

модель позволяет рассчитывать обтекание при Kn , соответствующих переходному режиму. Это дает основание ожидать, что приведенная трехкомпонентная модель может быть применена для приближенного расчета обтекания тел разреженным газом в переходном режиме. Для этого необходимо использовать более реалистичные законы взаимодействия частиц с поверхностью и учет вязкости t -компонента. Кроме того, для возможности изменять число Маха потребуется ввести хаотическое движение частиц в невозмущенном потоке, поскольку в приведенной модели поток s -частиц отвечает предельному гиперзвуковому случаю $M \rightarrow \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев С. К. Математическое описание обтекания тел потоком газозвеси с учетом влияния отраженных частиц // Газодинамика и теплообмен: Межвуз. сб./Ленингр. гос. ун-т.— 1982.— Вып. 7.
2. Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К. Расчет обтекания тел потоком твердых частиц // Вестн. ЛГУ. Математика, механика, астрономия.— 1986.— № 1.
3. Баланин Б. А. О влиянии отраженных частиц на унос массы при обтекании тела двухфазным потоком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 5.
4. Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К. Расчет обтекания сферы газозвесью на основе трехкомпонентной модели двухфазной среды // Вестн. ЛГУ. Математика, механика, астрономия.— 1985.— № 22.
5. Баланин Б. А., Лашков В. А. Сопротивление плоского клина в двухфазном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 2.
6. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики.— М.: Наука, 1976.

г. Караганда, г. Ленинград

Поступила 28/III 1989 г.,
в окончательном варианте — 20/VII 1989 г.

УДК 532.526

А. В. Солдаткин

НЕАВТОМОДЕЛЬНАЯ СТРУЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Приведены результаты анализа распространения плоской затопленной струи неньютоновской жидкости во всей зоне развития в рамках теории пограничного слоя.

Струйные течения встречаются во многих технологических приложениях. Актуальность анализа струйных неньютоновских течений определяется, в частности, развитием области применения полимеров. Кроме того, не следует забывать об аналогии при изменении интегральных гидродинамических параметров между турбулентным течением и неньютоновской жидкостью.

Ранее получено автомодельное решение для плоской струи неньютоновской жидкости [1]. Ниже исследуется развитие плоской струи неньютоновской жидкости во всей области распространения с помощью численного расчета и метода локального подобия. Для аппроксимации реологии течения используется модель Оствальда — де Вилля. Практическое использование этой модели оправдано во многих реальных течениях, например при течении полимера.

Исходные уравнения переноса импульса и неразрывности затопленной плоской струи неньютоновской жидкости имеют вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = m \frac{\partial}{\partial y} \left(\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{N-1} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия для струйного течения $\partial u / \partial y = 0$, $v = 0$, $y = 0$, $x > 0$, $u \rightarrow 0$, $y \rightarrow \infty$. Начальные условия $u = 1$, $x = 0$, $|y| < d/2$, $u = 0$, $|y| \geq d/2$.

Наличие интегрального инварианта (импульса струи) позволяет ввести удобную для численного счета замену переменных [2]

$$\xi = x, \quad \eta = \int_0^y u^2 dy.$$

В новых переменных неавтономная задача о затопленной плоской струе пеньютоновской жидкости формулируется так:

$$(1) \quad \frac{\partial u}{\partial \xi} = \left[Nu \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + (2N - 1) \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 \right] \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{N-1} u^{2N},$$

$$v = -Nu \int_0^\eta \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left[u^2 \frac{\partial u}{\partial \eta_1} \right] \left| \frac{\partial u}{\partial \eta_1} \right|^{N-1} u^{2N-4} d\eta_1, \quad y = \int_0^\eta \frac{d\eta}{u^2},$$

$$u = 1, \quad \xi = 0, \quad 0 \leq \eta < 1, \quad u = 0, \quad \xi = 0, \quad \eta = 1, \quad \partial u / \partial \eta = v = 0, \quad \eta = 0, \\ \xi \geq 0, \quad u = 0, \quad \eta = 1.$$

Численное решение задачи (1) осуществлено методом прямых. Полоса интегрирования разбивалась на P полос ($P = 20$). Следует отметить достоинство замены переменных — перевод бесконечной области интегрирования в конечную полосу, что дает возможность избежать накопления численных ошибок. Непосредственное интегрирование проводилось методом Рунге — Кутты для системы $P - 1$ обыкновенных дифференциальных уравнений. Характерные результаты численного решения представлены на рис. 1—3.

На рис. 1 показаны изменения осевой скорости и толщины струи вдоль ее оси для разных значений показателя пеньютоновости N : 1—9 — $N = 1; 0,75; 1,5; 2; 0,5; 0,25; 1; 2; 0,25$ соответственно; 7—9 — δ . Из-

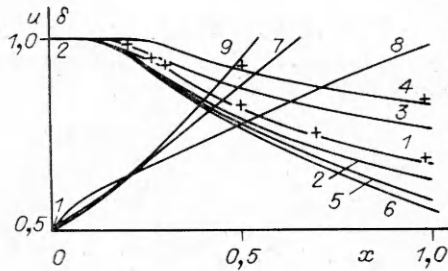


Рис. 1

менения осевой скорости при отклонении жидкости от ньютоновского поведения сводятся к следующему. Для дилатантной жидкости ($N > 1$) осевая скорость уменьшается в меньшей мере по сравнению с ньютоновской жидкостью. В предельном случае ($N \rightarrow \infty$) осевая скорость остается без изменений вдоль оси x — стержневой режим течения. При этом для больших N ядро струи размывается медленнее, чем для меньших. Для псевдопластической жидкости ($0 < N < 1$) осевая скорость падает быстрее, чем для ньютоновской; существует начальная область $0 \leq x \leq 0,2$, где ядро струи псевдопластической жидкости мало отличается от ньютоновского. Изменение толщины струи псевдопластической жидкости быстрее, а дилатантной медленнее, чем для ньютоновской после точки инверсии $x_{inf} \sim 0,2$; для $0 < x < x_{inf}$ — наоборот.

На рис. 2 изображены профили скорости струи для разных N (1—4 — $N = 2; 1,5; 1; 0,25$) на расстоянии $x = 0,3$ от начального сечения струи. Нетрудно видеть, что для широкого ($0,25 \div 2$) диапазона N реологической модели, вполне соответствующего практическим приложениям, профили отличаются мало. Иначе говоря, численное решение служит основанием использования при оценке констант автомоделной пеньютоновской струи профиля ньютоновской жидкости.

На рис. 3 приведены профили скорости псевдопластической жидкости по мере удаления от начального сечения: 1—3 — $x = 0,2; 0,4; 0,6$; $N = 0,25$. Размыв струи возрастает по мере удаления от начального сечения, при этом значительная доля его приходится на область около точки инверсии x_{inf} .

Анализ дальней области распространения струи основан на методе локального подобия [3]

$$u = u_m(x) f'(\varphi), \quad \varphi = y/\delta(x).$$

В переменной подобия осевая скорость $u_m = Bx^{-1/3N}$, толщина струи

$$\delta = Cx^{2/3N} \left(B = \alpha^{-(N+1)/3N}, C = \alpha^{(2-N)/3N}, \alpha = \frac{6N}{\gamma_1}, \gamma_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f'^2 d\varphi = \frac{4}{3} \right).$$

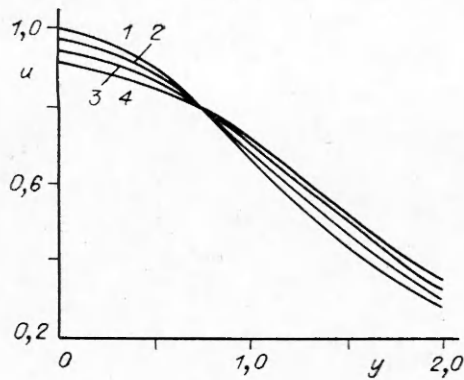


Рис. 2

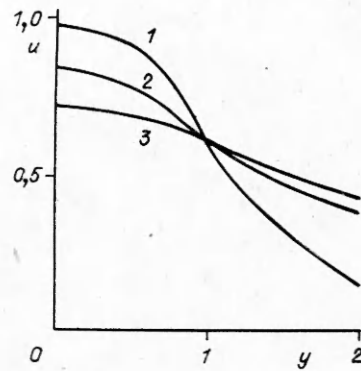


Рис. 3

Для аналитической оценки ближней области развития струи используется понятие полюсного расстояния γ , которое можно задать, используя массовый расход в начальном сечении струи [4]:

$$\gamma = M_0^3 d^{N-1} / (36 \pi u_0^{N-1} I).$$

Вводя абсциссу со сдвигом, получаем выражения для осевой скорости и толщины струи, удовлетворительно согласующиеся с численным решением (см. рис. 1, крестики — аналитическое решение):

$$u_m = Bx^{-1/3N}(1 + \gamma/x)^{-1/3N}, \quad \alpha = 9/2n, \quad \delta = Cx^{2/3N}(1 + \gamma/x)^{2/3N},$$

$$\gamma = \gamma_0/N^{2,2}, \quad \gamma_0 = 0,05, \quad n = n_0 e^{1/N}, \quad n_0 = 8,3.$$

В заключение отметим, что приведенный анализ распространения плоской неавтономной струи неньютоновской жидкости в затопленном пространстве кроме теоретического интереса важен и в практических приложениях. К упомянутым выше можно добавить использование магнитных жидкостей, где реологический эффект играет немалую роль, а малые масштабы требуют знания параметров течения во всей зоне развития течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов К. Б. К теории плоской затопленной струи неньютоновской жидкости со степенным реологическим законом // ПМТФ.— 1979.— № 1.
2. Белоглазов Б. П., Гиневский А. С. Расчет ламинарных спутных струй с точным удовлетворением условия постоянства избыточного импульса // Уч. зап. ЦАГИ.— 1974.— Т. 5, № 4.
3. Солдаткин А. В. Круглая струя в поле архимедовых сил при переменном коэффициенте теплового расширения // Инж.-физ. журн.— 1983.— Т. 45, № 6.
4. Мартыненко О. Г., Соковишин Ю. А., Коровкин В. Н. Теория ламинарных вязких струй.— Минск: Наука и техника, 1985.

г. Ленинград

Поступила 4/V 1989 г.,
в окончательном варианте — 7/VIII 1989 г.