

УДК 539.4

## РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТРУБОПРОВОДА ИЗ ПОЛИМЕРНОЙ ПЛЕНКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

Ю. А. Куликов, Ю. В. Лоскутов, М. А. Максимов\*, Ю. К. Зданович\*\*

Марийский государственный технический университет, 424024 Йошкар-Ола

\* Научно-исследовательский институт специального машиностроения при Московском государственном техническом университете им. Н. Э. Баумана, 107005 Москва

\*\* Конструкторское бюро "Салют" Государственного космического научно-производственного центра им. М. В. Хруничева, 121087 Москва

Представлены результаты расчетно-экспериментального исследования гидроупругого процесса в образце полиимидного трубопровода, заполненного жидкостью. Задача о распространении малых возмущений в жидкости рассматривается в акустическом приближении на основе волновых уравнений. Для интегрирования уравнений используются метод характеристик и двухслойная разностная схема. Упругая задача решается методом конечных элементов и разностным  $\beta$ -методом Ньюмарка. Напряженно-деформированное состояние трубопровода определяется суперпозицией быстрых стержневых и медленных оболочечных форм движения. Получено удовлетворительное соответствие расчетных и опытных данных.

**Введение.** Интенсивное регулирование гидравлических потоков, характерное для конструкций современной техники, как правило, сопровождается развитием волновых гидродинамических процессов. Волновые процессы существенно влияют на поведение конструкций из полимерных материалов. Полимеры более податливы (деформативны) по сравнению с металлами. В результате значительно уменьшается скорость распространения возмущений в жидкости, в частности, в трубах из полиимидной пленки — более чем в 3 раза [1, 2]. Даже в сравнительно коротких трубах из такого материала при достаточно продолжительном времени возмущения развиваются волновые процессы, которые необходимо учитывать при оценке прочности конструкций.

Целью работы является экспериментальное исследование гидроупругого процесса в образце полиимидного трубопровода, заполненного жидкостью, под действием удара и разработка метода расчета параметров этого процесса.

**Расчетная динамическая модель.** При построении динамической модели гидравлическая и механическая системы рассматриваются отдельно. Жидкость считается однородной, вязкой и слабосжимаемой, возмущения — малыми. Задача о распространении малых возмущений в жидкости решается в акустическом приближении в рамках одномерной модели с использованием волновых уравнений

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_{\text{ж}} c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_{\text{ж}}^{-1} \frac{\partial p}{\partial x} = -2Qv \quad (1)$$

с начальными условиями  $p(x, 0) = 0$ ,  $v(x, 0) = 0$ . Здесь  $p(x, t)$ ,  $v(x, t)$  — возмущения давления и скорости;  $x$  — дуговая координата вдоль осевой линии;  $t$  — время;  $c_0 = \sqrt{K_{\text{ж}} \{ \rho_{\text{ж}} [1 + 2K_{\text{ж}} r / (E h_m)] \}^{-1}}$  — скорость распространения волн в жидкости;  $K_{\text{ж}}$  — модуль объемной упругости жидкости;  $E$  — модуль упругости материала трубы;  $\rho_{\text{ж}}$  —

плотность невозмущенной жидкости;  $Q$  — гидравлическое сопротивление (рассчитывается в квазистационарном приближении по формуле Дарси — Вейсбаха [3]);  $r$  — средний радиус поперечного сечения;  $h_m$  — номинальная толщина стенки. В уравнениях (1) учитываются упругое деформирование стенки и сжимаемость жидкости. Влияние кривизны канала и начальных геометрических неправильностей на скорость распространения акустических волн не учитывается.

Интегрирование дифференциальных уравнений гиперболического типа (1) выполняется методом характеристик [3]. На характеристиках в плоскости  $(x, t)$  строится регулярная разностная сетка. Интервал интегрирования  $[0, L]$  разбивается на  $n$  отрезков с шагом  $\Delta x = L/n$ . Шагу  $\Delta x$  соответствует временной шаг  $\Delta t = \Delta x/c_0$ . Дифференциальные уравнения (1) записываются в конечных разностях:

$$p_{i,k+1} - p_{i,k} + \rho_{ж}c_0(v_{i,k+1} - v_{i,k}) + \rho_{ж}Q_{i,k}v_{i,k}(x_{i,k+1} - x_{i,k}) = 0,$$

$$p_{i,k+1} - p_{i+1,k} - \rho_{ж}c_0(v_{i,k+1} - v_{i+1,k}) + \rho_{ж}Q_{i+1,k}v_{i+1,k}(x_{i,k+1} - x_{i+1,k}) = 0, \quad (2)$$

$$i = \begin{cases} 1, 2, \dots, n+1 & \text{при } k = 1, 3, 5, \dots, \\ 1, 2, \dots, n & \text{при } k = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

Индексы  $k$  и  $i$  обозначают временной слой и осевую координату точек пересечения характеристик соответственно.

Решение уравнений (1) должно удовлетворять граничным условиям: на входе в трубу  $p(0, t) = p(t)$ , на выходе  $v(L, t) = 0$ . Функция  $p(t)$  определяет изменение давления в результате механического удара поршня (измеряется экспериментально). В зависимости от значения одного параметра (на входе или выходе) из уравнений (2) находится другой параметр:

$$p_{1,k+1} = p(t_k + \Delta t/2), \quad v_{1,k+1} = v_{2,k} + \frac{p_{1,k+1} - p_{2,k}}{\rho_{ж}c_0} - \frac{\Delta x Q_{2,k} v_{2,k}}{c_0} \quad \text{при } x = 0,$$

$$v_{n+1,k+1} = 0, \quad p_{n+1,k+1} = p_{n,k} + \rho_{ж}c_0 v_{n,k} - \rho_{ж}\Delta x Q_{n,k} v_{n,k} \quad \text{при } x = L, \quad k = 2, 4, 6, \dots$$

Нестационарная задача динамики решается методом конечных элементов. Поведение трубопровода описывается системой уравнений  $[M]\{\ddot{q}\} + [B]\{\dot{q}\} + [C]\{q\} = \{F(t)\}$ . Здесь  $[M], [C], [B] = \chi_1[C] + \chi_2[M]$  — матрицы масс, жесткости и демпфирования конструкции;  $\{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}$  — векторы обобщенных перемещений, скоростей и ускорений (точки обозначают дифференцирование по времени);  $\chi_1$  и  $\chi_2$  — параметры Рэлея;  $\{F(t)\}$  — вектор гидродинамической нагрузки. Материал считается однородным и изотропным, перемещения и деформации — малыми.

Криволинейный трубопровод моделируется ансамблем из девяти конечных элементов (КЭ) с 48 степенями свободы и рассматривается как связанная оболочечно-стержневая система. Напряженно-деформированное состояние определяется суперпозицией быстрых стержневых и медленных оболочечных форм движения. При рассмотрении оболочечных форм силы инерции и сопротивления движению не учитываются.

Для аппроксимации форм колебаний криволинейного КЭ используются две системы базисных функций [4, 5]. Одна система описывает колебания КЭ как стержня. Выделяются слагаемые, соответствующие жесткому смещению КЭ:

$$u_1(s, t) = \alpha_7 \sin \phi - \alpha_8 R \cos \phi, \quad v_1(s, t) = \alpha_4 R \sin \phi + \alpha_{11} R \cos \phi, \quad (3)$$

$$w_1(s, t) = \alpha_7 \cos \phi + \alpha_8 R \sin \phi, \quad \varphi_1(s, t) = \alpha_4 \sin \phi + \alpha_{11} \cos \phi$$

и упругому деформированию:

$$u_2(s, t) = \alpha_1 + \alpha_2\phi + \alpha_9\phi \cos \phi + \alpha_{10}\phi \sin \phi, \quad v_2(s, t) = \alpha_3 + \alpha_5 R\phi \cos \phi + \alpha_6\phi + \alpha_{12}R\phi \sin \phi,$$

$$w_2(s, t) = -\alpha_9(\phi \sin \phi + a \cos \phi) + \alpha_{10}(\phi \cos \phi - a \sin \phi), \quad (4)$$

$$\varphi_2(s, t) = \alpha_5(\phi \cos \phi + b \sin \phi) + \alpha_{12}(\phi \sin \phi - b \cos \phi).$$

Здесь  $u = u_1 + u_2$ ,  $v = v_1 + v_2$ ,  $w = w_1 + w_2$  — осевая, нормальная и радиальная составляющие вектора перемещения центра тяжести;  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$  — угол поворота поперечного сечения;  $\alpha_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) — обобщенные координаты;  $\phi$  — угловая координата ( $-\phi_0/2 \leq \phi \leq \phi_0/2$ );  $\phi_0$  — центральный угол (угол изгиба трубы);  $a$  и  $b$  — безразмерные коэффициенты.

Другая система координатных функций описывает колебания КЭ как тонкой оболочки (эффект Кармана и манометрический эффект). При этом предполагается, что

$$w(\phi, \theta, t) = \sum_{m=0}^1 \sum_{n=2}^N (w_{1,mn} \cos(n\theta) + w_{2,mn} \sin(n\theta)) \cos(m\pi\phi/\phi_0), \quad (5)$$

где  $w$  — радиальное перемещение точек срединной поверхности оболочки;  $N = 8$  — число гармоник разложения решения по окружной координате  $\theta$ ;  $w_{1,mn}(t)$ ,  $w_{2,mn}(t)$  — обобщенные координаты, соответствующие симметричным и кососимметричным формам. Симметричные формы описывают изгиб в плоскости кривизны трубы, кососимметричные — в перпендикулярной плоскости.

На основе вариационного уравнения Лагранжа в рамках полубезмоментной теории тонких оболочек Власова строится система линейных алгебраических уравнений [6].

Формы колебаний прямолинейного КЭ как стержня аппроксимируются алгебраическими полиномами [7].

На основе аппроксимаций (3), (4) составляются матрицы жесткости и масс КЭ (размерности  $12 \times 12$ )

$$[C^n] = \int_L [\Phi]^T [H]^T [D] [H] [\Phi] ds, \quad [M^n] = \int_L [\Phi]^T [m] [\Phi] ds, \quad [D] = \text{diag} [EA, 2GI, EI/k, EI/k],$$

$$[H] = \begin{bmatrix} d/ds & 0 & -1/R & 0 \\ 0 & -d/Rds & 0 & d/ds \\ d/Rds & 0 & d^2/ds^2 & 0 \\ 0 & -d^2/ds^2 & 0 & -1/R \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$[m] = \text{diag} [m_T, m_T + m_{ж}, m_T + m_{ж}, I_T].$$

Здесь  $n$  — порядковый номер КЭ;  $s = R\phi$  — дуговая координата;  $L$  — длина КЭ;  $[H]$  — матрица дифференциальных операторов;  $[\Phi]$  — матрица аппроксимирующих функций (функций формы);  $m_T$ ,  $m_{ж}$  — погонные массы трубы и присоединенной к ней жидкости;  $I_T$  — момент инерции массы  $m_T$  относительно оси трубы;  $G$  — модуль сдвига;  $A$ ,  $I$  — площадь и момент инерции поперечного сечения;  $k$  — отношение гибкостей криволинейной и прямолинейной труб (вычисляется на основе (5)).

Для криволинейного КЭ коэффициенты матриц  $[C^n]$  и  $[M^n]$  вычисляются по схеме Гаусса. При  $1/R \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow 1$  выражения (6) соответствуют прямолинейному КЭ. В этом случае интегралы (6) берутся аналитически.

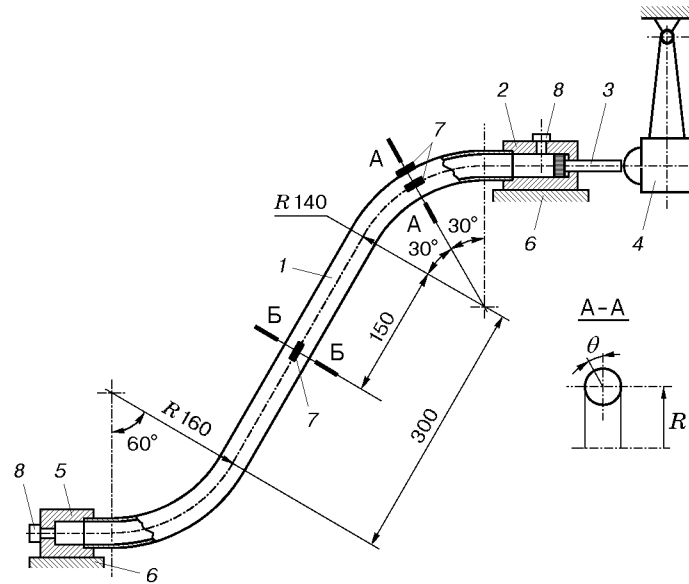


Рис. 1

Компоненты вектора  $\{F(t)\}$  определяются согласно методу перемещений как реакции узловых связей, взятые с обратным знаком [8]. Для двухузлового КЭ имеем

$$\begin{Bmatrix} F_i^n(t) \\ F_j^n(t) \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{ii}^n \\ C_{ji}^n \end{bmatrix} \{ \Delta_{i1}^n(t) + \Delta_{i2}^n(t) \} + \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_j^n(t) \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Здесь  $i$  и  $j$  — номера узлов;  $C_{ii}^n, C_{ji}^n$  — подматрицы жесткости КЭ ( $6 \times 6$ );  $Y_j^n(t)$  — вектор реакций в узле от действия сил трения жидкости о стенки трубы;  $\Delta_{i1}^n(t), \Delta_{i2}^n(t)$  — векторы обобщенных перемещений свободного узла  $i$  (узел  $j$  зашпечлен). Упругие перемещения  $\Delta_{i1}^n(t)$  обусловлены действием давления  $p(t)$  и скоростного напора  $\rho_{ж}v^2(t)/2$ , перемещения  $\Delta_{i2}^n(t)$  — силами трения и манометрическим эффектом. Внутреннее давление разгибает криволинейные участки трубы, имеющие начальные овальность и разностенность, и в результате деформирует весь трубопровод. Расчет компонент вектора  $\Delta_{i2}^n(t)$  приведен в работе [9].

Интегрирование системы уравнений методом конечных элементов выполняется с использованием одношагового алгоритма  $\beta$ -метода Ньюмарка [10]. Считается, что при  $t = 0$   $\{q\} = \{\dot{q}\} = 0$ . На каждом временном шаге с помощью соотношений (2) вычисляются параметры жидкости и формируется вектор гидродинамической нагрузки (7).

**Описание эксперимента.** Для исследования гидроупругого процесса создана лабораторная установка, схема которой приведена на рис. 1 (1 — образец трубопровода, 2 — нагружающий гидроцилиндр, 3 — поршень, 4 — маятниковый копер, 5 — заглушка, 6 — станина, 7 — тензометрические датчики, 8 — датчики давления).

Образец трубопровода представляет собой тонкостенную криволинейную трубу, изготовленную намоткой полиимидной пленки толщиной 50 мкм. Размеры образца: средний радиус поперечного сечения  $r = 20$  мм, номинальная толщина стенки  $h_m = 1,5$  мм, длина осевой линии  $L = 624$  мм, амплитуда начальных неправильностей формы поперечного сечения  $\Delta = (d_{\max} - d_{\min})/4 = 0,5$  мм ( $d_{\max}, d_{\min}$  — диаметральные размеры, замеренные на криволинейных участках по наружной поверхности трубы в плоскости кривизны и в перпендикулярной плоскости). Физико-механические характеристики материала: модуль упругости  $E = 3,2$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,4$ , плотность  $\rho_T = 1,47$  г/см<sup>3</sup>.

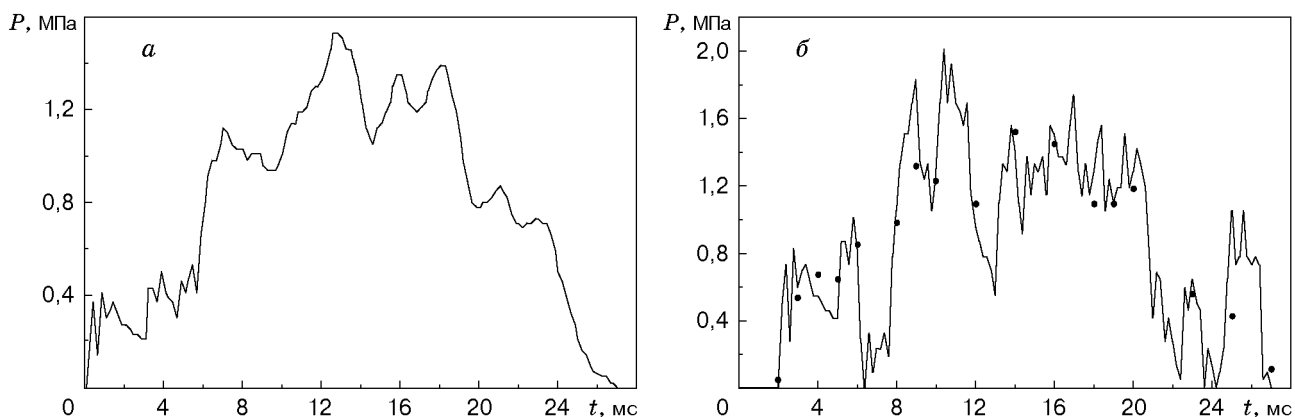


Рис. 2

В качестве нагружающего устройства используется маятниковый копер с 12 ступенями “взвода” молота, что позволяет регулировать величину ударного импульса. Интенсивность удара при постоянном импульсе регулируется пружиной, закрепленной на поршне гидроцилиндра.

Образец трубопровода, гидроцилиндр и заглушка жестко присоединяются к станине копра. Выбирается такое положение, при котором ось поршня и гидроцилиндра совпадает с касательной к траектории движения ударника молота.

Для измерений и записи результатов используются тензометрические датчики деформаций 2ПКБ-10-200Б, датчики давления ЛХ-412, мост-блок, тензостанция ЛХ-7000, цифровые запоминающие осциллографы С9-8. Датчики деформаций (тензодатчики) приклеиваются к образцу циакриновым клеем. Для установки датчиков давления в гидроцилиндре и заглушке имеются отверстия с резьбой.

Внутренняя полость трубы заполняется водой. Для того чтобы исключить попадание воздуха и образование газовых пузырей, отверстие для заливки сделано в верхней части гидроцилиндра.

Методика эксперимента включает тарировку измерительных каналов и непосредственно процедуру измерений. Тарировка каналов измерения деформаций выполняется с использованием эталонных сопротивлений. Тарировка каналов давления производится путем нагружения системы при постоянном давлении. Погрешность измерений давления и линейных деформаций не превышает 3%.

**Сравнительный анализ результатов.** Результаты расчетно-экспериментального исследования представлены на рис. 2, 3 (линии — результаты эксперимента, точки — расчетные данные). На рис. 2, *a, б* показано изменение давления на входе и выходе из трубы соответственно при механическом ударе поршня. Пики на графиках объясняются волновыми процессами и связаны с распространением и отражением волн в жидкости. Время прохождения волной полной длины трубы  $\tau = 1,88 \div 2,2$  мс определяется экспериментально как время запаздывания волны (рис. 2, *б*).

Скорость распространения волн давления, вычисленная с учетом податливости стенки, равна  $c_0 = 298$  м/с. В случае абсолютно жесткой стенки  $c_0 = 1472$  м/с (т. е. за счет упругости материала стенки скорость  $c_0$  уменьшается почти в 5 раз). Скорости  $c_0$  соответствует расчетное время  $\tau = L/c_0 = 2,09$  мс. Таким образом, расчетные и экспериментальные значения  $\tau$  хорошо согласуются.

На рис. 2, *б* давление, рассчитанное согласно (2) для отдельных моментов времени, сопоставлено с экспериментальными данными. Расчеты выполнены при шаге  $\Delta t = 0,2$  мс  $\approx 0,1\tau$ ,  $\Delta x = \Delta t c_0 = 5,96$  см. Из рис. 2, *б* следует, что данные расчета соответствуют экспериментальным.

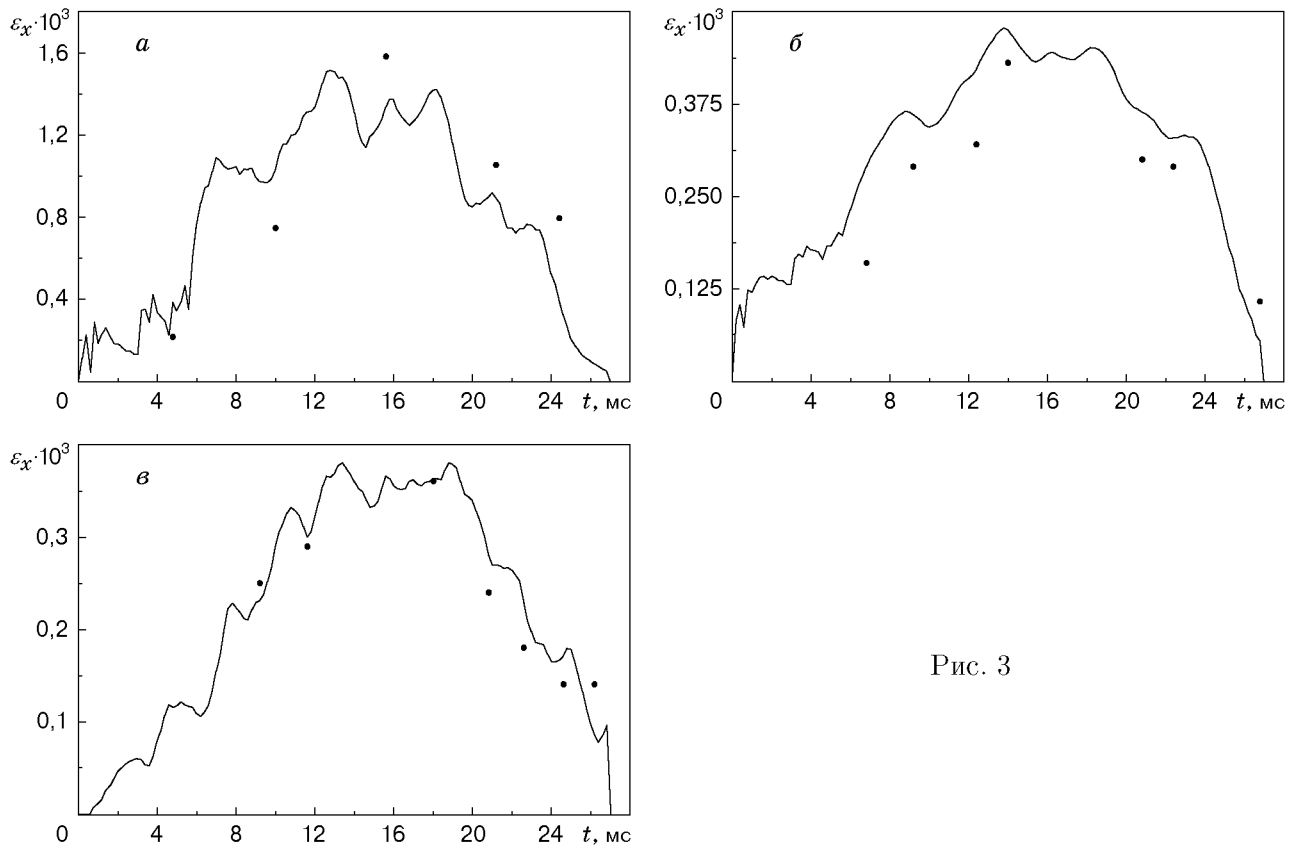


Рис. 3

Расчетные значения шести низших собственных частот  $\omega_i$  трубопровода с жидкостью составляют:  $\omega_1^* = 61,9$  Гц,  $\omega_2 = 63,1$  Гц,  $\omega_3^* = 139$  Гц,  $\omega_4 = 235$  Гц,  $\omega_5^* = 256$  Гц,  $\omega_6^* = 294$  Гц (звездочкой отмечены частоты, соответствующие колебаниям в направлении, перпендикулярном плоскости кривизны трубы). Эти частоты находятся в диапазоне от 61,9 до 294 Гц. В то же время собственные частоты, рассчитанные для отдельного КЭ и соответствующие оболочечным формам (радиальным и изгибным движениям стенки [9]), превышают 580 Гц. Частота пульсаций давления  $\omega = 1/(4\tau) = 120$  Гц. С учетом этого для стержневых форм (3) и (4) давление рассматривается как динамическая нагрузка, для оболочечных форм (5) — как квазистатическая.

На рис. 3 представлены зависимости осевой деформации  $\varepsilon_x$  от времени. Деформации в осевом направлении фиксировались на наружной поверхности трубы в сечении А–А в точках с координатами  $\theta = 0$  (рис. 3,а) и  $\theta = 90^\circ$  (рис. 3,б) и в сечении Б–Б при  $\theta = 90^\circ$  (рис. 3,в). (Угол  $\theta$  показан на рис. 1.) Расчеты проведены при параметрах Рэлея  $\chi_1 = 1,75 \cdot 10^{-3}$  и  $\chi_2 = 8,45 \cdot 10^{-3}$ , которые вычислялись согласно [10]. Логарифмический декремент  $\delta = 0,032$  определялся экспериментально на трубчатых образцах из полиимидной пленки методом затухающих свободных колебаний.

Анализ результатов показывает, что для криволинейного участка трубы отклонение расчетных деформаций  $\varepsilon_x$  от экспериментальных составляет не более 30% (рис. 3,а,б), для прямолинейного участка — не более 7% (рис. 3,в). Таким образом, данные расчета удовлетворительно соответствуют экспериментальным.

Следует отметить, что в точках, расположенных в плоскости симметрии криволинейного участка при  $\theta = 90^\circ$  (рис. 3,б) и на прямолинейном участке трубы при  $\theta = 90^\circ$  (рис. 3,в), значения осевых деформаций достаточно близки к деформациям в безмоментном

состоянии. Вместе с тем в точке наружной поверхности криволинейного участка при  $\theta = 0$  (рис. 3,а) осевые деформации примерно в 5 раз больше деформаций в безмоментном состоянии. Очевидно, это обстоятельство связано с изгибом стенки за счет начальных геометрических неправильностей криволинейных участков трубы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Нехороших Е. Н., Кузнецов В. М., Шишацкий В. А.** Полимерные пленочные материалы в криогенных трубопроводных магистралях // Тез. докл. Междунар. науч. конф. "Ракетно-космическая техника: фундаментальные проблемы механики и теплообмена", Москва, 10, 11 нояб. 1998 г. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 1998. С. 176.
2. **Куликов Ю. А., Лоскутов Ю. В., Максимов М. А., Зданович Ю. К.** Расчетно-экспериментальное исследование параметров гидродинамического нагружения и деформирования криогенных трубопроводов из полиимидных материалов // Тез. докл. Всерос. науч.-техн. конф. "Аэрокосмическая техника и высокие технологии-2000", Пермь, 12–14 апр. 2000 г. Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2000. С. 113.
3. **Чарный И. А.** Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975.
4. **Куликов Ю. А.** Напряженно-деформированное состояние трубопровода при гидравлических ударах // Пробл. машиностроения и надежности машин. 1999. № 3. С. 43–50.
5. **Заплатин В. И., Куликов Ю. А., Стасенко И. В.** Анализ расчетной динамической модели тонкостенного пространственного трубопровода // Строительные конструкции и механика твердого деформируемого тела: Сб. ст. Йошкар-Ола: Изд-во Марийского гос. техн. ун-та, 1998. Вып. 1. С. 60–69.
6. **Стасенко И. В.** Расчет трубопроводов на ползучесть. М.: Машиностроение, 1986.
7. **Постнов В. А., Хархурим И. Я.** Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1974.
8. **Куликов Ю. А.** Жидкостные трубопроводы: Численное исследование напряженно-деформированного состояния, индуцированного стационарным внутренним потоком // Расчеты на прочность: Сб. ст. М.: Машиностроение, 1993. Вып. 33. С. 119–131.
9. **Куликов Ю. А.** Влияние начальных технологических неправильностей на вибрации тонкостенных криволинейных труб с пульсирующим внутренним давлением // Пробл. машиностроения и надежности машин. 1993. № 6. С. 11–21.
10. **Бате Л., Вилсон Е.** Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982.

*Поступила в редакцию 10/1 2000 г.,  
в окончательном варианте — 18/IX 2000 г.*