

- Knapp R. T. Recent Investigation of the Mechanics of Cavitation Damage. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 7.
- Knapp R. T. Accelerated Field Tests of Cavitation Intensity. Trans. ASME, 1958, vol. 80, No. 1.
- Martyrer E. Kraftmessungen an Widerstandskörpern and Flügelprofilen im Wasserstrom bei Kavitation. Hydromechan. Probleme des Schiffsan., Hamburg. 1932.
- Mousson J. M. Pitting Resistance of Metals Under Cavitation Conditions. Trans. ASME, 1937, vol. 59, No. 5.
- Noskiewicz J. Beitrag zur Ähnlichkeit bei Kavitation. Bergakademie, 1956, Bd. 8, No. 2.
- Nowotny H. Werkstoffzerstörung durch Kavitation. Berlin, 1942.
- Parsons Ch. and Cook St. Investigations into causes of corrosion or erosion of propellers. Engineering, 1919, vol. 107.
- Plesset M. S. and Ellis A. T. On the Mechanism of Cavitation Damage. Trans. ASME, 1955, vol. 77, No. 7.
- Rata J. M. Erosion de cavitation. Mesure de l'érosion par jauges résistantes. Symposium Recherche sur les Turbines Hydrauliques de Nice, 16—20 septembre 1960.
- Schröter H. Korrosion durch Kavitation in einem Diffusor. Z VDI, 1932, Bd. 76, No. 21.
- Schröter H. Werkstoffzerstörung bei Kavitation. Z VDI, 1934, Bd. 78, No. 11.
- Shalnev K. K. Experimental Study of the Intensity of Erosion due to Cavitation. Proc. Symp. «Cavitation in Hydrodynamics», in 1955, NPL, London, 1956.

О НЕКОТОРЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

Лан Чжан-синь

(Москва)

Пусть имеем конечный газовый пласт радиусом R , мощностью h , в котором находится одна эксплуатационная батарея из n скважин. Пусть первоначальное давление по пласту равно p_0 , а давление в скважинах p_c . Требуется найти изменение дебита газа во времени (фиг. 1).

Если радиус эксплуатационной батареи равен R_0 и расстояние между соседними скважинами 2σ , то, введя средневзвешенное давление $p_1(R_0, t)$ на линии эксплуатации, можно свести задачу к изучению осесимметричного движения, которое выполняет следующие граничные условия:

$$p(r, t)|_{r=R_0} = p_1(R_0, t), \quad \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad p(r, t)|_{r=R} = p_k(t) \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение нестационарной фильтрации газа в осесимметричном случае имеет вид.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{m\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (2)$$

Можно весь период фильтрации разделить на два: в первый период происходит перераспределение давления, а во второй — истощение пласта. Первый период занимает очень короткий промежуток времени, поэтому можно расчеты провести только для второй фазы.

В работе [1] было получено приближенное решение для второй фазы методом интегральных соотношений Г. И. Баренблатта [2]. Если не учитывать приток из внутренней части пласта, то можно рассматривать батарею как укрупненную скважину с радиусом R_0 .

Распределение давления выражается формулой

$$p^2(r, t) = p^{k^2} - (p_k^2 - p_1^2) \frac{(r/R) - 1 - \ln(r/R)}{(R_0/R) - 1 - \ln(R_0/R)} \quad (3)$$

Подробный вывод решения (3) можно найти в работе [1]. Непосредственной подставкой можно убедиться в том, что (3) удовлетворяет условиям (1).

В решение (3) входят две неизвестные функции времени $p_k(t)$ и $p_1(t)$. Для их определения поступаем следующим образом. По методу, предложенному Ю. П. Борисовым, имеем связь между $p_1(t)$ и давлением в скважинах p_c в виде

$$p_1^2 - p_c^2 = \frac{1}{n} \frac{\mu p}{\pi k h \gamma} \ln \frac{R_0}{r r_c} Q(t) = \frac{1}{n} \ln \frac{R_0}{n r_c} g(t) \quad (4)$$

где $Q(t)$ — объемный дебит газа в атмосферных условиях.

Обоснование метода фильтрационных сопротивлений можно найти, например, в работе [3,4]. Формулу (4) можно переписать в безразмерном виде

$$p_1^{o2} - p_c^{o2} = \rho_3 g^o \quad (5)$$

Здесь g^o , p^o , ρ_3 — безразмерные дебит, давление и фильтрационное сопротивление

$$g^o = \frac{g}{p_c^{o2}} = \left(r \frac{\partial p^o}{\partial r} \right)_{R_0}, \quad p^o = p / p_c^o, \quad \rho_3 = \frac{1}{n} \ln \frac{R_0}{n r_c}$$

Умножая обе части уравнения (2) на r и интегрируя от R_0 до R , с учетом правила дифференцирования определенного интеграла по параметру, получим интегральное соотношение

$$\frac{d}{dt} \int_{R_0}^R p r dr = - \frac{k}{m \mu} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=R_0} + \frac{k}{m \mu} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=R} + p_k R \frac{dR}{dt} - p_1 R_0 \frac{dR_0}{dt} \quad (6)$$

Так как R и R_0 постоянные величины, а $\partial p / \partial r = 0$ при $r = R$ в силу второй формулы (1), то в правой части уравнения (6) только первый член нетождественно равен нулю, тогда

$$\frac{d}{dt} \int_{R_0}^R p r dr = - a^2 \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=R_0} = - a^2 \frac{g^o}{2} p_0^2 \quad (a^2 = \frac{k}{m \mu}) \quad (7)$$

Совместное решение (4) и (7) дает зависимость p_k^o и p_1^o от времени. Сначала из (3) после дифференцирования найдем выражение для g^o

$$g^o = \frac{1 - R_0 / R}{R_0 / R - 1 - \ln R_0 / R} (p_k^{o2} - p_1^{o2}) = \frac{p_k^{o2} - p_1^{o2}}{\rho_1 (R_0 / R)} \quad (8)$$

Здесь ρ_1 — внешнее фильтрационное сопротивление. Приближенно можно считать, что

$$\int_{R_0}^{\bar{r}} p r dr = \frac{1}{2} p_k (R^2 - R_0^2)$$

тогда

$$\frac{d p_k}{dt} = - a^2 p_0^2 \frac{1}{(R^2 - R_0^2)} \frac{p_k^{o2} - p_c^{o2}}{\rho_1 + \rho_3} \quad (9)$$

или введя безразмерное время τ и безразмерный радиус батареи скважин R_0^*

$$\frac{d p_k^o}{d \tau} = \frac{p_k^{o2} - p_c^{o2}}{(1 - R_0^{*2})(\rho_1 + \rho_3)} \quad \left(\tau = \frac{a^2 p_0 t}{R^2}, \quad R_0^* = \frac{R_0}{R} \right)$$

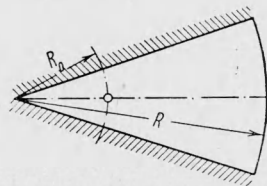
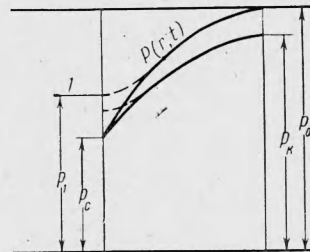
После интегрирования получим

$$\frac{p_k - p_c}{p_k + p_c} = \frac{p_0 - p_c}{p_0 + p_c} e^{-\alpha \tau}, \quad \alpha = \frac{2 p_c^o}{(1 - R_0^{*2})(\rho_1 + \rho_3)}$$

По найденным значениям p_k^o можно определить g^o , а затем и p_1^o в зависимости от времени.

На фиг. 2 приведена кривая по результатам расчетов для одного конкретного случая (кривая 1)

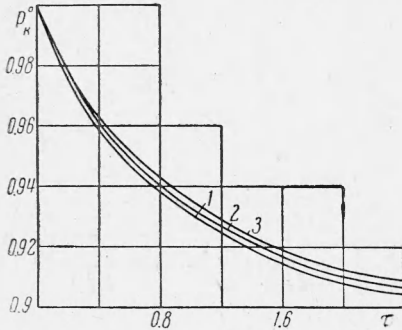
$$\rho_3 = 1.103, \quad R_0^* = 0.3, \quad \rho_1 = 1.720, \quad n = 8, \quad p_c^o = 0.9$$



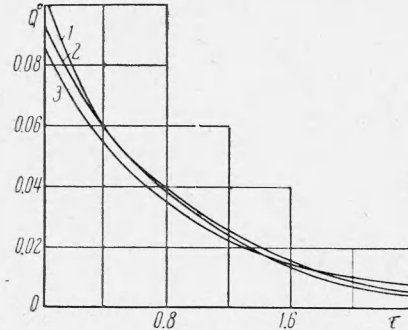
Фиг. 1

На фигуре показано изменение $p_k^\circ(\tau)$, полученного по методу последовательной смены стационарных состояний (кривая 3) работы [4]. Сравнение результатов показывает, что метод последовательной смены стационарных состояний дает завышенное фильтрационное сопротивление.

Для более точного определения можно пласт разбить на две области. Первая область ($R_0 \leq r \leq R_1$) — это область, где имеет место резкое изменение давления вокруг скважин; во второй области ($R_1 \leq r \leq R$) имеет место умеренное изменение



Фиг. 2



Фиг. 3

давления. Так как в непосредственной близости к скважинам давление p^2 имеет логарифмическую особенность, то в первой зоне задача решается с достаточной точностью методом последовательной смены стационарных состояний. В периферийной части пласта метод интегральных соотношений дает хороший результат, и то обстоятельство, что в данной области давление медленно меняется, позволяет сделать некоторые существенные упрощения при применении этого метода.

Вопрос заключается в подходящем выборе значения R_1 . Если брать R_1 большим, погрешность за счет предположения о квазистационарном состоянии увеличивается, если брать малым, то течение газа во внешней зоне станет нерадиальным и метод интегральных соотношений станет менее точным. Обычно за R_1 берут $R_0 + \sigma$, где σ — половина расстояния между соседними скважинами.

Такой подход соответствует разделению ρ_1 в (8) на две части: ρ_1 и ρ_2 . Будем называть ρ_1 внешним фильтрационным сопротивлением первой области, рассчитанным по стационарному режиму, а ρ_2 — внешним фильтрационным сопротивлением второй части пласта, рассчитанным по методу интегральных соотношений. Поэтому

$$\rho_1 = \ln \frac{R_1}{R_0}, \quad \rho_2 = \frac{1 - R_1/R}{R_1/R - 1 - \ln R_1/R}$$

Для рассматриваемого примера

$$\rho_1 = 0.5108, \quad \rho_2 = 0.3862$$

Поэтому суммарное внешнее фильтрационное сопротивление по двухзонному методу равно 0.8970, по методу интегральных соотношений 0.720, а по стационарному режиму оно равно 1.1040.

На фиг. 3 показаны кривые изменения безразмерного дебита, полученного по трем методам. Кривые показывают, что метод последовательной смены стационарных состояний дает дебит (кривая 3) ниже на 8—10%, чем двухзонный метод (кривая 2).

Поступила: 1 III 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Лан Чжан-синь. Метод расчета притока газа к батарее скважин. Изв. вузов, Нефть и газ, 1962, № 2.
2. Баренблатт Г. И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации при упругом режиме. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, № 3.
3. Борисов Ю. П. Определение дебита скважин при совместной работе нескольких рядов скважин. Тр. Московск. нефт. ин-та им. Губкина, Гостоптехиздат, 1951, вып. 11.
4. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, 1956.