

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ В ВОЗДУХЕ  
ИМПУЛЬСОМ ГАММА-КВАНТОВ

Ю. А. Медведев, Б. М. Степанов, Г. В. Федорович

(Москва)

Рассмотрены характеристики электрического поля, обусловленного поляризацией воздуха при протекании нестационарных комптоновских токов, возбуждаемых импульсом  $\gamma$ -квантов в воздухе малой плотности. Учтено влияние поля на движение комптоновских электронов. Оценены амплитуда и время релаксации поля.

Под действием направленного тока  $\gamma$ -квантов в воздухе вследствие смещения комптоновских электронов возникает поляризационное электрическое поле. В данной статье рассматриваются основные характеристики возникающего поля в воздухе малой плотности. Аналогичная задача ставилась в [1], где рассмотрено электромагнитное поле, возбуждаемое нестационарным источником  $\gamma$ -излучения в верхней атмосфере. При этом токи комптоновских электронов предполагались заданными и величина их принималась пропорциональной отношению газокинетических пробегов комптоновского электрона и  $\gamma$ -кванта (это отношение порядка 0,01 и не зависит от высоты). Однако с увеличением пробега электрона становится существенным тормозящее действие возникающего электрического поля на движение комптоновского электрона ( $eEl / \epsilon$  — критерий влияния,  $E$  — величина поля,  $l$  и  $\epsilon$  — пробег и энергия комптоновского электрона).

1. Рассматривается задача о поляризационном поле, возникающем в воздухе малой плотности, находящемся в интенсивном потоке  $\gamma$ -излучения. Поток квантов предполагается моноэнергетическим с энергией порядка единиц мегаэлектронвольт. Ниже проанализированы два случая: в одном из которых временная зависимость интенсивности потока выбрана в виде импульсной функции, в другом — единичной функции включения. Хотя в отдельности каждый из соответствующих результатов не характеризует полностью рассматриваемую нелинейную систему, совокупность их, как правило, оказывается достаточной для оценок в большинстве практически интересных случаев. Как и в [2,3], предполагается, что комптоновские электроны двигаются в среднем вдоль направления распространения квантов. Относительно возникающего поля предполагается, что оно слабо меняется в пространстве на длине пробега комптоновского электрона. На величину и временной режим и изменения поля влияет развивающаяся проводимость воздуха, в свою очередь зависящая от величины поля. Будем считать, что проводимость воздуха  $\sigma$  обязана вторичным электронам, рождаемым комптоновскими и исчезающими в результате электронной рекомбинации со скоростью  $\alpha$ .

Обозначая эффективную подвижность вторичных электронов через  $k$ , а их плотность — через  $n$ , можем записать

$$\sigma = ekn$$

Рассмотрим влияние электрического поля  $E$  на процесс торможения комптоновского электрона. Если начальная энергия равна  $\epsilon_0$ , то потери энергии при движении электрона описываются выражением

$$-\alpha\epsilon / dr = f(\epsilon) + eE \quad (1.1)$$

где  $f(\alpha)$  — потери энергии электрона на ионизацию.

Из (1.1) получаем эффективный пробег электрона с учетом ионизационных потерь в тормозящем поле

$$l^* = \int_0^{\varepsilon_0} \frac{d\varepsilon}{f(\varepsilon) + eE}$$

В первом приближении можно положить  $f(\varepsilon) = \text{const}$  (более аккуратное рассмотрение дает весьма близкий результат).

Тогда

$$l^* = \frac{l}{1 + eEl/\varepsilon_0} \quad (1.2)$$

Энергия, затраченная на ионизацию воздуха, равна

$$\Delta\varepsilon = \int_0^{l^*} f[\varepsilon(r)] dr = \frac{\varepsilon_0}{1 + eEl/\varepsilon_0}$$

т. е. влияние поля приводит к уменьшению затраченной на ионизацию энергии в  $(1 + eEl/\varepsilon_0)$  раз. В таком же отношении, очевидно, уменьшается и число создаваемых вторичных электронов

$$v^* = \frac{v}{1 + eEl/\varepsilon_0} \quad (1.3)$$

где  $v \approx 3 \cdot 10^4$  — число электрон-ионных пар, образуемых при поглощении энергии  $1 \text{ Мэв}$ . Используя выражения для комптоновского тока, аналогичные приведенным в [2,3] (в данном случае вместо  $l$  и  $v$  следует использовать  $l^*$  и  $v^*$ )

$$j_k = e \frac{l^*}{l_\gamma} j_\gamma$$

и для плотности источников вторичных электронов

$$q = \frac{v^*}{l_\gamma} j_\gamma$$

( $l_\gamma$  — пробег  $\gamma$ -кванта,  $j_\gamma$  — поток  $\gamma$ -квантов в рассматриваемой точке) получим замкнутую систему уравнений, описывающих изменение поля и проводимости со временем

$$\partial E / \partial t = 4\pi \{j_k - \sigma E\}, \quad \partial n / \partial t = q - \alpha n^2 \quad (1.4)$$

Если ввести безразмерные переменные

$$x = \frac{e l E}{\varepsilon}, \quad y = \frac{\alpha l e^2}{v k \varepsilon} n, \quad \zeta = \frac{4\pi v k^2 \varepsilon}{\alpha l^2} t$$

то система (1.4) принимает вид

$$\frac{dx}{d\zeta} = \frac{i(\zeta)}{1+x} - xy, \quad \frac{dy}{d\zeta} = \lambda \left\{ \frac{i(\zeta)}{1+x} - y^2 \right\} \quad (1.5)$$

$$\lambda \equiv \frac{\alpha}{4\pi e k}, \quad i \equiv \frac{\alpha}{v l_\gamma} j_\gamma \left( \frac{e l^2}{k \varepsilon} \right)^2$$

Начальные условия для  $x$  и  $y$  нулевые

2. Рассмотрим изменение величин  $x$  и  $y$  в случае импульсного источника, т. е. при

$$i(\zeta) = i_0 \delta(\zeta)$$

Величины  $x$  и  $y$  при  $\zeta \rightarrow +0$  обозначим через  $x_0$  и  $y_0$  соответственно. Для определения величины  $x_0$  умножим первое уравнение системы (1.5) на  $(1+x)$  и проинтегрируем по  $\zeta$  от  $\zeta = -0$  до  $\zeta = \zeta_1$ . При этом получим

$$\int_0^{\zeta_1} (1+x) \frac{dx}{d\zeta} d\zeta = x(\zeta_1) + \frac{x^2(\zeta_1)}{2} = i_0 - \int_0^{\zeta_1} xy(1+x) d\zeta$$

При  $\zeta_1 \rightarrow +0$  второй член в правой части стремится к нулю, поэтому

$$x_0 + 1/2 x_0^2 = i_0, \quad \text{или} \quad x_0 = \sqrt{2i_0 + 1} - 1$$

При определении величины  $y_0$  заметим, что во втором уравнении (1.5), так же как и в первом, второй член в правой части несуществен в момент действия источника, следовательно, в этот момент изменение величин  $x, y$  описывается системой

$$\frac{dx}{d\zeta} = \frac{i(\zeta)}{1+x}, \quad \frac{dy}{d\zeta} = \lambda \frac{i(\zeta)}{1+x}$$

Деля одно уравнение на другое и интегрируя, получаем

$$y(\zeta) = \lambda x(\zeta)$$

Переходя к пределу  $\zeta \rightarrow +0$ , имеем

$$y_0 = \lambda x_0$$

При  $\zeta > 0$  из второго уравнения (1.5) получаем (величина  $y_0$  в данном случае играет роль начального условия)

$$y(\zeta) = y_0 [1 + \lambda y_0 \zeta]^{-1}$$

после чего из первого уравнения (1.5) следует:

$$x(\zeta) = x_0 [1 + \lambda y_0 \zeta]^{-1/\lambda}$$

3. Рассмотрим изменение величин  $x, y$  в случае  $\eta$ -источника, т. е. при

$$i(\zeta) = \begin{cases} 0 & (\zeta < 0) \\ i_1 & (\zeta > 0) \end{cases}$$

Уравнения (1.5) в случае  $\eta$ -источника не решаются аналитически. Поэтому целесообразно провести качественное исследование поведения решений. Рассмотрим «фазовую траекторию» системы на плоскости  $xy$ . Уравнение для нее получается при делении первого уравнения системы (1.5) на второе

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\lambda} \frac{i_1 - xy(1+x)}{i_1 - y^2(1+x)} \quad (3.1)$$

При  $i_1 \gg i$  на большем участке фазовой траектории  $x \gg 1$  и уравнение (3.1) можно упростить

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\lambda} \frac{i_1 - x^2 y}{i_1 - xy^2} \quad (3.2)$$

При малых  $y$  выполняются условия  $x^2 y \ll i_1$ ,  $xy^2 \ll i_1$  и из (3.2) получаем  $x \approx y / \lambda$ . Так как реально  $\lambda \ll 1$ , то  $x \gg y$ . С ростом  $\xi$  увеличивается  $x$  и в числителе выражения (3.2) оба слагаемых сравниваются.

При этом, однако, в знаменателе по-прежнему второй член значительно меньше первого. Поэтому на некотором участке фазовой траектории можно уравнение (3.2) заменить более простым

$$\partial x / \partial y = (i_1 - x^2 y) / \lambda i_1 \quad (3.3)$$

Подстановка  $x = i_1 \lambda z_y' / yz$  приводит уравнение (3.3) к виду

$$yz_{yy}'' - z_y' - y^2 z / i_1 \lambda^2 = 0$$

Общее решение последнего уравнения есть

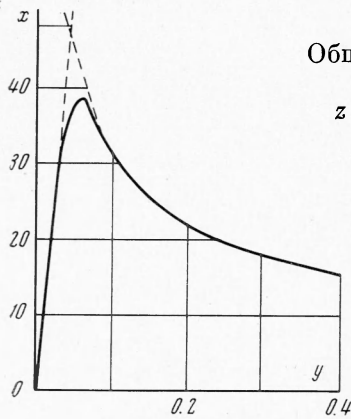
$$z = y [C_1 I_{2/3}(\xi) + C_2 I_{-2/3}(\xi)] \quad \left( \xi = \frac{2}{3} \frac{y^{3/2}}{\lambda i_1^{1/2}} \right)$$

где  $I_p$  — функция Бесселя чисто мнимого аргумента порядка  $p$ . Следовательно

$$x = \left( \frac{i_1}{y} \right)^{1/2} \frac{C_2 I_{1/3}(\xi) + C_1 I_{-1/3}(\xi)}{C_1 I_{2/3}(\xi) + C_2 I_{-2/3}(\xi)}$$

Так как  $x \rightarrow C_1 / C_2$  при  $y \rightarrow 0$ , то для выполнения нулевых начальных условий нужно положить  $C_1 = 0$ . Окончательно, имеем

$$x = \left( \frac{i_1}{y} \right)^{1/2} \frac{I_{1/3}(\xi)}{I_{2/3}(\xi)} \quad (3.4)$$



Фиг. 1

Зависимость  $x(y)$ , даваемая формулой (3.4), приведена на фиг. 1 ( $\lambda = 10^{-3}$ ,  $i_1 = 10^2$ ). Непосредственный расчет показывает, что пренебрежение членом  $xy^2$  в знаменателе выражения (3.2) оправдано вплоть до  $y \sim 1$ , когда аргумент функции Бесселя значительно больше единицы и для  $x$  можно использовать асимптотическое выражение  $x \approx (i_1 / y)^{1/2}$ . Нетрудно видеть, что асимптотический режим изменения  $x(y)$  соответствует «квазистационарному» приближению, получающемуся если положить равной нулю производную от  $x$  в выражении (3.3). Поэтому фазовую траекторию системы, описываемую уравнением (3.2), можно аппроксимировать отрезками линий

$$x = \begin{cases} y / \lambda & \text{при } 0 < y^3 / \lambda^2 < i_1 \\ (i_1 / y)^{1/2} & \text{при } i_1 < y^3 / \lambda^2 < i_1 / \lambda^2 \end{cases}$$

Эта аппроксимирующая линия изображена на фиг. 1 пунктиром.

Анализ уравнений при  $i_1 \ll 1$  показывает, что и в этом случае возможна аналогичная аппроксимация фазовой траектории. Поэтому при анализе поведения решений системы (1.5) можно принять, что фазовая траектория имеет вид, изображенный на фиг. 2 (линия  $oab$ ). На этой фигуре прямые 1 и 2 описываются уравнениями

$$x = y / \lambda, \quad y = x$$

соответственно, а линия 3 — уравнением

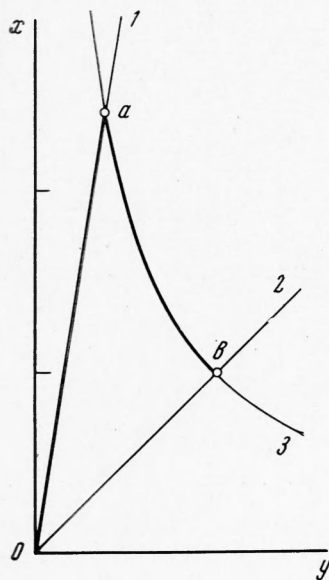
$$y = i_1 / x (1 + x)$$

Точки  $a$  и  $b$  имеют координаты, определяемые из уравнений

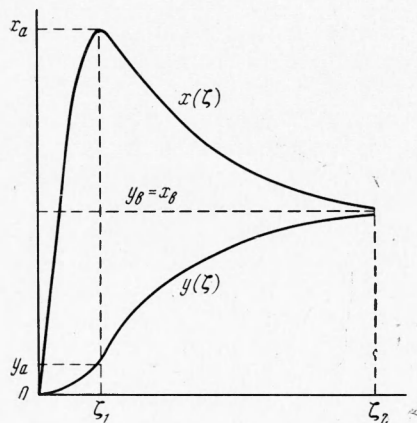
$$x_a^2 (1 + x_a) = i_1 / \lambda, \quad y_a = \lambda x_a; \quad x_b^2 (1 + x_b) = i_1, \quad y_b = x_b$$

Точка  $b$  является стационарной точкой системы (1.5)

Примерный вид зависимостей  $x = x(\zeta)$ ,  $y = y(\zeta)$ , полученных на основе проведенного выше качественного анализа системы (3.1), изображен на фиг. 3.



Фиг. 2



Фиг. 3

Оценим характерные времена (безразмерные)  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ . Из первого уравнения (1.5) непосредственно следует:

$$\zeta = \int_0^x \frac{(1+x) dx}{i_1 - x(1+x)y}$$

При  $\zeta < \zeta_1$  можно положить  $y = \lambda x$ , кроме того, при  $i \gg i$  на большем участке промежутка интегрирования  $x \gg i$ , поэтому

$$\zeta \approx \int_0^x \frac{x dx}{i_1 - \lambda x^3}$$

Производя замену переменной в интеграле  $x = (i_1 / \lambda)^{1/3} u$ , получаем

$$\zeta \approx \frac{1}{\lambda^{2/3} i_1^{1/3}} \int_0^u \frac{u du}{1 - u^3}$$

Отсюда непосредственно следует

$$\zeta_1 \sim (\lambda^2 i_1)^{-1/3}$$

Аналогично из второго уравнения (1.5) получаем

$$\zeta = \frac{1}{\lambda} \int_0^y \frac{(1+x) dy}{i_1 - (1+x)y^2}$$

При  $\zeta_1 < \zeta < \zeta_2$  значительной части промежутка интегрирования соответствует участок  $ab$  (фиг. 2) фазовой траектории.

