УДК 532.529.51.6

О ДИНАМИКЕ ПАРОГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА, ОБРАЗУЮЩЕГОСЯ ПРИ ЛАЗЕРНОМ ПРОБОЕ В ЖИДКОСТИ

Ю. И. Лысиков

(*Ворошиловград*)

1. При лазерном пробое в жидкости в области пробоя образуется пульсирующая парогазовая каверна. Поведение ее пульсаций достаточно подробно изучалось экспериментально. В работе [1] приведены результаты скоростной киносъемки парогазовой каверны в области фокуса от момента образования до момента, соответствующего окончанию второй пульсации. Приведенный экспериментальный материал свидетельствует о достаточной сложности общего поведения каверны.

В то же время от условий, имеющих место при схлопывании, очень существенно зависят некоторые физические явления, сопутствующие схлопыванию. Речь идет прежде всего о лазерной сонолюминесценции [2], возникающей на заключительной стадии сжатия пузырька в области пробоя, а также об ударных волнах, распространяющихся в жидкости от фокальной зоны. Теоретические оценки периода пульсаций и значений различных параметров парогазовой каверны (давления, температуры при схлопывании) строятся в большинстве случаев на основе рассмотрения сферически-симметричной задачи. Такой подход вполне себя оправдывает при расчетах мощных взрывных процессов в жидкости, когда источник имеет точечные размеры по сравнению с размерами зоны разлетающегося вещества. В случае лазерного пробоя возникающая парогазовая каверна имеет в начальный момент времени заметно вытянутую форму, что существенно сказывается на дальнейшем ее росте и пульсациях. О сферической симметрии говорить уже нельзя, поскольку каверна имеет форму эллипсоида вращения с различным соотношением большой и малой осей в различные моменты времени. При теоретических расчетах нужно привлечь методы, учитывающие отсутствие сферической симметрии задачи.

Представляется возможным в данных условиях для расчета динамики парогазовой каверны в первые моменты времени, соответствующие первой пульсации, использовать подход, развитый в работах [3—5] для описания разлета газового облака несферической формы. Основное предположение названного подхода состоит в том, что движение газа можно описать соотношением $x_i = \sum\limits_{k=1}^{3} F_{ik}(t)\, a_k (i, k = 1, 2, 3)$, где x_i—координаты газовой частицы; a_k — ее лагранжевы координаты. Из уравнений гидродинамики для величин $F_{ik}(t)$ получается при этом девять обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Однако в достаточно простом случае радиального разлета газового сфероида, имеющего форму эллипсоида вращения, используя предположения об адиабатичности процесса разлета, можно получить два уравнения для двух величин (F_1 и F_3), соответствующих значениям малой и большой осей сфероида в различные моменты времени. Решение уравнений для соответствующего случая при разлете газового облака в вакуум получено в [5]. При расчете пульсаций парогазовой каверны в жидкости очень существенно наличие противодавления жидкости, которое и приводит к пульсациям и сжатию, а не к бесконечному разлету. Поэтому для применения уравнений названных работ к рассматриваемому случаю необходимо дополнить эти уравнения учетом противодавления среды.

2. Для получения расчетных соотношений воспользуемся уравнениями гидродинамики

$$d\rho/dt = \partial\rho/\partial t + \mathbf{v}\partial\rho/\partial\mathbf{x} = -\rho\partial\mathbf{v}/\partial\mathbf{x}, \tag{2.1}$$
$$d\mathbf{v}/dt = \partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\partial/\partial\mathbf{x})\mathbf{v} = -(1/\rho)\partial p/\partial\mathbf{x}$$

и первым началом термодинамики для газовой среды, расширяющейся адиабатически

$$dU = (p/\rho^2)d\rho, \ p = (2/i)\rho U, \tag{2.2}$$

где U — внутренняя энергия газа на единицу массы; ρ — плотность газа; i — число степеней свободы молекул; p — давление. При относительной разреженности газа плотность и давление внутри объема слабо зависят от координаты, поэтому соответствующими зависимостями можно пренебречь. Вводя преобразование

$$x=F_1a_1, \ y=F_2a_2, \ z=F_3a_3 \quad (F_1=F_2), \tag{2.3}$$

аналогично [4] получаем из (2.1), (2.2)

$$\rho = \frac{\rho_0}{\varphi}, \quad U = \frac{U_0}{\varphi^{2/i}}, \quad \varphi = F_1^2F_3. \tag{2.4}$$

Переход к новым координатам во втором уравнении (2.1) более сложен, чем в рассмотренных в [4, 5] случаях. На границе сфероида производная от давления по координате является менее тривиальной, чем в основной массе газа, функцией координаты, направленной по нормали к поверхности сфероида. При переходе от газовой среды к жидкости плотность и давление меняются скачком (со скоростью этого не происходит), поэтому производная от давления по нормали к поверхности ведет себя подобно δ-функции. Учитывая это, выделим граничное значение производной от давления

$$dv_i/dt = -(1/\rho)\partial p/\partial x_i - (1/\rho)(\partial p/\partial x_i)_0. \tag{2.5}$$

Наличие границы должно существенно сказываться на поведении функций F_i, поскольку они определяют скорость и протяженность разлета газа, и вполне очевидно, что введение границы с жидкостью должно приводить к замене бесконечного разлета конечным пульсирующим движением. Для получения уравнений для F_i запишем (2.5) в форме

$$\ddot{F}_ia_i = -n_i(\partial p/\partial\mathbf{n})_0, \tag{2.6}$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности сфероида. Геометрия рассматриваемой парогазовой каверны такова, что поверхности уровня даются соотношением

$$\frac{x^2+y^2}{F_1^2a^2} + \frac{z^2}{F_3^2a^2} = 1.$$

При преобразовании (2.3) сфероид превращается в сферу, для которой удобно ввести полярные координаты

$$a_1=a\sin\vartheta\cdot\cos\varphi, \ a_2=a\sin\vartheta\cdot\sin\varphi, \ a_3=a\cos\vartheta.$$

Учитывая, что все величины зависят только от радиальной координаты a, и используя определение нормали к поверхности и производной по-нормали из (2.6), получим

$$\ddot F_1 a \sin\vartheta\cdot\cos\varphi = -\frac{\sin\vartheta\cdot\cos\varphi}{\rho F_1}\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_0,$$

$$\ddot F_2 a \sin\vartheta\cdot\sin\varphi = -\frac{\sin\vartheta\cdot\sin\varphi}{\rho F_2}\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_\theta,$$

$$\ddot F_3 a \cos\vartheta = -\frac{\cos\vartheta}{\rho F_3}\left(\frac{\partial p}{\partial a}\right)_0.$$

В этих уравнениях угловая зависимость полностью отделяется, а по радиальной координате можно проинтегрировать от 0 до граничного значения a_0. Поскольку $F_1 = F_2$, остается только два уравнения

$$\ddot F_1 \frac{a_0^2}{2} = -\frac{1}{F_1}\int\limits_{p(a_0-0)}^{p(a_0)}\frac{dp}{\rho}, \quad \ddot F_3 \frac{a_0^2}{2} = -\frac{1}{F_3}\int\limits_{p(a_0-0)}^{p(a_0)}\frac{dp}{\rho}.$$

Интегралы I в правых частях уравнений без знания детального поведения давления и плотности в пограничном слое вычислить невозможно. Однако поскольку при $a_0 - 0$ (газовая граница слоя) ρ на зависит от a и $I = p/\rho$, а при a_0 (жидкая граница слоя)

$$p = A/\rho_1^n - B, \qquad n\sim 7, \qquad I - \frac{n}{n+1}\frac{p}{\rho_1}\approx\frac{p}{\rho_1},$$

с хорошей точностью можно принять

$$I - -\frac{p'}{\rho_1} + \frac{p(a_0-0)}{\rho},$$

где ρ_1 — плотность в жидкости на границе с газовой средой; p' — давление, которое должно учитывать добавку от сил поверхностного натяжения. Используя (2.2), (2.4), приходим к системе уравнений

$$\ddot F_1 = \frac{4U_0}{ia_0^2F_1\varphi^{2/i}} - \frac{2}{a_0^2F_1}\frac{p'}{\rho_1}, \quad \ddot F_3 = \frac{4U_0}{ia_0^2F_3\varphi^{2/i}} - \frac{2}{a_0^2F_3}\frac{p'}{\rho_1}.$$

Точный учет сил поверхностного натяжения в выражении для давления приводил бы к неотделяющейся зависимости от углов. Поскольку рассматриваются пульсации каверны достаточно большого радиуса, для которой поверхностное натяжение вносит небольшую поправку, учтем последнее приближенно, полагая $p' = p_1 + (\sigma/a_0)(1/F_1 + 1/F_3)$, где p_1 — давление в жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Нахождение p_1 из уравнений гидродинамики для жидкости приводит к значительным вычислительным трудностям. Результат качественно не изменится, если величину p_1 примем равной средней за период пульсаций величине давления в жидкости. Таким образом, окончательно получаем

$$\ddot F_1 = \frac{4U_0}{ia_0^2F_1\left(F_1^2F_3\right)^{2/i}} - \frac{2}{a_0^2F_1}\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{2\sigma}{a_0^3F_1\rho_1}\left(\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_3}\right), \tag{2.7}$$

$$\ddot F_3 = \frac{4U_0}{ia_0^2F_3\left(F_1^2F_3\right)^{2/i}} - \frac{2}{a_0^2F_3}\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{2\sigma}{a_0^3F_3\rho_1}\left(\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_3}\right).$$

Решение этих уравнений аналитически, по-видимому, невозможно и в данной работе проведено численно.

3. Решение (2.7) проводилось численно по методу Рунге — Кутта на БЭСМ-4. Параметры выбирались из соображений соответствия экспериментальным условиям [1]. При этом имеются определенные трудности в выборе, поскольку экспериментальный материал не позволяет сделать со-

ответствующий выбор вполне однозначно и, кроме того, по-видимому, система (2.7) становится применимой к описанию процесса не сразу после пробоя, а по истечении некоторого релаксационного времени порядка нескольких микросекунд. В момент пробоя образовавшаяся каверна быстро вырастает вдоль луча до значительных размеров, поскольку жидкость в этом направлении сильно нагрета и идет бурный процесс испарения в образующуюся полость. Неясно, можно ли говорить в первоначальный момент о формировании каверны из большого количества мельчайших пузырьков, возникающих на оси луча, или о разлете вдоль оси газа из фокальной зоны, однако очевидно, что этот процесс идет крайне неадиабатически, с интенсивным испарением жидкости со стенок в полость.

Поэтому наша модель становится применимой к описанию процесса только после того, когда полость достигает заметных размеров в направлении оси. На основании этого из анализа кинограммы и данных по размерам области фокуса [1] для F_i можно принять следующие начальные значения:

$$F_1(0) = 1{,}25,\ F_3(0) = 50,\ \dot F_1(0) = 0,\ \dot F_3(0) = 1{,}5\cdot 10^5\ \text{с}^{-1},\ a_0 = 0{,}5\cdot 10^{-4}\ \text{м}. \quad (3.1)$$

Здесь учтено, что диаметр полости дается удвоенным значением F_ia_0 Для величины p_1 можно принять значение среднего за период пульсации давления, которое будет равно давлению на бесконечности, т. е. в рассматриваемом случае атмосферному. Плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см^3, σ — ее коэффициент поверхностного натяжения, равный 74 дин/см. Для оценки U_0 отметим, что если бы газ расширялся в начальный момент из фокальной области размера $\sim \frac{4\pi}{3} a_0^3$ до размеров (3.1) адиабатически, то его давление при этом с учетом оценки начального давления в [1] было бы порядка нескольких атмосфер. Учитывая этот факт и то обстоятельство, что плотность газа за счет интенсивного испарения в начальный момент близка к плотности жидкости, из формулы для давления получим $v_0 \sim 10^4$ м^2/с^2. Кроме того, введем безразмерное время $t' = t/\tau$, где $\tau = ka_0/c$ ($c = 1{,}5\cdot 10^3$ м/с — скорость звука в жидкости, средний характерный размер полости ka_0 примем равным $\sim 15a_0$).

Уравнения (2.7) с начальными условиями (3.1) в безразмерной форме примут вид

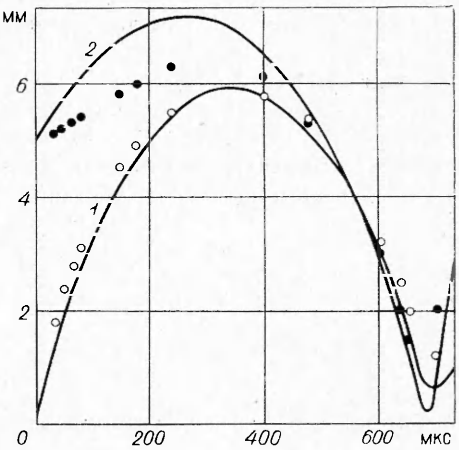
$$\ddot F_1 = \frac{1}{F_1\left(F_1^2F_3\right)^{0,67}} - \frac{0{,}01}{F_1} - \frac{0{,}001}{F_1}\left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_3}\right),$$

$$\ddot F_3 = \frac{1}{F_3\left(F_1^2F_3\right)^{0,67}} - \frac{0{,}01}{F_3} - \frac{0{,}001}{F_3}\left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_3}\right).$$

$$F_1(0) = 1{,}25,\ F_3(0) = 50,\ \dot F_1(0) = 0,\ \dot F_3(0) = 0{,}07.$$

Решение этой системы и экспериментальные данные для размеров полости, которые можно получить па основе кинограммы работы [1], приведены на фигуре. Кривой *1* соответствует удвоенный размер F_1a_0, *2* — $2F_3a_0$, зачерненные и светлые кружки — экспериментальные значения соответствующих размеров.

Расчет обнаруживает интересное свойство полости, которое можно заметить и на приведенных в [1] фотографиях. Начав движение из сильно вытянутой вдоль оси луча формы и пройдя в средней части пульсации сферическую, сжимаясь, полость приобретает форму сплюснутого сфероида. Как отмечалось во введении, заключительная фаза сжатия имеет большое значение для объяснения интенсивности возникающей при этом лазерной сонолюминесценции. Таким образом, заключительная фаза сжатия характеризуется дискообразной формой каверны. Интересно отметить, что последующий процесс расширения в эксперименте и в расчетах происходит таким образом, что большая и малая оси эллипсоида снова меняются местами. Сфероид вытягивается вдоль луча, а рост поперечных размеров отстает от роста продольных. По-видимому, в момент сжатия в экспериментальных условиях процесс снова становится сильно неадиабатическим с конденсацией (либо испарением) газа на стенках, и применение проведенного расчета к последующим стадиям движения становится проблематичным. Однако за период первой пульсации соответствие эксперимента и расчетной кривой достаточно хорошее, а обнаруживаемый расчетом факт преобразования большой и малой осей сфероида друг в друга в процессе сжатия весьма интересен с точки зрения возможностей объяснения интенсивности возникающего при этом свечения.



Автор выражает благодарность И. П. Голубничему за полезные обсуждения.

Поступила 27 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бузуков А. А., Попов Ю. А., Тесленко В. С.** Экспериментальное исследование взрывного процесса, вызванного фокусировкой моноимпульсного излучения лазера в воде.— ПМТФ, 1969, № 5.
2. **Бузуков А. А., Тесленко В. С.** Сонолюминесценция при фокусировке лазерного луча в жидкости.— «Письма в ЖЭТФ», 1971, № 5; **Акманов А. Г., Беньковский В. Г., Голубничий П. И., Масленников С. И., Шеманин В. Г.** Исследование лазерной сонолюминесценции в жидкости.— «Акуст. журн.», 1973, № 5.
3. **Овсянников Л. В.** Новое решение уравнений гидродинамики.— «Докл. АН СССР», 1965, т. 111, № 1.
4. **Dyson F.** Dynamics of a spinning gas cloud.— «J. Math. Mech.», 1968, vol. 18, N 1.
5. **Анисимов С. И., Лысиков Ю. И.** О расширении газового облака в вакуум.—ПММ, 1970, № 5.

УДК 622.215.5

АСИМПТОТИКА РАЗЛЕТА ПРОДУКТОВ СТАЦИОНАРНОЙ ДЕТОНАЦИИ

Л. А. Мержиевский, В. А. Филимонов

(*Новосибирск*)

Рассмотрим стационарную задачу об истечении продуктов детонации с торца плоского или цилиндрического заряда взрывчатого вещества (ВВ) в вакуум. Пренебрежем искривлением звуковой поверхности (по-