе сжатия поры функция  $x(\tau)$  монотонна), из (8) получим для  $\Theta_+$  интегральное уравнение

$$(13) \quad \Theta_+ = -2\beta \ln x + \frac{12}{Re} \int_1^x \frac{w_+(x')}{x'^2} dx'.$$

Первый член в правой части уравнения (13) характеризует разогрев, связанный с пластическими деформациями материала, второй — вязкий диссипативный разогрев.

При  $Re \rightarrow \infty$  (жесткопластическая среда) максимальная безразмерная температура  $\Theta_+ = -2\beta \ln x$ . При  $x \rightarrow 0$  функция  $\Theta_+(x)$  имеет логарифмическую особенность. Неопределенность температуры в окрестности поры, обусловленной пластическими деформациями, может быть устранена, если учесть, что материал при температуре плавления переходит в жидкое состояние с  $\beta = 0$  ( $\sigma_s = 0$ ).

В другом предельном случае  $Re \ll 1$ , подставляя соотношение (11) в уравнение (13) и интегрируя, получим

$$(14) \quad \Theta_+ = -2\beta \ln x + q \left[ \frac{x^{3(1-\gamma)} - 1}{k(1-\gamma)} - \frac{x^{-3\gamma} - 1}{\gamma} \right] + \frac{1 - x^3}{k} - 3 \ln x + \frac{2\beta}{3k} \times \\ \times [(k + x^3) \ln(k + x^3) - (k + 1) \ln(k + 1)] - \beta \ln x \left( 3 \ln x + \frac{2}{k} x^3 \right) + \\ + \frac{2\beta}{3} \int_1^x \frac{\ln(k + x'^3)}{x'^3} dx'.$$

Последний интеграл после разложения подынтегрального выражения в ряд имеет решение:

$$I(x) = 3 \ln k \ln x - \sum_{l=1}^n (-1)^l \frac{(x^{3l} - 1)}{l^3 k^l}.$$

При малых значениях начальной пористости  $k \gg 1$  и  $(x^{3l} - 1) \ll -1$  ( $l = 1, 2, \dots, n$ ), в соответствии с чем получаем

$$I(x) = 3 \ln k \ln x - (1 - x^3)/k.$$

С учетом последнего соотношения после подстановки в (14) для  $\Theta_+$  получим выражение

$$(15) \quad \Theta_+ = -2\beta \ln x + q \left[ \frac{x^{3(1-\gamma)} - 1}{k(1-\gamma)} - \frac{x^{-3\gamma} - 1}{\gamma} \right] + \frac{1 - x^5}{k} - 3 \ln x + \\ + (2\beta/3k) [(k + x^3) \ln(k + x^3) - (k + 1) \ln(k + 1) - (1 - x^3)] + \\ + \beta \ln x (2 \ln k - 3 \ln x - 2x^3/k).$$

Из уравнения (15) следует, что в области асимптотического сжатия поры до равновесного радиуса максимально возможная температура  $\Theta_+$ , достигаемая за счет вязкопластической диссипации энергии, не зависит от параметра  $Re$ .

Для иллюстрации полученных результатов на фиг. 2 приведена зависимость безразмерной температуры  $\Theta_+$  от координаты границы поры  $x$ , полученная из решения системы уравнений (9), (13). Кривые соответствуют следующим параметрам:  $m_0 = 0,05$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $q = 10^{-4}$ ,  $\gamma = 1,4$ . Параметр Рейнольдса принимался равным 8; 6;  $\infty$  (кривые 1—3 соответственно). Кривая 4 рассчитана в соответствии с (15) и является предельной для малых значений параметра  $Re$  (при  $Re \ll 1$ ). Увеличение параметра Рейнольдса приводит к изменению характера нарастания  $\Theta_+$ ; на начальных стадиях процесса схлопывания поры разогрев незначителен, на конечной стадии наблюдается резкое увеличение безразмерной температуры. В то же время при малых  $Re$  (кривая 4) разогрев существен уже на начальных стадиях процесса. Полученные результаты справедливы до значений температур, не превышающих температуру плавления материала, и позволяют определить условия образования расплавленных зон в окрестности поры в зависимости от параметров ударного нагружения пористого вещества.

Степень влияния теплоотвода на величину  $\Theta_+$  определяется соотношением между характерным временем тепловой релаксации  $t_{\eta} \sim a_0^2/\kappa$  ( $\kappa$  — коэффициент температуропроводности материала) и характерным временем схлопывания поры  $t_{\eta} \sim a_0(\rho/p)^{1/2}$ . Равенство данных величин приводит к критическому условию  $Pr Re \sim 1$ , позволяющему разделить режимы с существенным и незначительным влиянием теплоотвода на динамику разогрева материала в окрестности поры при ее схлопывании. В области значений параметров  $Pr Re \gg 1$  влияние теплоотвода можно не учитывать, и безразмерная температура  $\Theta_+$  будет определяться уравнением (13). В противном случае, при  $Pr Re \ll 1$ , максимальное значение  $\Theta_+$  будет зависеть от соотношения между скоростью тепловыделения вследствие диссипативных процессов и скоростью теплоотвода вследствие теплопроводности.

В области малых значений числа Рейнольдса ( $Re \ll 1$ ) время сжатия поры до равновесного радиуса по порядку величин отличается от  $t_{\eta}$  на множитель, определяемый правой частью выражения (12) и значительно превышающий единицу. Учитывая данное обстоятельство, можно показать, что при  $Pr Re \ll 1$  скорость теплоотвода может превышать скорость тепловыделения уже на начальной стадии процесса схлопывания поры, вследствие чего материал в ее окрестности практически не будет разогреваться.

Критическое значение радиуса поры, определяющее границу режимов с различным влиянием теплоотвода на динамику разогрева поверхностных слоев материала, имеет вид  $a_0^* \approx \kappa(\rho/p)^{1/2}$ , а уровни давлений нагружения должны превышать значение  $p_m = -(2/3)\sigma_s \ln m_0 + p_{\sigma s}$ , характеризующее условие перехода материала в пластическое состояние. При  $a_0 \gg a_0^*$  влияние теплоотвода вследствие теплопроводности на разогрев материала в окрестности поры незначительно. Для большинства металлов  $\rho \approx 10^4$  кг/м<sup>3</sup>,  $\kappa = 10^{-5} - 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. В области давлений  $p = 1 - 10$  ГПа критический радиус  $a_0^* \approx 10 - 0,1$  мкм и по порядку величин согласуется с экспериментальными результатами [3,7—10]. С увеличением давления критическое значение радиуса поры уменьшается, что будет приводить к уменьшению зависимости температуры поверхностных слоев материала от начального радиуса поры. Аналогичные закономерности замечены в [8], где показано, что зависимость неравновесной температуры в порошках меди и никеля от величины фракции частиц максимальна при  $p = 3$  ГПа, а дальнейшее повышение давления приводит к ее ослаблению.

Таким образом, проведенный анализ указывает на возможность возникновения существенных температурных градиентов в окрестности поры при ее схлопывании, обусловленных вязкопластическими диссипативными процессами.

Поступила 4 I 1983

## ЛИТЕРАТУРА

1. Blackburn J. H., Seely L. B. Source of the light recorded in photographs of shocked granular pressings.— Nature, 1962, vol. 194, N 4826.
2. Blackburn J. H., Seely L. B. Light emitted from shocked granular sodium chloride in a vacuum.— Nature, 1964, vol. 202, N 4929.
3. Нестеренко В. Ф. Электрические явления при ударном нагружении металлов и их связь с параметрами ударного сжатия. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1974.
4. Беляков Г. В. Ударная деформация зернистых сред.— ДАН СССР, 1974, т. 218, № 6.
5. Беляков Г. В., Лифшиц Л. Д., Родионов В. Н. Ударная деформация неоднородной среды, моделируемой набором стальных шариков.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1974, № 10.
6. Куцовский Е. Я., Ставер А. М. О переносе вещества при ударном сжатии в цилиндрических ампулах.— ФГВ, 1975, т. 11, № 3.
7. Нестеренко В. Ф. Электрические эффекты при ударном нагружении контакта металлов.— ФГВ, 1975, т. 11, № 3.
8. Нестеренко В. Ф. Ударное сжатие многокомпонентных материалов.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 29. Механика взрывных процессов. Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1977.
9. Беляков Г. В., Родионов В. Н., Самосадный В. П. О разогреве пористого вещества при ударном сжатии.— ФГВ, 1977, т. 13, № 4.
10. Роман О. В., Нестеренко В. Ф., Пикус Н. М. Влияние размера частиц порошка на процесс взрывного прессования.— ФГВ, 1979, т. 15, № 5.
11. Taylor V. C., Ervin L. H. Separation of ignition and buildup to detonation in pressed TNT.— In: Proc. of the 6 th Symp. (Internat.) on Detonation. Office of Naval Research ACR-221, 1976.
12. Howe P., Frey R., Taylor V. C., Boyle V. Shock initiation and the critical energy concept.— In: Proc. of the 6 th Symp. (Internat.) on Detonation. Office of Naval Research ACR-221, 1976.
13. Carroll M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials.— J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 4.
14. Carroll M. M., Holt A. C. Spherical model calculation for ductile porous materials.— In: Proc. of the Internat. Symp. on Pore Structure and Properties of Materials. Vol. 2. Pt 2. Prague: Academia, 1973.
15. Kim K. Shock sensitivity of energetic materials.— In: Proc. of the 1980 JANNAF Propulsion Systems Hazards Subcommittee Meeting. Vol. 1. CPIA Publication 330.
16. Хасанов Б. А., Борисов А. А., Ермолаев Б. С., Коротков А. П. Вязкопластический механизм образования «горячих точек» в твердых гетерогенных ВВ.— В кн.: Детонация. Материалы II Всесоюз. совещ. по детонации. Вып. 2. Черноголовка, 1981.
17. Khasainov B. A., Borisev A. A., Ermolaev B. S. On the mechanism of shock wave predetonation processes in porous high explosives.— In: 8th Internat. Colloquium on Gasdynamics of Explosions and Reactive Systems. Minsk, 1981.
18. Дунин С. З., Сурков В. В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел.— ПМТФ, 1982, № 1.
19. Григорьев В. Г., Дунин С. З., Сурков В. В. Захлопывание сферической поры в вязкопластическом материале.— Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 1.

УДК 531;621.316

### ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОУПРУГОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ С РЕЛАКСАЦИЕЙ ДАВЛЕНИЯ

А. М. ИСКОЛЬДСКИЙ, Е. И. РОМЕНСКИЙ

(Новосибирск)

В [1] на основе максвелловской модели нелинейно-упругой среды с релаксацией касательных напряжений [2] рассмотрена динамика импульсного нагрева металла электрическим током до предплавления температур. При этом было дано объяснение ряду экспериментальных закономерностей, которые в рамках упрощенных моделей представлялись как аномальные. В [1] принималось, что объемные деформации происходят упруго.

В данной работе сформулирована модель с релаксацией объемных деформаций в жидкости (сдвиговые напряжения не учитываются), которая позволяет дать естественную интерпретацию электрического взрыва как явления, возникающего при необъяснимо высоком уровне удельного энергосодержания среды. В частности, при нагреве медного проводника в электрическом контуре, обеспечивающем скорость роста температуры  $dT/dt \sim 1,5 \cdot 10^{10}$  град/с, начальная точка электрического взрыва при-