

О СИЛАХ ТРЕНИЯ ПРИ МАЛЫХ СМЕЩЕНИЯХ

Я. Г. Пановко, Г. И. Страхов

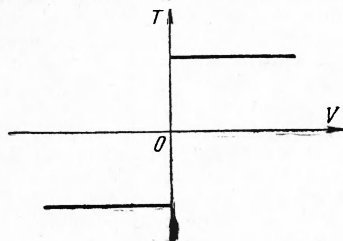
(Рига)

§ 1. Известно, что закон Амонтона — Кулона (фиг. 1)

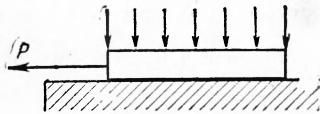
$$T = \text{const sign } v \quad (1.1)$$

описывает зависимость силы трения T от скорости скольжения v наиболее простым способом и с успехом применяется при решении многих технических задач, постановка которых требует учета сил сухого трения.

С другой стороны, существуют задачи динамики, требующие уточнения зависимости (1.1). Так, например, многочисленные автоколебательные



Фиг. 1



Фиг. 2

процессы в системах с сухим трением не могут быть удовлетворительно объяснены, если опираться на зависимость (1.1); в этих случаях пересмотр закона о характере фрикционных сил является принципиально необходимым и заставляет учитывать зависимость силы трения T не только от знака скорости скольжения v , но и от ее величины.

Обнаружение задач этого класса дало повод к ревизии закона (1.1) даже в тех случаях, когда она, в сущности, совсем не обязательна. Это показано, например, в работе И. И. Блехмана и Г. Ю. Джанелидзе, посвященной эффективным коэффициентам трения при вибрациях¹. Авторы показали, что представление о зависимости истинных коэффициентов трения

от амплитуды или частоты вибраций является излишним, а изменение сопротивления движению, наблюдаемое при вибрациях, объясняется законом (1.1) при корректном его использовании.

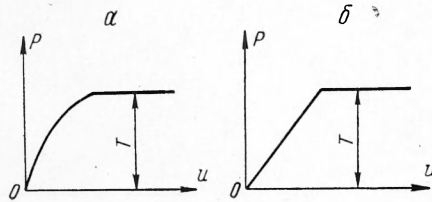
Другим примером может служить рассматриваемый ниже процесс начала нагружения фрикционной пары (фиг. 2) до полного скольжения. Для этого процесса экспериментально установлено следующее [3].

1) При постепенном нагружении фрикционной пары (фиг. 2) обнаруживается зависимость, изображенная на фиг. 3, а, где по вертикальной оси отложены величины внешней силы P , а по горизонтальной оси — перемещения точки приложения силы; буквой T обозначена сила трения при скольжении. Таким образом, началу полного скольжения предшествует постепенный рост смещений. Зависимость подобного рода (или, в схематизированном виде изображенная на фиг. 3, б) как будто бы со всей очевидностью свидетельствует против закона Амонтона — Кулона.

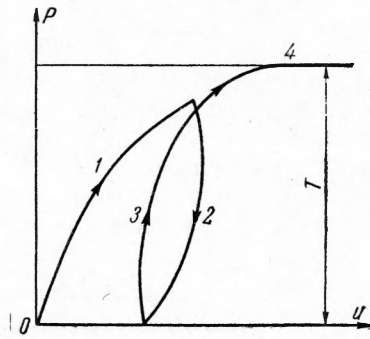
2) Если до появления полного скольжения производить разгрузку, а затем повторную нагрузку фрикционной пары, то получается диаграмма, изображенная на фиг. 4.

Таким образом, при рассмотрении экспериментальных данных действительно может создаться впечатление, что для первого этапа нагруже-

ния фрикционной пары (при малых смещениях) закон Амонтона — Кулона как будто не годится. Это впечатление еще больше усиливается, если заметить внешнее совпадение кривых, изображенных на фиг. 3 и 4 с кривыми, полученными в свое время А. В. Верховским [2] и описывающими явление так называемого предварительного смещения. Однако, как ниже будет показано, явления, иллюстрированные на фиг. 3 и 4, на самом деле не противоречат закону Амонтона — Кулона. Напротив, последний (при одновременном учете упругих деформаций элементов пары) позволяет ясно истолковывать опытные кривые.



Фиг. 3

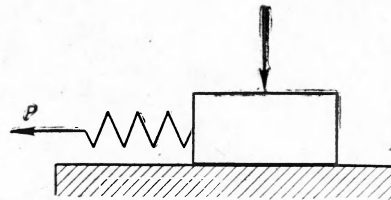


Фиг. 4

§ 2. Прежде чем перейти к анализу процесса нагружения системы, изображенной на фиг. 2, рассмотрим простейшую модель, изображенную на фиг. 5. При этом для характеристики фрикционных свойств соприкасающихся поверхностей попробуем воспользоваться зависимостью (1.1), для пружины примем линейную характеристику, а ползун и основание будем считать абсолютно жесткими.

Найдем перемещение точки приложения силы в зависимости от величины силы, считая, что последняя медленно изменяется во времени и инерционных явлений не вызывает. При малых значениях силы $P < T$ ползун не скользит относительно основания, а остается в покое; перемещение точки приложения силы определяется по формуле

$$u = \frac{P}{c} \tag{2.1}$$



Фиг. 5

где c — жесткость пружины.

Как только нагрузка достигнет значения T , ползун начинает скользить и перемещение становится неограниченным. Таким образом, весь процесс описывается диаграммой, данной выше на фиг. 3,б. В данном случае диаграмма не свидетельствует о неправильности закона Амонтона — Кулона, а лишь отражает упруго-фрикционный характер системы.

§ 3. Рассмотрим простейший случай системы с распределенными параметрами. Продолжим мысль, высказанную в предыдущем параграфе и рассмотрим процесс нагружения длинной тонкой полосы, изображенной на фиг. 2. Будем считать полосу упругой, а основание, для простоты, — абсолютно жестким. Далее предположим, что фрикционные свойства поверхностей касания подчиняются закону Амонтона — Кулона

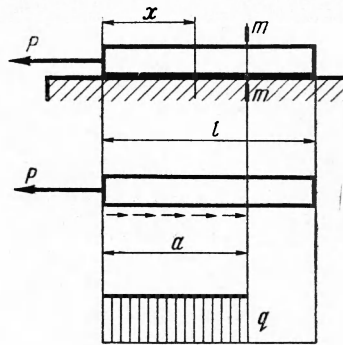
$$q = \pm fp \tag{3.1}$$

где q — интенсивность сил трения при скольжении, f — коэффициент трения, p — интенсивность давления.

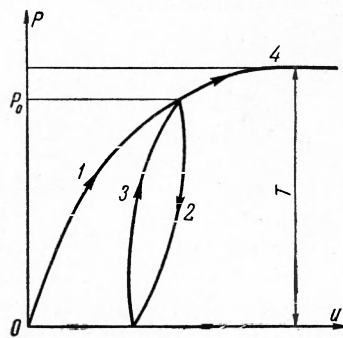
Учет податливости полосы позволяет при малых силах $P < T$ прийти к схеме распределения сил трения, изображенных на фиг. 6. Все элементы полосы, расположенные правее сечения m , неподвижны, ее деформации отсутствуют и силы трения равны нулю; левее сечения m деформации полосы отличны от нуля, элементы полосы соскальзывают относительно основания и на поверхности касания возникают силы трения интенсивности q .

Иного распределения сил трения быть не может. Действительно, в той области, в которой есть деформации, должно быть проскальзывание и, следовательно, интенсивность сил трения достигает предельного значения q . С другой стороны, согласно закону Гука, там, где нет деформаций, должны отсутствовать продольные напряжения в сечениях полосы, а значит, и продольная нагрузка; следовательно, в пределах недеформированной зоны полосы силы трения равны нулю.

Подчеркнем, кстати, что именно учет упругости полосы вносит определенность в характер распределения сил трения по поверхности касания



Фиг. 6



Фиг. 7

при $P < T$. Если считать не только основание, но и полосу абсолютно жесткой, то невозможно указать подробности распределения сил трения, так как известна только их суммарная величина¹.

Длина области проскальзывания определяется условием равновесия полосы

$$a = \frac{P}{q} \quad (3.2)$$

При возрастании нагрузки длина этой области увеличивается и при значении $P=T$ проскальзывание распространяется на всю длину полосы; после этого начинается полное скольжение ползуна по основанию.

Перемещение точки приложения нагрузки (при $P < T$) равно удлинению левого участка полосы

$$u = \int_0^a \varepsilon dx = \int_0^a \frac{\sigma}{E} dx = \int_0^{P/q} \frac{P - qx}{EF} dx = \frac{P^2}{2qEF} \quad (3.3)$$

(EF — жесткость полосы при растяжении или сжатии).

Таким образом, приходим к графику, аналогично изображенному на первом участке фиг. 3, а. Нетрудно понять, чем объясняется мягкость характеристики соединения: с увеличением нагрузки P все большая часть длины полосы вовлекается в процесс деформации и, тем самым, постепенно увеличивается податливость соединения.

¹ Как известно, учет упругости позволяет разъяснить так называемый парадокс Пэнлеве (см. дискуссию в книге [6]).

Если исследовать процесс попеременной нагрузки-разгрузки до наступления полного скольжения, то подобным же путем получим график, изображенный на фиг. 7 ($P_0 < T$ — сила, при которой начата разгрузка). Для ветвей 2 и 3 можно получить выражения

$$u_2 = \frac{P_0^2 + 2P_0P - P^2}{4qEF} \quad (3.4)$$

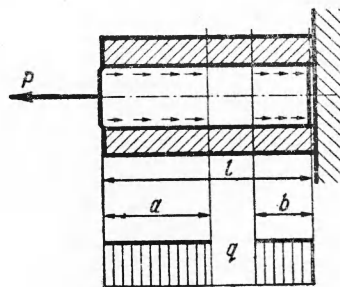
$$u_3 = \frac{P_0^2 + P^2}{4qEF} \quad (3.5)$$

а уравнение ветви 4 имеет вид (2.1), как и для ветви 1. Как видно, эта диаграмма качественно совпадает с диаграммой, изображенной на фиг. 4, относящейся к реальному соединению. Отличие рассмотренной схемы от модели, изображенной на фиг. 5, состоит в распределенности сил трения и распределенности упругих свойств.

§ 4. В предыдущем параграфе предполагалось, что податливостью обладает только полоса. Заметим, что уже этого было достаточно для объяснения эффекта, представленного на фиг. 2. Рассмотрим случай, когда податливостью обладают оба элемента фрикционной пары и исследуем перемещения при нагружении прессового соединения вал-втулка. По-прежнему будем считать, что силы трения на поверхности касания подчиняются закону трения Амонтона — Кулона. Вследствие податливости тел, образующих соединение, нагружение его осевой силой сопровождается появлением областей скольжения в краевых зонах контакта. Картина распределения сил трения по длине показана на фиг. 8. В средней части соединения вал и втулка деформируются совместно, проскальзывания в этой части отсутствуют. Протяженность областей скольжения зависит от нагрузки и, конечно, от жесткостей вала и втулки. При малых нагрузках эти области малы; с увеличением нагрузки P области скольжения увеличиваются и, наконец, охватывают всю длину l соединения: происходит полное проскальзывание (распрессовка соединения). Перемещения u точки приложения нагрузки $P < T$ можно найти [5] по выражению¹

$$u_1 = \frac{1 - 3k + 3k^2}{2q(1 - k)EF} P^2 + \frac{kl}{EF} P \quad (4.1)$$

$$k = \frac{EF}{EF + E_1F_1}$$



Фиг. 8

где E_1F_1 — жесткость втулки, EF — жесткость вала.

Таким образом, и в этом случае получается график, изображенный на фиг. 3, а. Если исследовать процесс попеременной разгрузки-нагрузки (при силах $P < T$), то снова получим график, изображенный на фиг. 7. В этом случае уравнения ветвей имеют вид

$$u_2 = \frac{(P_0^2 + 2P_0P - P^2)(1 - 3k + 3k^2)}{4q(1 - k)EF} + \frac{klP}{EF} \quad (4.2)$$

$$u_3 = \frac{(P_0^2 + P^2)(1 - 3k + 3k^2)}{4q(1 - k)EF} + \frac{klP}{EF} \quad (4.3)$$

Уравнение ветви 4 остается тем же, что и для ветви 1.

¹ В книге [5] учтен также эффект некоторого ослабления соединения за счет поперечных деформаций вала.

Как видно, и для этой модели характер диаграммы сила-смещение качественно совпадает с экспериментальной диаграммой, изображенной на фиг. 4.

§ 5. Разумеется, что закон Амонтона — Кулона носит характер лишь феноменологической зависимости, не могущей претендовать на полноту описания тонкостей процесса трения. Однако криволинейность диаграмм, относящихся к реальным техническим объектам (типа прессовых соединений), не следует тесно связывать с явлением предварительного смещения в смысле, указанном А. В. Верховским [2,4]; последнее определяется деформациями микронеровностей и характеризуется величинами порядка долей микрона, тогда как взаимные смещения в реальных конструкциях (до полного скольжения) доходят до сотен микрон. Поэтому характер упомянутых кривых, относящихся к техническим объектам, следует объяснять в основном деформативностью элементов фрикционной пары, а не малыми отклонениями от закона Амонтона — Кулона.

Изложенное позволяет считать закон Амонтона — Кулона надежной основой для решения задач о так называемом конструкционном демпфировании в различных упруго-фрикционных системах.

Поступила 27 III 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 7.
2. Верховский А. В. Явление предварительного смещения при трогании немасляных поверхностей с места. ЖПФ, 1926, т. III, вып. 3—4.
3. Шапиро Г. А. Работа заклепочных соединений стальных конструкций. Стройвоенмориздат, 1949.
4. Крагельский И. В., Виноградова И. Э. Коэффициенты трения. Машигиз, М., 1955.
5. Калинин Н. Г. и др. Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях. Рига, Изд. АН Латв. ССР, 1960.
6. Пэнлеве П. Лекции о трении. ГТТИ, М., 1954.